

### Mais um exemplo:

Resolva a equação  $z^6 - 16z^3 + 64 = 0$ , onde  $z \in \mathbb{C}$  ( $\mathbb{C}$  = conj. dos números complexos).

### Resolução:

Vamos começar fazendo  $z^3 = x$ ; Daí, vem  $z^6 = (z^3)^2 = x^2$ ; substituindo, fica:

$$x^2 - 16x + 64 = 0 \therefore (x - 8)^2 = 0 \therefore x = 8$$

Como  $z^3 = x$ , vem  $z^3 = 8$ . O problema consiste então no cálculo das raízes cúbicas de 8.

Observe que  $8 = 8 + 0 \cdot i$  ( $i$  = unidade imaginária).

Portanto:

Sabemos que existem três raízes cúbicas; logo, fazendo  $k = 0$ , obteremos a primeira raiz:

$$z_1 = 2(\cos 0^\circ + i \cdot \sin 0^\circ) = 2(1 + 0 \cdot i) = 2$$

Usando a dica **vista** acima, vem:

$$z_2 = 2(\cos 120^\circ + i \cdot \sin 120^\circ) = 2(-1/2 + i \cdot \sqrt{3}/2) = -1 + \sqrt{3}i$$

$$z_3 = 2(\cos 240^\circ + i \cdot \sin 240^\circ) = 2[-1/2 + i \cdot (-\sqrt{3}/2)] = -1 - \sqrt{3}i$$

Portanto, o conjunto solução da equação dada é:

$$S = \{2; -1 + \sqrt{3}i; -1 - \sqrt{3}i\}$$