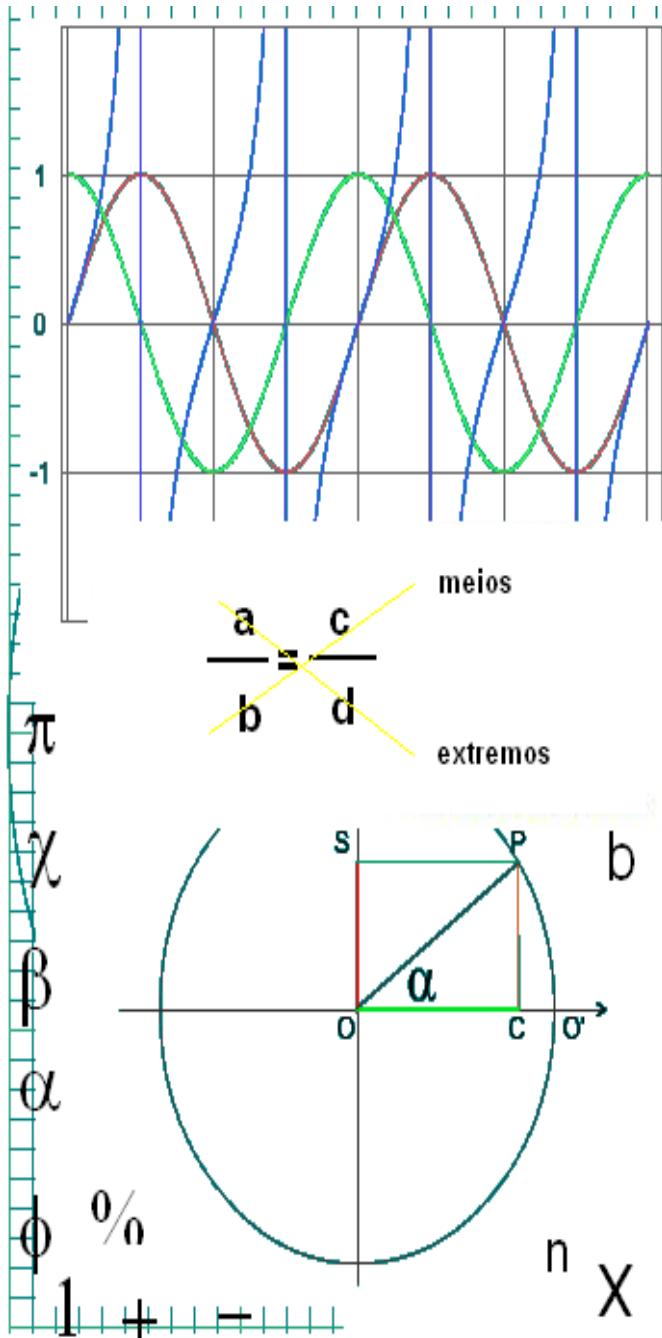
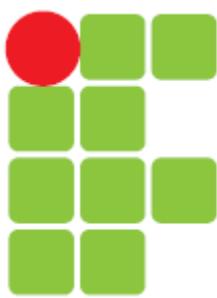


Preparação Tecnológica



Curso Técnico em Eletromecânica



INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA
Campus Araranguá

Fevereiro - 2009

Apostila de Preparação Tecnológica
Desenvolvida em conjunto com os professores do curso de eletromecânica (Dezembro -2008)
Com base na apostila versão anterior (Maio-2008) e apostilas do Senai-ES e apostila de preparação para concurso.

A reprodução desta apostila deverá ser autorizada pelo INSTITUTO FEDERAL – CAMPUS ARARANGUÁ

SUMÁRIO

1 - Números Inteiros.....	7
1.1 Números Naturais.....	7
1.2 Operações Fundamentais Com Números Naturais.....	7
1.2.1 Adição.....	7
1.2.2 Subtração.....	8
1.2.3 Multiplicação.....	8
1.2.4 Divisão.....	8
1.3 Números Naturais - Exercícios.....	9
2 - Múltiplos e Divisores.....	12
2.1 Múltiplos de um Número.....	12
2.2 Divisores de um Número.....	12
2.2.1 Critérios de Divisibilidade.....	13
2.3 Mínimo Múltiplo Comum.....	13
2.3.1 NÚMERO PRIMO.....	14
2.3.2 Decomposição de um Número em Fatores Primos.....	15
2.3.3 1º Processo: Decomposição em Fatores Primos.....	15
2.3.4 2º Processo: Decomposição Simultânea.....	16
2.4 Exercício - Mínimo Múltiplo Comum	16
3 - Frações.....	18
3.1 Números Racionais.....	18
3.2 Conceito de Fração:.....	18
3.2.1 Leitura e Classificações das Frações.....	19
3.3 Frações Equivalentes/Classe de Equivalência.....	20
3.4 Números Mistos.....	20
3.4.1 Extração de Inteiros.....	21
3.4.2 Transformação de Números Mistos em Frações Impróprias.....	21
3.5 Simplificação de Frações.....	22
3.5.1 Redução de Frações ao mesmo Denominador.....	22
3.6 Comparação de Frações.....	23
3.6.1 Frações com o mesmo Denominador.....	23
3.6.2 Frações com o Mesmo Numerador.....	24
3.6.3 Frações com os Numeradores e Denominadores Diferentes.....	24
3.7 Adição e Subtração de Frações.....	25
3.8 Multiplicação de Frações.....	26
3.9 Divisão de Frações Ordinárias.....	26
3.10 Partes Fracionárias de um Número.....	27
3.11 Frações - Exercícios.....	27
4 - Números Decimais.....	35

4.1 Conceito e Leitura.....	35
4.2 Transformação de Fração Decimal em Número Decimal.....	36
4.3 Transformação de Número Decimal em Fração Decimal.....	37
4.4 Operações com Números Decimais.....	37
4.4.1 Adição e Subtração.....	37
4.4.2 Multiplicação.....	37
4.4.3 Divisão.....	38
4.5 Números Decimais - Exercícios.....	40
5 - <i>Medidas de Comprimento</i>.....	44
5.1 Conceito de Medida.....	44
5.2 Medidas de Comprimento.....	45
5.2.1 Leitura de Comprimentos.....	45
5.2.2 Mudanças de Unidade.....	45
5.3 Exercícios - Medidas de Comprimento.....	46
6 - <i>Proporção Razão e Regra de Três</i>.....	49
6.1 Razão.....	49
6.1.1 Inversa de uma razão.....	50
6.1.2 Cálculo de uma razão.....	50
6.2 Proporção.....	51
6.2.1 Propriedade fundamental das proporções.....	51
6.3 Grandezas proporcionais.....	52
6.3.1 Grandezas diretamente proporcionais.....	52
6.3.2 Grandezas inversamente proporcionais.....	52
6.4 Regra de Três.....	53
6.4.1 Regra de Três Simples.....	53
6.4.2 Regra de Três Composta.....	55
6.5 Exercícios - Proporcionalidade.....	58
6.6 Exercícios - Regra de Três.....	59
7 - <i>Porcentagem</i>.....	62
7.1 Exercícios - Porcentagem.....	62
8 - <i>Operações com Números Inteiros Relativos</i>.....	64
8.1 Números Inteiros Relativos.....	64
8.1.1 Números Opostos ou Simétricos.....	65
8.1.2 Valor Absoluto.....	65
8.2 Operações com números Inteiros Relativos.....	65
8.2.1 Adição.....	65
8.2.2 Subtração.....	66
8.2.3 Exemplos: Adição e Subtração de Números Inteiros Relativos.....	66
8.2.4 Expressões com números Inteiros Relativos.....	66
8.2.5 Multiplicação.....	67
8.2.6 Multiplicação com mais de dois números Relativos.....	68
8.2.7 Divisão.....	68

8.3 Exercícios:	69
8.4 Potenciação e Radiciação:	71
8.4.1 Propriedades das Potências.....	72
8.4.2 Propriedades fundamentais:.....	73
8.5 Radiciação:	73
8.5.1 Raiz Quadrada de Números Racionais.....	74
8.6 Exercícios Resolvidos - Potenciação e Radiciação:	74
8.7 Exercícios - Potenciação e Radiciação:	76
9 - Notação Científica:	80
9.1 Introdução:	80
9.2 Potências de Dez:	81
9.3 Constantes Múltiplos de Grandezas Físicas:	81
9.3.1 Exemplos.....	82
9.3.2 Como Converter Entre Múltiplos.....	82
9.3.3 Exemplos.....	83
9.4 Exercícios Resolvidos – Múltiplos e Notação Científica:	83
9.5 Exercícios:	84
10 - Área, Volume e Perímetro:	86
10.1 Introdução:	86
10.2 Áreas:	86
10.2.1 Área de Paralelogramos.....	86
10.2.2 Área de triângulos.....	88
10.3 Exemplos:	88
10.3.1 Unidade de Volume.....	90
10.3.2 Paralelepípedo retângulo:.....	90
10.4 Perímetro de um Polígono:	91
10.4.1 Perímetro do retângulo.....	91
10.4.2 Perímetro dos polígonos regulares.....	92
10.5 Comprimento da Circunferência:	93
10.6 Exercícios:	94
11 - Trigonometria E Relações Métricas Triângulo Retângulo:	97
11.1 Trigonometria:	97
11.1.1 Triângulos.....	97
11.1.2 Relações Trigonométricas no triângulo retângulo.....	99
11.1.3 Exemplos.....	103
11.2 Teorema de Pitágoras:	104
11.2.1 Exemplos.....	105
12 - Gabarito:	106

1 - Números Inteiros

1.1 Números Naturais

Desde os tempos mais remotos, o homem sentiu a necessidade de verificar quantos elementos figuravam em um conjunto.

Antes que soubessem contar, os pastores verificavam se alguma ovelha de seus rebanhos se havia extraviado, fazendo corresponder a cada uma delas uma pedrinha que colocavam na bolsa. Na volta do rebanho, a última ovelha devia corresponder à última pedrinha. Tinham assim, a noção dos números naturais, embora não lhes dessem nomes e nem os representassem por símbolos.

Nos dias de hoje, em lugar das pedrinhas, utilizam-se, em todo o mundo, os símbolos:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

O conjunto dos números naturais é representado pela letra IN e escreve-se:

$$\mathbf{IN} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

1.2 Operações Fundamentais Com Números Naturais

1.2.1 Adição

É a operação que permite determinar o número de elementos da união de dois ou mais conjuntos:

$$\begin{array}{r}
 1.004 \\
 577 \\
 12 \\
 + 4 \\
 \hline
 1.597
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \rightarrow \text{ parcelas} \\
 \rightarrow \text{ total ou soma}
 \end{array}$$

1.2.2 Subtração

É a operação que permite determinar a diferença entre dois números naturais:

$$\begin{array}{r}
 837 \\
 - 158 \\
 \hline
 679
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \rightarrow \text{ Minuendo} \\
 \rightarrow \text{ Subtraendo} \\
 \rightarrow \text{ Resto ou diferença}
 \end{array}$$

1.2.3 Multiplicação

A multiplicação é muitas vezes definida como uma adição de parcelas iguais:

Exemplo: $2 + 2 + 2 = 3 \times 2$ (três parcelas iguais a 2)

$$\begin{array}{r}
 381 \\
 \times 23 \\
 \hline
 1143 \\
 + 762 \\
 \hline
 8763
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \rightarrow \text{ Multiplicando} \rightarrow \text{ Fatores} \\
 \rightarrow \text{ Multiplicando} \\
 \rightarrow \text{ Produto}
 \end{array}$$

Atenção:

 Qualquer número natural multiplicado por zero é zero. Exemplo: $4 \times 0 = 0$

1.2.4 Divisão

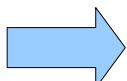
É a operação que permite determinar o quociente entre dois números. A divisão é a operação inversa da multiplicação.

Exemplo: $18 \times 4 = 72 \rightarrow 72 \div 4 = 18$

Termos Da Divisão:

Atenção:

Quando o dividendo é múltiplo do divisor, a divisão é exata.



Exemplo: $16 \div 8 = 2$

Quando o dividendo não é múltiplo do divisor, a divisão é aproximada ou inexata.

Exemplo: $16 \div 5 = 3$ (resto = 1)

Numa divisão, em números naturais, o divisor tem de ser sempre diferente de zero, isto é, não existe divisão por zero no conjunto de números naturais (\mathbb{N}).

1.3 Números Naturais - Exercícios

- 1) Complete as sucessões numéricas seguintes:

Exemplo: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

- a) 7, 14, 21,,,, b) 9, 18, 27,,,,
c) 11, 22, 33,,,, d) 12, 24, 36,,,,
e) 15, 30, 45,,,,

- 2) Resolva:

- a) $4 + 577 + 12 + 1.004 =$
b) $285 + 122 + 43 + 8 + 7.305 =$
c) $7.815 + 427 + 2.368 + 864 =$

- 3) Escreva as denominações dos termos e do resultado da adição:

$$\begin{array}{r} 623 \\ + 321 \\ \hline 944 \end{array}$$

- 4) Complete as sucessões numéricas seguintes:

Exemplo: 50, 46, 42, 38, 34, 30, 26, 22...

5) Efetue as subtrações:

- a) $196 - 74 =$
- b) $937 - 89 =$
- c) $4.800 - 2.934 =$
- d) $100.302 - 97.574 =$
- e) $1.301.002 - 875.037 =$

6) Em uma subtração, o subtraendo é 165 e o resto é 428. Qual é o minuendo?

7) Qual é o número que somado a 647 é igual a 1.206?

8) De 94.278 subtraia 62.574. Tire a prova.

9) Efetue mentalmente:

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| a) $7 \times 1 =$ | b) $810 \times 1 =$ |
| c) $8 \times 10 =$ | d) $72 \times 10 =$ |
| e) $1705 \times 10 =$ | f) $9 \times 100 =$ |
| g) $81 \times 100 =$ | h) $365 \times 100 =$ |
| i) $43 \times 1000 =$ | j) $12 \times 1000 =$ |
| k) $170 \times 100 =$ | l) $3.800 \times 1000 =$ |

10) Complete:

- a) Um produto é sempre uma adição de iguais.
- b) O produto de vários fatores é zero, quando pelo menos um de seus fatores for

11) Complete:

- | | |
|--|---|
| a) $4 \times 5 \times 0 =$ | b) $6 \times 0 \times 9 =$ |
| c) $0 \times 5 \times 8 =$ | d) $1 \times \underline{\quad} \times 8 = 0$ |
| e) $2 \times 9 \times \underline{\quad} = 0$ | f) $\underline{\quad} \times 4 \times 61 = 0$ |

12) Escreva os termos da divisão:

$$\begin{array}{r} \dots\dots\dots\dots\dots \\ 107 \quad \boxed{5} \quad \dots\dots\dots \\ \underline{07} \quad \underline{21} \\ \underline{2} \end{array}$$

13) Efetue:

a) $810 \div 4 =$ b) $408 \div 4 =$ c) $560 \div 8 =$ d) $12.018 \div 6 =$

14) O número 9 está contido em 3.663 vezes.

15) Arme, efetue e verifique a exatidão das operações através de uma prova.

- a) $8.750 + 3 + 1.046 =$
- b) $37.600 - 28.935 =$
- c) $2.091 \times 45 =$
- d) $9.327 \times 814 =$
- e) $3.852 \times 208 =$
- f) $68.704 \div 74 =$
- g) $1.419 \div 87 =$
- h) $4.056 \div 68 =$

16) Resolva os problemas:

- a) Um reservatório contém 400 litros de água e efetuamos, sucessivamente, as seguintes operações:
 - retiramos 70 litros
 - colocamos 38 litros
 - retiramos 193 litros
 - colocamos 101 litros
 - colocamos 18 litrosQual a quantidade de água que ficou no reservatório?
- b) Em uma escola estudam 960 alunos distribuídos igualmente em 3 períodos: manhã, tarde e noite. Pergunta-se:
 - Quantos alunos estudam em cada período?
 - Quantos alunos estudam em cada sala, por período, se há 16 salas de aula?

2 - Múltiplos e Divisores

2.1 Múltiplos de um Número

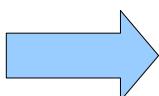
Múltiplo de um número natural é o produto desse número por um outro número natural qualquer.

Exemplo:

$$M(2) = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$$

$$M(5) = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\}$$

Atenção:



- Zero é múltiplo de todos os números.
- Qualquer número natural é múltiplo de si mesmo.
- O conjunto de múltiplos de um número é infinito.

2.2 Divisores de um Número

Um número é divisor de outro quando está contido neste outro certo número de vezes. Um número pode ter mais de um divisor.

Por exemplo, os divisores do número 12 são: 1, 2, 3, 4, 6, e 12.

O conjunto dos divisores de 12 representamos assim:

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

Se um número é múltiplo de outro, ele é **"divisível"** por este outro.

Atenção:



- Zero não é divisor de nenhum número.
- Um é divisor de todos os números.

2.2.1 Critérios de Divisibilidade

Sem efetuarmos a divisão podemos verificar se um número é divisível por outro. Basta saber alguns critérios de divisibilidade:

- a) Por 2: Um número é divisível por 2 quando termina em 0, 2, 4, 6, ou 8.
Ou seja, quando ele é par. Exemplo: 14, 356, ...
- b) Por 3: Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 3.
Exemplo: 252 é divisível por 3 porque $2 + 5 + 2 = 9$ e 9 é múltiplo de 3.
- c) Por 4: Um número é divisível por 4 quando os dois últimos algarismos forem 0 ou formarem um número divisível por 4.
Exemplo: 500, 732, 812
- d) Por 5: Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.
Exemplo: 780, 935
- e) Por 6: Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.
Exemplo: 312, 732
- f) Por 9: Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 9.
Exemplo: 2.538, 7.560
- g) Por 10: Um número é divisível por 10 quando termina em zero.
Exemplo: 1.870, 540, 6.000

2.3 Mínimo Múltiplo Comum

Chama-se Mínimo Múltiplo Comum de dois ou mais números ao menor dos múltiplos comuns a esses números e que seja diferente de zero.

Exemplo:

Consideremos os números 3 e 4 e escrevamos alguns dos seus múltiplos. Teremos:

$$M(3) = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, \dots\}$$

$$M(4) = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, \dots\}$$

Observamos que há elementos comuns entre esses dois conjuntos. Portanto a interseção entre eles será:

$$M(3) \cap M(4) = \{0, 12, 24, 36, \dots\}$$

$$\text{m.m.c. } (3, 4) = 12$$

12 é o menor múltiplo comum de 3 e 4.

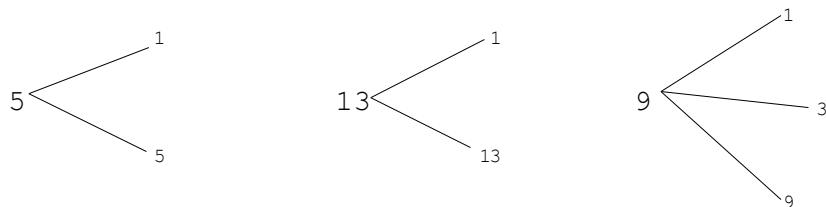
São processos práticos para o cálculo do **m.m.c.** de dois ou mais números:

- Decomposição em Fatores Primos e
- Decomposição Simultânea.

2.3.1 NÚMERO PRIMO.

Número Primo é todo número que possui somente dois divisores: a unidade (1) e ele mesmo.

Exemplo:



- O número 5 é primo, porque tem apenas dois divisores: a unidade (1) e ele mesmo (5)
- O número 13 é primo, porque tem apenas dois divisores: a unidade (1) e ele mesmo (13).
- O número 9 não é primo, porque tem mais de 2 divisores: 1, 3 e 9.

Observe agora, os Exemplos:



1 é o único divisor comum a 8 e 15, por isso dizemos que 8 e 15 são primos entre si.

Dois ou mais números são primos entre si, quando só admitem como divisor comum a unidade.

2.3.2 *Decomposição de um Número em Fatores Primos*

A decomposição em fatores primos é feita através de divisões sucessivas por divisores primos.

Exemplo:

30	2	o menor divisor primo de 30 é 2: 30 : 2 = 15
15	3	o menor divisor primo de 15 é 3: 15 : 3 = 5
5	5	o menor divisor primo de 5 é 5: 5 : 5 = 1
1		

Para decompor um número em seus fatores primos:

- 1º) Dividimos o número pelo seu menor divisor primo;
- 2º) Dividimos o quociente pelo seu menor divisor primo;
- 3º) E assim sucessivamente, até encontrarmos o quociente 1.

2.3.3 *1º Processo: Decomposição em Fatores Primos*

Para determinar o m.m.c. através da decomposição em fatores primos ou fatoração, procedemos da seguinte forma:

1. Decomponos em fatores primos os números apresentados.

Exemplo: 15 e 20

15	3	20	2
5	5	10	2
1		5	5
			1

2. Multiplicamos os fatores primos comuns e não comuns com seus maiores expoentes.

$$15 = 3 \times 5 \quad - \quad 20 = 2^2 \times 5$$

3. O produto será o m.m.c. procurado:

$$\text{m.m.c.} = (15, 20) = 2^2 \times 3 \times 5 = 4 \times 3 \times 5 = 60$$

2.3.4 2º Processo: Decomposição Simultânea

Podemos também determinar o m.m.c. através da decomposição simultânea (fatoração dos números ao mesmo tempo).

Exemplo:

- a) Calcular o m.m.c. (12, 18).

Solução: decompondo os números em fatores primos, teremos:

12	18		2
6	9		2
3	9		3
1	3		3
	1		

Portanto: $m.m.c. = 2^2 \times 3^2$ ou
 $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

- b) Determinar o m.m.c. (14, 45, 6)

14	45	6		2
7	45	3		3
7	15	1		3
7	5			5
7	1			7
1				

Portanto o m.m.c.
 $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ou
 $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 630$

Atenção:

O m.m.c. de números primos entre si é igual ao produto desses números.

2.4 Exercício - Mínimo Múltiplo Comum

- 1) Escreva até 6 múltiplos dos números:

- a) M (3) =
 b) M (4) =
 c) M (5) =
 d) M(10) =
 e) M(12) =

2) Escreva os divisores dos números dados:

a) $D(8)$ =

b) $D(12)$ =

c) D (36) =

d) $D(15)$ =

e) $D(24)$ =

3) Escreva um algarismo para que o número fique divisível por 3:

A) 134 _____

b) 73 _____

4) Risque os números divisíveis:

a) por dois: 7120 - 621 - 162 - 615 - 398 - 197 - 1009 - 74

b) por três: 4414 - 173 - 315 - 222 - 302 - 706 - 207

c) por cinco: 217 - 345 - 1642 - 700 - 325 - 801 - 12434 - 97

d) por dez: 153 - 140 - 1000 - 315 - 304 - 12360 - 712

5) Escreva, no ESPAÇO INDICADO, um algarismo conveniente para que o número formado seja divisível por:

a) dois e três: 4 0

b) cinco: 5 7

c) cinco e dez: 8 4

d) dois e cinco: 1 5

6) Determine usando a fatoração:

a) m.m.c. (12, 15) =

b) m.m.c. (6, 12, 15) =

c) m.m.c. (36, 48, 60) =

7) Calcule:

a) m.m.c. (5, 15, 35) =

b) m.m.c. (54, 72) =

c) m.m.c. (8, 28, 36, 42) =

d) m.m.c. (4, 32, 64) =

3 - Frações

3.1 Números Racionais

Consideremos a operação $4 : 5 = ?$ onde o dividendo não é múltiplo do divisor. Vemos que não é possível determinar o quociente dessa divisão no conjunto dos números naturais porque não há nenhum número natural que multiplicando por 5 seja igual a 4.

A partir dessa dificuldade, o homem sentiu a necessidade de criar um outro conjunto que permite efetuar a operação de divisão, quando o dividendo não fosse múltiplo do divisor. Criou-se, então, o conjunto dos Números Racionais.

Número racional é todo aquele que é escrito na forma $\frac{a}{b}$ onde a e b são números inteiros e b é diferente de zero.

São exemplos de números racionais:

$$\frac{1}{5}, \frac{3}{6}, \frac{15}{4}, \frac{36}{37}$$

3.2 Conceito de Fração:

Se dividirmos uma unidade em partes iguais e tomarmos algumas dessas partes, poderemos representar essa operação por uma fração.

Veja:



A figura foi dividida em três partes iguais. Tomamos duas partes. Representamos, então, assim: $\frac{2}{3}$. E lemos: dois terços.

O número que fica embaixo e indica em quantas partes o inteiro foi dividido, chama-se DENOMINADOR. O número que fica sobre o traço e indica quantas partes iguais foram consideradas do inteiro, chama-se NUMERADOR.

3.2.1 Leitura e Classificações das Frações

Numa fração, lê-se, em primeiro lugar, o numerador e, em seguida, o denominador.

- a) Quando o denominador é um número natural entre 2 e 9, a sua leitura é feita do seguinte modo:

$$\frac{1}{2} \quad \text{Um meio}$$

$$\frac{1}{3} \quad \text{Um terço}$$

$$\frac{1}{4} \quad \text{Um quarto}$$

$$\frac{1}{5} \quad \text{Um quinto}$$

$$\frac{1}{6} \quad \text{Um sexto}$$

$$\frac{1}{7} \quad \text{Um sétimo}$$

$$\frac{1}{8} \quad \text{Um oitavo}$$

$$\frac{1}{9} \quad \text{Um nono}$$

- b) Quando o denominador é 10, 100 ou 1000, a sua leitura é feita usando-se as palavras décimo(s), centésimo(s) ou milésimo(s).

$$\frac{1}{10} \quad \text{Um décimo}$$

$$\frac{7}{100} \quad \text{Sete centésimos}$$

$$\frac{20}{1000} \quad \text{Vinte milésimos}$$

$$\frac{33}{100} \quad \text{Trinta e três centésimos}$$

c) Quando o denominador é maior que 10 (e não é potência de 10), lê-se o número acompanhado da palavra "avos".

$$\frac{1}{15}$$

Um quinze avos

$$\frac{3}{29}$$

Três vinte e nove avos

$$\frac{13}{85}$$

Treze oitenta e cinco avos

$$\frac{43}{51}$$

Quarenta e três cinquenta e um avos

3.3 Frações Equivalentes/Classe de Equivalência.

Observe as figuras:



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{4}{6}$$



$$\frac{6}{9}$$

As frações $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{9}$ representam o mesmo valor, porém seus termos são números diferentes. Estas frações são denominadas Frações Equivalentes. Para obtermos uma fração equivalente a outra, basta multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número (diferente de zero).

Exemplo:

$$\frac{2}{5} \text{ é igual a } \frac{10}{25} \text{ pois } \frac{2 \times 5}{5 \times 5} = \frac{10}{25}$$

$$\frac{18}{21} \text{ é igual a } \frac{6}{7} \text{ pois } \frac{18 \div 3}{21 \div 3} = \frac{6}{7}$$

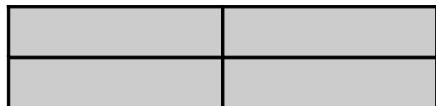
O conjunto de frações equivalentes a uma certa fração chama-se CLASSE DE EQUIVALÊNCIA.

Exemplo: Classe de equivalência de $\frac{1}{2} = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}\}$

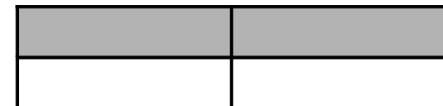
3.4 Números Mistas

Os números mistos são formados por uma parte inteira e uma fração própria.

1 Inteiro



$\frac{1}{2}$

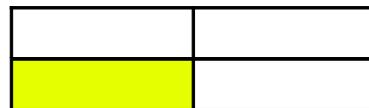
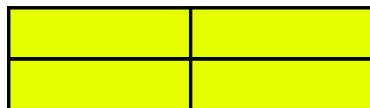


Representamos assim: $1 \frac{1}{2}$ E lemos: um inteiro e um meio

3.4.1 Extração de Inteiros

É o processo de transformação de fração imprópria em número misto.

Observe a figura:



Podemos representar essa fração de duas maneiras:

$$1 \frac{1}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{4}$$

Para transformar $\frac{5}{4}$ em número misto, ou seja, para verificar quantas vezes

$\frac{4}{4}$ cabe em $\frac{5}{4}$, procede-se assim:

É só dividir o numerador pelo denominador. O quociente será a parte inteira. O resto será o numerador e conserva-se o mesmo denominador.

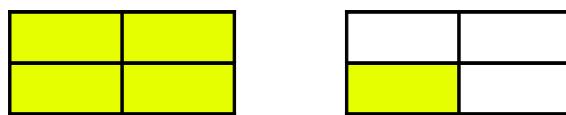


3.4.2 Transformação de Números Mistas em Frações Impróprias.

Observe o exemplo e a ilustração: Transformar $1 \frac{1}{4}$ em fração imprópria.

Solução: Consiste em transformar 1 em quartos e juntar com o outro quarto.

$$1 \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$$



$$\frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$$

Resumidamente, procede-se assim: Multiplica-se a parte inteira pelo denominador e adiciona-se o numerador ao produto obtido, mantendo-se o denominador.

3.5 Simplificação de Frações

Simplificar uma fração significa transformá-la numa fração equivalente com os termos respectivamente menores. Para isso, divide-se o numerador e o denominador por um mesmo número natural (diferente de 0 e de 1).

Exemplo: Simplificar $\frac{8}{16}$

$$\frac{8}{16} = \frac{8 \div 2}{16 \div 2} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

Quando uma fração não pode mais ser simplificada, diz-se que ela é **IRREDUTÍVEL** ou que está na sua forma mais simples. Nesse caso, o numerador e o denominador são primos entre si.

3.5.1 Redução de Frações ao mesmo Denominador

Reducir duas ou mais frações ao mesmo denominador significa obter frações equivalentes às apresentadas e que tenham todos o mesmo número para denominador.

Exemplo:

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ são equivalentes a $\frac{6}{12}, \frac{8}{12}$ e $\frac{9}{12}$ respectivamente.

Para reduzirmos duas ou mais frações ao mesmo denominador, seguimos os seguintes passos:

- 1º - Calcula-se o m.m.c. dos denominadores das frações que será o menor denominador comum.
- 2º - Divide-se o m.m.c. encontrado pelos denominadores das frações dadas.
- 3º - Multiplica-se o quociente encontrado em cada divisão pelo numerador da respectiva fração. O produto encontrado é o novo numerador.

Exemplo: Reduzir ao menor denominador comum as frações:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4} \text{ e } \frac{7}{6}$$

Solução:

1º - m.m.c. (2, 4, 6) = 12 é o denominador.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{rrr|r}
 2 & 4 & 6 & 2 \\
 1 & 2 & 3 & 2 \\
 & 1 & 3 & 3 \\
 & & 1 & \\
 \hline
 & & & 1
 \end{array}
 & \text{M.M.C} = 2 \times 2 \times 3 = 12
 \end{array}$$

2º - $12 \div 2 = 6$

$12 \div 4 = 3$

$12 \div 6 = 2$

3º - $\frac{1 \times 6}{12} = \frac{6}{12}, \frac{3 \times 3}{12} = \frac{9}{12}, \frac{7 \times 2}{12} = \frac{14}{12}$

Portanto:

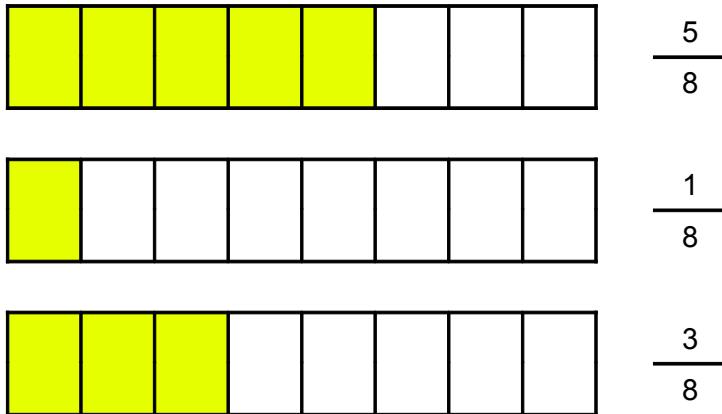
$\frac{6}{12}, \frac{9}{12}, \frac{14}{12}$ é a resposta

3.6 Comparação de Frações

Comparar duas frações significa estabelecer uma relação de igualdade ou desigualdade entre elas.

3.6.1 Frações com o mesmo Denominador

Observe:

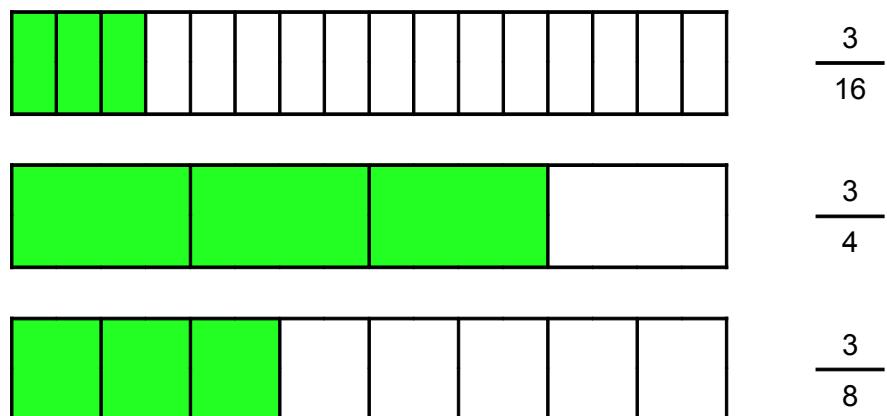


Percebe-se que : $\frac{5}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$

Então se duas ou mais frações tem o mesmo denominador, a maior é a que tem maior numerador.

3.6.2 Frações com o Mesmo Numerador

Observe:



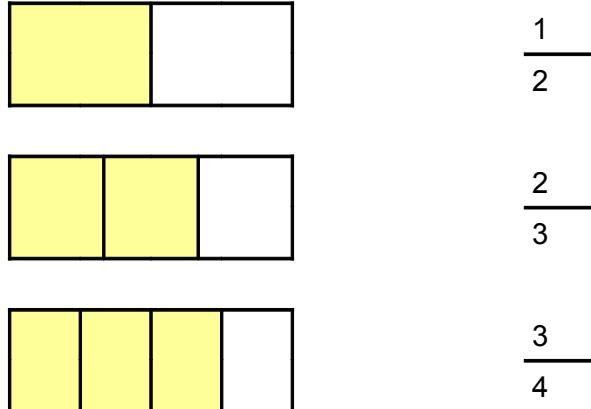
Percebemos que:

$$\frac{3}{16} < \frac{3}{8} < \frac{3}{4}$$

Então: Se duas ou mais frações tem o mesmo numerador, a maior é a que tem menor denominador.

3.6.3 Frações com os Numeradores e Denominadores Diferentes

Observe:



Para fazer a comparação de frações com numeradores e denominadores diferentes, reduzem-se as frações ao mesmo denominador.

Exemplo:

2	3	4	2	M.M.C = $2 \times 2 \times 3 = 12$
1	3	2	2	$12 \div 2 = 6$
			3	$12 \div 3 = 4$
			1	$12 \div 4 = 3$

Portanto temos:
 $\frac{1 \times 6}{12}, \frac{2 \times 4}{12}, \frac{3 \times 3}{12}$
 $\frac{6}{12}, \frac{8}{12}, \frac{9}{12}$

Já aprendemos que comparando frações com denominadores iguais a maior fração é a que tem o maior numerador.

Então: $\frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{6}{12}$ ou seja, $\frac{3}{4} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

3.7 Adição e Subtração de Frações

A soma ou diferença de duas frações é uma outra fração, obtida a partir do estudo dos seguintes "casos":

1º As Frações tem o mesmo Denominador: Adicionam-se ou subtraem-se os numeradores e repete-se o denominador.

Exemplo: $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5-3}{7} = \frac{2}{7}$$

2º As Frações tem Denominadores diferentes.

Reduzem-se as frações ao mesmo denominador, utilizando o M.M.C

Exemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{(2 \times 4) + (3 \times 3)}{12} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 4 \quad | \quad 2 \\
 3 \quad 2 \quad | \quad 2 \\
 3 \quad 1 \quad | \quad 3 \\
 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{M.M.C.} \\
 2 \times 2 \times 3 = 12
 \end{array}$$

3º Números Mistos.

Transformam-se os números mistos em frações impróprias e procede-se como nos 1º e 2º casos.

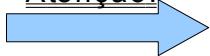
Exemplo:

$$2 \frac{1}{3} + 1 \frac{1}{4} = \frac{(2 \times 3) + 1}{3} + \frac{(1 \times 4) + 1}{4} = \frac{6+1}{3} + \frac{4+1}{4} = \frac{7}{3} + \frac{5}{4}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 4 \quad | \quad 2 \\
 3 \quad 2 \quad | \quad 2 \\
 3 \quad 1 \quad | \quad 3 \\
 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{M.M.C.} \\
 2 \times 2 \times 3 = 12
 \end{array}$$

$$\frac{7}{3} + \frac{5}{4} = \frac{(7 \times 4) + (5 \times 3)}{12} = \frac{28+15}{12} = \frac{43}{12}$$

Atenção:



Nas operações com frações, é conveniente simplificar e extrair os inteiros do resultado sempre que possível.

3.8 Multiplicação de Frações

A multiplicação de duas ou mais frações é igual a uma outra fração, obtida da seguinte forma: O numerador é o produto dos numeradores e o denominador é o produto dos denominadores.

Numa multiplicação de frações, costuma-se simplificar os fatores comuns ao numerador e ao denominador antes de efetua-la.

Exemplo:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{5} = \frac{2 \times 1}{1 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{10} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{1 \times 1 \times 3}{2 \times 6 \times 5} = \frac{3}{60}$$

3.9 Divisão de Frações Ordinárias

O quociente da divisão de duas frações é uma outra fração obtida da seguinte forma: Multiplica-se a primeira pela fração inversa da segunda. Para isso, exige-se:

- 1º - Transformar os números mistos em frações.
- 2º – Inverter a segunda fração.
- 3º - Simplificar.
- 4º - Multiplicar os numeradores entre si e os denominadores entre si.

Exemplo: $\frac{3}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{3 \times 7}{5 \times 4} = \frac{21}{20}$

$$2\frac{4}{7} \div 3 = \frac{(2 \times 7) + 4}{7} \div \frac{3}{1} = \frac{14 + 4}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{(18)^6}{7} \times \frac{1}{(3)_1} = \frac{6 \times 1}{7 \times 1} = \frac{6}{7}$$

Atenção:



Quando houver símbolo de polegada ou de outra unidade em ambos os termos da fração, esse símbolo deve ser cancelado.

Exemplo:

$$\frac{3'''}{4} \div \frac{5'''}{8} = \frac{3}{(4)_1} \times \frac{(8)^2}{5} = \frac{3 \times 2}{1 \times 5} = \frac{6}{5} = \frac{6'''}{5} = 1\frac{1'''}{5}$$

3.10 Partes Fracionárias de um Número

Para determinar partes fracionárias de um número, devemos multiplicar a parte fracionária pelo número dado.

Exemplo: Quanto vale dois terços de quinze.

$$\frac{2}{3} \text{ de } 15 = \frac{2}{3} \times 15 = \frac{2 \times 15}{3} = \frac{(30)^{10}}{(3)_1} = \frac{10}{1} = 10$$

3.11 Frações - Exercícios

- 1) Observando o desenho, escreva o que se pede:



- a) O inteiro foi dividido em partes iguais.
 b) As partes sombreadas representam partes desse inteiro.

- c) A fração representada é:
- d) O termo da fração que indica em quantas partes o inteiro foi dividido é o
- e) O termo da fração que indica quantas dessas partes foram tomadas é o
- 2) Escreva as frações representadas pelos desenhos:

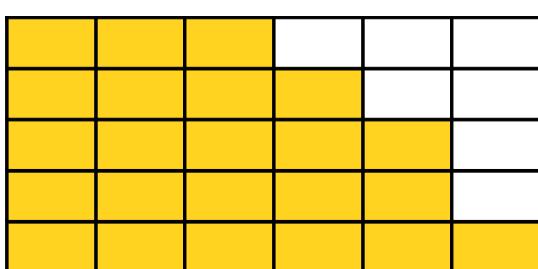
a)



c)



b)



d)



- 3) Represente com desenho as seguintes frações:

$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{9}$$

$$\frac{5}{3}$$

- 4) Numa pizzaria, Antônio comeu $\frac{1}{2}$ de uma pizza e Larissa comeu $\frac{2}{4}$ da mesma pizza.

- a) Quem comeu mais?
- b) Quanto sobrou da pizza?

- 5) Faça a leitura de cada uma das frações seguintes:

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{5}{100}$

e) $\frac{23}{43}$

6) Circule as frações equivalentes a:

a) $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}, \frac{3}{4}, \frac{5}{20}, \frac{3}{15}, \frac{4}{10}$

b) $\frac{6}{7} = \frac{10}{25}, \frac{3}{4}, \frac{12}{14}, \frac{18}{21}, \frac{7}{9}, \frac{30}{3}$

c) $\frac{6}{4} = \frac{12}{8}, \frac{5}{6}, \frac{5}{9}, \frac{3}{2}, \frac{7}{9}, \frac{27}{51}$

7) Transforme os números mistos em frações impróprias:

a) $2\frac{7}{9}$

b) $3\frac{1}{2}$

c) $12\frac{3}{7}$

d) $3\frac{10}{13}$

8) Extraia os inteiros das frações:

a) $\frac{13}{6}$

b) $\frac{16}{5}$

c) $\frac{8}{3}$

d) $\frac{19}{4}$

e) $\frac{7}{2}$

f) $\frac{25}{11}$

g) $\frac{14}{3}$

h) $\frac{17}{9}$

9) Simplifique as frações, tornando-as irredutíveis:

a) $\frac{2}{4}$

b) $\frac{6}{9}$

c) $\frac{9}{12}$

d) $\frac{12}{15}$

e) $\frac{15}{25}$

f) $\frac{18}{27}$

g) $\frac{27}{36}$

h) $\frac{24}{32}$

10) Reduza as frações ao mesmo denominador:

a) $\frac{1}{4}, \frac{5}{6}$

b) $\frac{1}{8}, \frac{3}{16}$

c) $\frac{3}{5}, \frac{6}{8}$

d) $\frac{2}{7}, \frac{1}{9}$

e) $\frac{1}{4}, \frac{10}{3}, \frac{5}{6}$

f) $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, 3$

g) $\frac{1}{10}, \frac{2}{3}, \frac{5}{2}$

h) $\frac{3}{4}, \frac{3}{7}, 4$

11) Compare as frações, escrevendo-as em ordem crescente:

a) $\frac{3}{4}, \frac{7}{4}, \frac{1}{4}$

b) $\frac{7}{3}, \frac{2}{3}, \frac{6}{3}, \frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{2}, \frac{3}{7}, \frac{3}{6}, \frac{3}{9}$

d) $\frac{7}{2}, \frac{7}{4}, \frac{7}{3}$

e) $\frac{3}{4}, \frac{7}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}$

f) $\frac{6}{3}, \frac{5}{2}, \frac{3}{6}, \frac{7}{2}, \frac{4}{5}$

12) Compare as frações apresentadas em cada item, escrevendo, entre elas, os sinais $<$ ou $>$ ou $=$:

a) $\frac{1}{5} \quad \frac{4}{5}$

b) $\frac{3}{2} \quad \frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4} \quad \frac{6}{8}$

d) $\frac{4}{8} \quad \frac{12}{24}$

e) $\frac{7}{6} \quad \frac{8}{5}$

f) $\frac{3}{12} \quad \frac{7}{28}$

g) $\frac{9}{15} \quad \frac{3}{5}$

h) $\frac{2}{7} \quad \frac{4}{15}$

i) $\frac{1}{5} \quad \frac{2}{9}$

13) Circule a maior fração:

a) $\frac{3}{5} \quad \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{9} \quad \frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4} \quad \frac{5}{6}$

d) $\frac{6}{10} \quad \frac{3}{6}$

e) $\frac{7}{6} \quad \frac{7}{8}$

f) $\frac{3}{12} \quad \frac{5}{12}$

12) Circule as frações menores do que um inteiro:

$$\frac{1}{3}, \frac{9}{8}, \frac{2}{12}, \frac{8}{12}, \frac{3}{4}, \frac{9}{5}, \frac{3}{23}$$

13) Observe as figuras e escreva as frações representadas:



Complete:

Essas frações representam o mesmo valor, porém seus termos são números diferentes. Essas frações são denominadas

14) Numere a 2^a coluna de acordo com a fração equivalente na 1^a:

- | | | | |
|----|---------------|-----|-----------------|
| a) | $\frac{6}{9}$ | () | $\frac{28}{32}$ |
| b) | $\frac{1}{2}$ | () | $\frac{25}{40}$ |
| c) | $\frac{7}{8}$ | () | $\frac{16}{64}$ |
| d) | $\frac{1}{4}$ | () | $\frac{2}{3}$ |
| e) | $\frac{5}{8}$ | () | $\frac{12}{15}$ |

15) Torne as frações irredutíveis:

- | | | | |
|----|-----------------|----|-------------------|
| a) | $\frac{24}{32}$ | b) | $\frac{100}{128}$ |
| c) | $\frac{12}{15}$ | d) | $\frac{202}{432}$ |
| e) | $\frac{48}{64}$ | f) | $\frac{81}{105}$ |

16) Circule as frações irredutíveis:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{4}{6} \quad \frac{18}{24} \quad \frac{12}{15} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{12}{13}$$

17) Determine a soma:

- | | | | |
|----|---|----|---|
| a) | $\frac{3}{4} + \frac{7}{4} + \frac{1}{4}$ | b) | $\frac{7}{3} + \frac{2}{3} + \frac{6}{3} + \frac{1}{3}$ |
| c) | $\frac{3}{2} + \frac{3}{7}$ | d) | $\frac{7}{2} + \frac{1}{4} + \frac{7}{3}$ |
| e) | $\frac{3}{4} + 3 + \frac{5}{6}$ | f) | $\frac{6}{3} + \frac{5}{2} + \frac{3}{6} + 7$ |

18) Efetue as adições e simplifique o resultado quando possível:

- | | | | |
|----|------------------------------|----|---|
| a) | $\frac{2}{4} + 2\frac{1}{4}$ | b) | $3\frac{1}{9} + \frac{4}{9}$ |
| c) | $\frac{3}{2} + 5\frac{3}{7}$ | d) | $\frac{2}{7} + 3\frac{1}{4} + \frac{7}{11}$ |

e) $2\frac{1}{7} + 1 + \frac{6}{9}$

f) $3\frac{6}{11} + 2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{2} + 13$

19) Quanto falta a cada fração para completar a unidade?

Exemplo: $\frac{5}{8} \rightarrow \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{13}{16}$

c) $\frac{12}{27}$

d) $\frac{17}{64}$

20) Efetue as subtrações indicadas:

a) $\frac{15}{10} - \frac{3}{10}$

b) $\frac{3}{9} - \frac{2}{9}$

c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

d) $3\frac{4}{13} - \frac{1}{2}$

e) $3 - \frac{5}{6}$

f) $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}$

21) Resolva:

a) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$

b) $\frac{7}{3} \times \frac{3}{5}$

c) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{3} \times \frac{2}{6}$

d) $\frac{6}{4} \times \frac{10}{9} \times \frac{3}{2}$

e) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3$

f) $\frac{2}{7} \times 28 \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{14} \times 4$

22) Qual o comprimento resultante da emenda de 16 barras em sentido longitudinal medindo cada uma $5\frac{3}{4}''$?

23) Calcule:

a) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{2}$

b) $\frac{7}{5} \div \frac{3}{5}$

c) $2\frac{3}{4} \div \frac{1}{3}$

d) $3\frac{3}{5} \div \frac{10}{11}$

e) $3\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{11}$

f) $5\frac{1}{7} \div 2\frac{3}{13}$

g) $\frac{1}{5} \text{ de } 32$

h) $\frac{3}{7} \text{ de } 49$

i) $\frac{5}{7} \text{ de } 350$

j) $\frac{1}{3} \text{ de } 300$

24) Leia com atenção os problemas e resolva:

a) Um carro percorre 8 Km com 1 litro de gasolina. Quantos quilômetros percorrerá com $10\frac{1}{2}$ litros?

b) Um vendedor tinha 4.850 parafusos e vendeu $\frac{3}{5}$ deles. Ele quer colocar o restante, igualmente em 10 caixas. Quanto deve colocar em cada caixa?

c) Coloquei $\frac{6}{12}$ de minhas ferramentas em uma caixa, $\frac{2}{4}$ em outra caixa e o restante deixei fora das caixas. Pergunta-se: Que parte de ferramentas ficou fora das caixas?

d) João encheu o tanque do seu carro. Gastou $\frac{2}{5}$ da gasolina para trabalhar e $\frac{1}{5}$ para passear no final de semana. Quanto sobrou de gasolina no tanque?

e) Numa oficina havia 420 veículos, $\frac{1}{4}$ eram caminhões. Quantos caminhões haviam na oficina?

f) Em uma caixa, os lápis estão assim distribuídos:

$\frac{1}{2}$ eram lápis vermelhos;

$\frac{1}{5}$ correspondem aos lápis azuis;

$\frac{1}{4}$ aos de cor preta.

Que fração corresponde ao total de lápis na caixa?

25) Luís percorreu $\frac{3}{4}$ da distância entre sua casa e seu trabalho. Sabendo-se que a distância

entre a casa de Luís e o seu trabalho é de 1.200m, quanto falta para Luis percorrer até chegar ao trabalho?

- | | |
|--------------|----------------|
| a) () 900m. | b) () 1.600 m |
| c) () 600m. | d) () 300 m |

26) Dividiu-se uma chapa de ferro de $10 \frac{1}{8}$ em 5 pedaços iguais, perdendo-se em cada corte $\frac{1}{32}$. Qual o comprimento de cada pedaço?

- | |
|---------------------|
| a) 2 $\frac{1}{2}$ |
| b) 1" |
| c) 2" |
| d) 1 $\frac{1}{16}$ |

27) Qual das frações abaixo é a menor:

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| a) $\frac{6}{5}$ | b) $\frac{7}{3}$ | c) $\frac{3}{9}$ | d) $\frac{5}{2}$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|

28) Qual das soluções abaixo está incorreta:

- | |
|--|
| a) $\frac{1}{2} + 2 - \frac{3}{4} = 2$ |
| b) $\frac{8}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{6} = 4 \frac{1}{6}$ |
| c) $\frac{3}{8} \times 2 + \frac{1}{2} = 4 \frac{1}{8}$ |
| d) $\frac{3}{2} \cdot 5 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ |

4 - Números Decimais

4.1 Conceito e Leitura

Já estudamos que uma fração é decimal, quando o seu denominador é o número 10 ou potência de 10.

Exemplos:

$\frac{5}{10}$ Lê-se cinco décimos;

$\frac{45}{1000}$ Lê-se quarenta e cinco milésimos;

As frações decimais podem ser representadas através de uma notação decimal que é mais conhecida por "número decimal".

Exemplos:

$\frac{1}{10} = 0,1$ Lê-se um décimo;

$\frac{1}{100} = 0,01$ Lê-se um centésimo;

$\frac{1}{1000} = 0,001$ Lê-se um milésimo;

Essa representação decimal de um número fracionário obedece ao princípio da numeração decimal que diz: "Um algarismo escrito à direita de outro representa unidades dez vezes menores que as desse outro.

Milhar	Centena	Dezena	Unidade Simples	Décimo	Centésimo	Milésimo	...
...	1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001

Em um número decimal:

- Os algarismos escritos à esquerda da vírgula constituem a parte inteira.
- Os algarismos que ficam à direita da vírgula constituem a parte decimal.

Exemplo:

Parte inteira → 12,63 ← Parte decimal

Lê-se doze inteiros e sessenta e três centésimos.

Para fazer a leitura de um número decimal, procede-se da seguinte maneira:

- 1- Enuncia-se a parte inteira, quando existe.
- 2- Enuncia-se o número formado pelos algarismos da parte decimal, acrescentando o nome da ordem do último algarismo.

Exemplos:

- 0,438 - Lê-se: quatrocentos e trinta e oito milésimos.
- 3,25 - Lê-se: três inteiros e vinte cinco centésimos.
- 47,3 - Lê-se: quarenta e sete inteiros e três décimos.

Observações:

- 1- O número decimal não muda de valor se acrescentarmos ou suprimirmos zeros à direita do último algarismo.

Exemplo: $0,5 = 0,50 = 0,500$

- 2- Todo número natural pode ser escrito na forma de número decimal, colocando-se a vírgula após o último algarismo e zero (s) a sua direita.

Exemplo: $34 = 34,000$ $1512 = 1512,00$

4.2 Transformação de Fração Decimal em Número Decimal

Para escrever qualquer número fracionário decimal, na forma de "Número Decimal", escreve-se o numerador da fração com tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

Exemplos:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $\frac{25}{10} = 2,5$ | b) $\frac{43}{1000} = 0,043$ |
| c) $\frac{135}{1000} = 0,135$ | d) $\frac{2343}{100} = 23,43$ |

4.3 Transformação de Número Decimal em Fração Decimal

Para transformar um número decimal numa fração decimal, escrevem-se no numerador os algarismos desse número e no denominador a potência de 10 correspondente à quantidade de ordens (casas) decimais.

Exemplos:

$$a) 0,34 = \frac{34}{100}$$

$$b) 0,037 = \frac{37}{1000}$$

$$c) 5,01 = \frac{501}{100}$$

$$d) 21,057 = \frac{21057}{1000}$$

4.4 Operações com Números Decimais

4.4.1 Adição e Subtração

Para adicionar ou subtrair dois números decimais, escreve-se um abaixo do outro, de tal modo que as vírgulas se correspondam (numa mesma coluna) e adicionam-se ou subtraem-se como se fossem números naturais.

Observações:

Costuma-se completar as ordens decimais com zeros à direita do último algarismo.

Exemplos:

$$a) 3,97 + 47,502 = 51,472$$
$$\begin{array}{r} 3,970 \\ + 47,502 \\ \hline 51,472 \end{array}$$

$$b) 4,51 - 1,732 = 2,778$$
$$\begin{array}{r} 4,510 \\ - 1,732 \\ \hline 2,778 \end{array}$$

No caso de adição de três ou mais parcelas, procede-se da mesma forma que na de duas parcelas.

Exemplos:

$$\begin{array}{r} 4,310 \\ 5,200 \\ + 17,138 \\ \hline 26,648 \end{array}$$

4.4.2 Multiplicação

Para multiplicar números decimais, procede-se da seguinte forma:

- 1º Multiplicam-se os números decimais, como se fossem naturais;
 - 2º No produto, coloca-se a vírgula contando-se da direita para a esquerda, um número de ordens decimais igual à soma das ordens decimais dos fatores.

Exemplo:

Para multiplicar um número decimal por 10, 100, 1000 ..., desloca-se a vírgula para a direita tantas ordens quantos forem os zeros do multiplicador.

Exemplos:

- $$\begin{array}{r} a) \quad 2,35 \quad \times \quad 10 = \quad 23,5 \\ b) \quad 43,1 \quad \times \quad 100 = \quad 4310 \\ c) \quad 0,3145 \times 1000 = \quad 314,5 \end{array}$$

Para multiplicar três ou mais fatores, multiplicam-se os dois primeiros; o resultado obtido multiplica-se pelo terceiro e assim por diante até o último fator.

Exemplo:

$$0.2 \times 0.51 \times 0.12 = 0.01224$$

4.4.3 *Divisão*

Para efetuarmos a divisão entre números decimais procedemos do seguinte modo:

- 1) igualamos o número de casas decimais do dividendo e do divisor acrescentando zeros;
 - 2) eliminamos as vírgulas;
 - 3) efetuamos a divisão entre os números naturais obtidos.



Atenção:

Se a divisão não for exata, para continua-la colocamos um zero à direita do novo dividendo e acrescenta-se uma vírgula no quociente.

1º Exemplo: $3,927 \div 2,31 = 1,7$

$$\begin{array}{r}
 3,927 \\
 - \underline{2\ 310} \\
 \underline{16170} \\
 - \underline{16170} \\
 \hline 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2,310 \\
 \hline 1,7
 \end{array}$$

2º Exemplo: $47,76 \div 24 = 1,99$

$$\begin{array}{r}
 47,76 \\
 - \underline{24\ 00} \\
 \underline{23\ 76\ 0} \\
 - \underline{21\ 60\ 0} \\
 \underline{216\ 0\ 0} \\
 - \underline{216\ 0\ 0} \\
 \hline 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 24,00 \\
 \hline 1,99
 \end{array}$$

Para dividir um número decimal por 10, 100 ou 1000 ..., desloca-se a vírgula no dividendo para a esquerda tantas ordens quantos forem os zeros do divisor.

Exemplos:

a) Dividir 47,235 por 10, basta deslocar a vírgula uma ordem para esquerda.

$$47,235 \div 10 = 4,7235$$

b) Dividir 58,4 por 100, basta deslocar a vírgula duas ordens para a esquerda.

$$58,4 \div 100 = 0,584$$

Quando a divisão de dois números decimais não é exata, o resto é da mesma ordem decimal do dividendo original.

Exemplo: $39,276 \div 0,7 = 56,108$ resto 0,004

$$\begin{array}{r}
 39,276 \\
 - \underline{35\ 00} \\
 \underline{4\ 276} \\
 - \underline{4\ 200} \\
 \underline{76\ 0} \\
 - \underline{70\ 0} \\
 \underline{60\ 0} \\
 - \underline{56\ 0\ 0} \\
 \hline 4\ 0\ 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0,700 \\
 \hline 56,108
 \end{array}$$

4.5 Números Decimais - Exercícios

1) Escreva com algarismos, os seguintes números decimais:

- a) Um inteiro e três décimos
- b) Oito milésimos
- c) Quatrocentos e cinqüenta e nove milésimos
- d) Dezoito inteiros e cinco milésimos
- e) Vinte cinco inteiros e trinta e sete milésimos

2) Represente em forma de números decimais:

- a) 97 centésimos =
- b) 8 inteiros e 5 milésimos =
- c) 2 inteiros e 31 centésimos =
- d) 475 milésimos =

3) Observe os números decimais e complete com os sinais:

> < =

a)	1,789	2,1
b)	3,78	3,780
c)	4,317	43,27
d)	42,05	42,092
e)	8,7	8,512

4) Escreva em forma de número decimal as seguintes frações decimais:

- | | |
|--------------------|---------------------|
| a) $\frac{3}{10}$ | b) $\frac{5}{1000}$ |
| c) $3\frac{8}{10}$ | d) $2\frac{3}{100}$ |

5) Escreva na forma de fração decimal:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) 0,5 = | b) 0,072 = |
| c) 8,71 = | d) 64,01 = |
| e) 0,08 = | f) 347,28 = |
| g) 0,481 = | h) 0,12 = |
| i) 0,201 = | j) 0,873 = |

6) Arme e efetue as adições:

a) $0,8 + 6,24 =$
b) $2,9 + 4 + 5,432 =$
c) $6 + 0,68 + 1,53 =$
d) $19,2 + 2,68 + 3,062 =$

7) Arme e efetue as subtrações:

a) $36,45 - 1,2 =$ b) $4,8 - 1,49 =$
c) $9 - 2,685 =$ d) $76,3 - 2,546 =$

8) Arme, efetue e tire a prova:

a) $650,25 \times 3,8 =$
b) $48 \div 2,4 =$
c) $0,60 \div 0,12 =$
d) $6,433 + 2 + 1,6 =$
e) $9 - 2,5 =$

9) Resolva:

a) $36,4 + 16,83 + 2,308 =$
b) $93,250 - 1,063 =$
c) $67403 \times 6,9 =$
d) $204,35 \div 48 =$

10) Atenção! Efetue sempre antes o que estiver dentro dos parênteses:

a) $(0,8 - 0,3) + 0,5 =$ b) $(1,86 - 1) + 0,9 =$
c) $(5 - 1,46) + 2,68 =$ d) $(1,68 + 3,2) - 2,03 =$
e) $(0,8 - 0,5) + (6,5 \times 3) =$ f) $0,4 - (0,2 \times 0,35) =$

11) Arme e efetue as operações:

a) $0,471 + 5,9 + 482,23 =$
b) $6,68 \times 5,986 =$
c) $5,73 \times 6,8 =$
d) $24,8 \div 6,2 =$

12) Calcule:

a) $0,0789 \times 100 =$ b) $0,71 \div 10 =$
c) $0,6 \div 100 =$ d) $8,9741 \times 1000 =$

13) Torne:

- a) $3,85$ dez vezes maior = b) $42,6$ dez vezes menor =
 c) $0,153$ dez vezes maior = d) $149,2$ cem vezes menor =
 e) $1,275$ mil vezes maior =

14) Resolva o problema:

Jorge pintou um carro em 2 dias. Sabendo-se que ele pintou $0,4$ do carro no 1° dia, quanto ele pintou no 2° dia?

15) Relacione os elementos por igualdade:

a)

$3\frac{1}{10}$	$\frac{31}{10}$
$\frac{3}{10}$	$3\frac{1}{100}$

b)

$0,31$	
$0,3$	$3,1$
$3,01$	

16) Observe os elementos dos conjuntos acima e marque as sentenças que são verdadeiras:

- a) Nenhum elemento do conjunto A é maior do que 1 .
 b) Todos os elementos de A são maiores que zero.
 c) Nenhum elemento de B é menor que 1 .
 d) Todos os elementos de B são menores que 10 .

17)

A

$8\frac{2}{10}$	$8\frac{2}{100}$
$8\frac{2}{1000}$	
$\frac{82}{1000}$	$\frac{82}{100}$

B

$8,002$	$0,82$
$8,02$	
$8,2$	$0,082$

a) Relacione os elementos dos conjuntos A e B e escreva verdadeiro ou falso.

- () 1 - Nenhum elemento do conjunto A é maior do que 1 .
 () 2 - Todos os elementos de B são maiores que zero.
 () 3 - Nenhum elemento de B é menor do que 1 .
 () 4 - Todos os elementos de A são maiores que 10 .

18) Arme e efetue as operações abaixo:

- a) $3 \div 0,05 =$
- b) $6,52 \times 38 =$
- c) $26,38 + 2,953 + 15,08 =$
- d) $7,308 - 4,629 =$
- e) $63,50 \div 4,9 =$

19) Calcule os quocientes abaixo com duas casas decimais:

- a) $2,4 \div 0,12 =$
- b) $5,85 \div 0,003 =$
- c) $0,3 \div 0,008 =$
- d) $48,6 \div 0,16 =$

5 - Medidas de Comprimento

5.1 Conceito de Medida

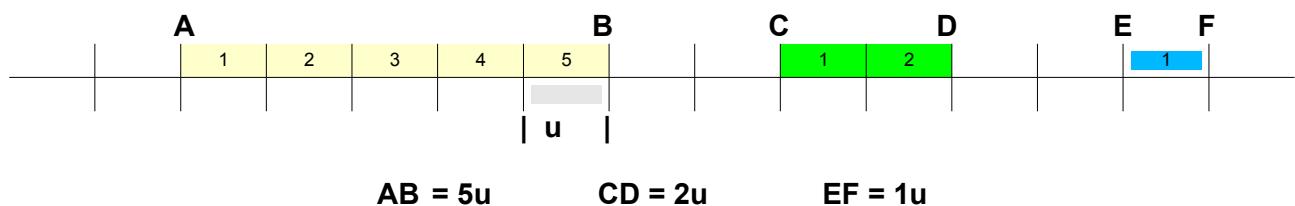
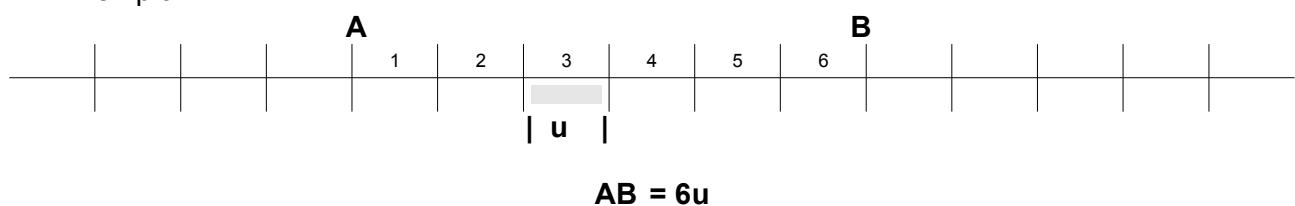
Medir uma grandeza é compará-la com outra da mesma espécie tomada como unidade.

Exemplo: Consideremos dois pontos quaisquer de uma reta r , aos quais daremos as letras **A** e **B**.



A parte de reta compreendida entre os pontos **A** e **B** é chamada **segmento de reta**. Para medir o segmento de reta **AB**, escolhemos um segmento unitário **u** que será a unidade de medida.

Exemplo:



Qualquer segmento pode ser escolhido para unidade de comprimento. Porém se cada pessoa pudesse escolher livremente uma unidade de comprimento para medir um segmento **AB**, este apresentaria diferentes medidas, dependendo da unidade usada. Assim, existe a necessidade de se escolher uma unidade padrão de comprimento, isto é, uma unidade de comprimento conhecida e aceita por todas as pessoas.

5.2 **Medidas de Comprimento**

A unidade padrão de comprimento é o metro. O metro é o comprimento assinalado sobre uma barra metálica depositada no Museu Internacional de Pesos e Medidas, na cidade de Sèvres (França). O metro com seus múltiplos forma o **Sistema Métrico Decimal** que é apresentado no seguinte quadro:

Unidade	Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
Símbolo	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Valor	1.000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 cm	0,001 mm

5.2.1 **Leitura de Comprimentos**

Cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior:

$$\begin{array}{lll} 1 \text{ km} = 10 \text{ hm} & 1 \text{ hm} = 10 \text{ dam} & 1 \text{ dam} = 10 \text{ m} \\ 1 \text{ m} = 10 \text{ dm} & 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} & 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm} \end{array}$$

Em consequência, cada unidade de comprimento é igual a 0,1 da unidade imediatamente superior:

$$\begin{array}{lll} 1 \text{ hm} = 0,1 \text{ km} & 1 \text{ dam} = 0,1 \text{ hm} & 1 \text{ m} = 0,1 \text{ dam} \\ 1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m} & 1 \text{ cm} = 0,1 \text{ dm} & 1 \text{ mm} = 0,1 \text{ cm} \end{array}$$

A leitura e a escrita de um número que exprime uma medida de comprimento (número seguido do nome da unidade) é feita de modo idêntico aos números decimais.

Veja como você deve ler alguns comprimentos:

0,1 m 1 décimo de metro ou **1 decímetro**
 0,25 m vinte e cinco centésimos de metro ou **vinte e cinco centímetros**
 6,37 m seis inteiros e trinta e sete centésimos de metro ou **637 centímetros**

5.2.2 **Mudanças de Unidade**

Para passar de uma unidade para outra imediatamente inferior, devemos fazer uma multiplicação por 10, ou seja, devemos deslocar a vírgula um algarismo para a direita.

Exemplos:

$$3,72 \text{ dam} = (3,72 \times 10) \text{ m} = 37,2 \text{ m}$$

$$5,89 \text{ dam} = (5,89 \times 10) \text{ m} = 58,9 \text{ m}$$

Para passar de uma unidade imediatamente superior, devemos fazer uma divisão por 10, ou seja, devemos deslocar a vírgula de um algarismo para esquerda.

Exemplos:

$$389,2 \text{ cm} = (389,2 : 10) \text{ dm} = 38,92 \text{ dm}$$

$$8,75 \text{ m} = (8,75 : 10) \text{ dam} = 0,875 \text{ dam}$$

Para passar de uma unidade para outra qualquer, basta aplicar sucessivamente uma das regras anteriores:

Exemplos:

a) $3,584 \text{ km} = 35,84 \text{ hm} = 358,4 \text{ dam} = 3584 \text{ m}$

b) $87,5 \text{ dm} = 8,75 \text{ m} = 0,875 \text{ dam} = 0,0875 \text{ hm}$

5.3 Exercícios - Medidas de Comprimento

1) Escreva a unidade mais adequada quando você quer medir:

- a) O comprimento da sala de aula:
- b) A distância entre Araranguá e Porto Alegre:
- c) A largura de um livro:
- d) A folga de virabrequim:

2) Escreva as medidas:

- a) 8 hectômetros e 9 decâmetros:
- b) 3 metros e 5 milímetros:
- c) 27 metros e 5 milímetros:
- d) 1 metro e 17 centímetros:
- e) 15 decímetros e 1 milímetro:

3) Transforme cada medida apresentada para a unidade indicada:

- a) $527 \text{ m} = \dots \text{ cm}$
- b) $0,783 \text{ m} = \dots \text{ mm}$
- c) $34,5 \text{ da m} = \dots \text{ cm}$
- d) $0,8 \text{ m} = \dots \text{ mm}$
- e) $22,03 \text{ m} = \dots \text{ dm}$

4) Reduza para a unidade indicada:

- a) $5\text{ m} = \dots\text{ dm}$
- b) $6\text{ m} = \dots\text{ cm}$
- c) $7\text{ m} = \dots\text{ mm}$
- d) $9\text{ dm} = \dots\text{ cm}$
- e) $12\text{ dm} = \dots\text{ mm}$
- f) $18\text{ cm} = \dots\text{ mm}$
- g) $0,872\text{ m} = \dots\text{ mm}$

5) Como se lêem as medidas:

- a) $38,65\text{ m} = \dots$
- b) $1,50\text{ m} = \dots$
- c) $13,08\text{ km} = \dots$
- d) $2,37\text{ hm} = \dots$
- e) $9,728\text{ m} = \dots$

6) Marque as afirmativas com **V** ou **F**:

- a) () A unidade 100 vezes menor que o metro é o centímetro.
- b) () O metro é a medida usada para medir comprimento.
- c) () A abreviatura de decâmetro é dm.
- d) () $1\text{ m} = 10\text{ cm}$.
- e) () 1000 mm corresponde a 1 metro.
- f) () As unidades de comprimento variam de 10 em 10.

7) Com base na tabela , represente:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

- a) oito hectômetros e cinco metros.
- b) doze decâmetros e sete centímetros.
- c) cinqüenta e um metros e nove milímetros.
- d) vinte e cinco hectômetros e dezenove decímetros.
- e) dois metros e cinco milímetros.

8) Descubra as medidas representadas no quadro e a seguir, escreva por extenso:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	1	0	0	3		
			4	5		
				2	1	6
			3	0	0	7
		1	6	0	5	

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

9) Resolva os problemas com toda a atenção:

- a) Júlio tem 1,72 m de altura e Paulo tem 1,58 m. Qual a diferença de altura dos dois meninos?
- b) Alice que colocar o rodapé na sala. A sala tem forma retangular com medidas iguais 3,5 m e 4,2 m. Quantos metros de rodapé serão colocados nesta sala?
- c) Um vendedor tinha uma peça de tecido com 6,5 m. Ontem, vendeu 2,4 m deste tecido a uma freguesa e hoje vendeu mais 1,3 m da mesma fazenda. Quantos metros sobraram?
- d) Uma barra de ferro com 8 m será repartida em 32 pedaços do mesmo tamanho. Quanto medirá cada pedaço?
- e) Um lote de forma quadrada será cercado com 3 voltas de arame. Quantos metros de arame serão gastos, se o lado do lote tem 22,5 m?

6 - Proporção\Razão e Regra de Três

6.1 Razão

Na linguagem do dia a dia, costuma-se usar o termo razão com o mesmo significado da matemática, ou seja, da divisão indicada de dois números.

Assim, tem-se, por exemplo:

- A quantidade de litros de álcool adicionado à gasolina está na razão de 1 para 4 ou $(1/4)$. Isso quer dizer que adiciona- se 1 litro de álcool a cada 4 litros de gasolina.
- Em cada 10 carros de um estacionamento, 6 são de marca X ou $10/6$

A partir da análise desses 2 tipos de situações, apresentamos a seguinte definição: Razão entre dois números é o quociente do primeiro pelo segundo. Representa-se uma razão entre dois números a e b ($b \neq 0$) por a/b ou $a : b$ (lê-se: "a está para b").

Exemplos:

- A razão entre os números 3 e 5 é $3/5$ ou $3 : 5$ (lê-se: "3 está para 5").
- A razão entre os números 1 e 10 é $1 : 10$ (lê-se: "1 está para 10").
- A razão entre os números 7 e 100 é $7/100$ ou $7 : 100$ (lê- se: "7 está para 100").

Os termos da RAZÃO são:

$$\frac{12}{2} \quad \begin{matrix} \text{Antecedente} \\ \text{Consequente} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 12 \div 2 \\ \text{Antecedente} \quad \text{Consequente} \end{matrix}$$

- O conseqüente (o divisor) deve ser sempre diferente de zero.
- Para determinar o valor de uma razão, basta dividir o antecedente pelo conseqüente.

6.1.1 Inversa de uma razão

A inversa de uma razão é determinada trocando-se a posição dos termos da razão considerada.

Exemplo: a inversa da razão $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$. Logo, duas razões são inversas, quando o antecedente de uma é igual ao conseqüente da outra.

6.1.2 Cálculo de uma razão

- a) O valor da razão é um número inteiro.

Exemplo:

$$3 : 1,5 = 2 \quad \begin{array}{r} 3,0 \quad | \quad 1,5 \\ \hline 0 \quad 2 \end{array}$$

- b) O valor da razão é uma fração.

Exemplo:

$$\frac{1}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{9} \quad \frac{1}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{1 \times 4}{3 \times 3} = \frac{4}{9}$$

- c) O valor da razão é um número decimal.

Exemplo:

$$16 : 5 = 3,2 \quad \begin{array}{r} 16 \\ \hline - 15 \\ \hline 10 \\ - 10 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 3,2 \end{array}$$

- d) Para determinar a razão de duas medidas diferentes, é necessário fazer a conversão para uma mesma unidade. No caso, reduziremos a cm:

Exemplo:

$$\frac{2 \text{ m}}{25 \text{ cm}} = \frac{200 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 8$$

6.2 Proporção

Chama-se proporção à igualdade entre duas razões. De um modo genérico, representa-se uma proporção por uma das formas:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \dots \dots a \div b :: c \div d$$

Lê-se "a está para b, assim como c está para d". ($b \neq 0$ e $d \neq 0$)

Exemplos:

a) As razões $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{9}$ formam a proporção $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

b) As razões 3 : 2 e 9 : 6 formam a proporção 3 : 2 :: 9 : 6

Observação: Uma proporção representa uma equivalência entre duas frações.

Os números que se escrevem numa proporção são denominados termos, os quais recebem nomes especiais: o primeiro e o último termo recebem o nome de extremos e os outros dois recebem o nome de meios

extremo	meio	meios
↓	↓	↓
$\frac{9}{12}$	$\frac{6}{8}$	$9 : 12 :: 6 : 8$
↑	↑	↑
meio	extremo	extremos ↗

6.2.1 Propriedade fundamental das proporções

Observe a proporção $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$ e examine o que ocorre com os produtos dos termos do mesmo nome.

$$\text{produto dos meios} = 8 \times 9 = 72$$

$$\text{produto dos extremos} = 6 \times 12 = 72$$

Com isso, podemos concluir que: **O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.** Se numa proporção, três termos forem conhecidos e um desconhecido pode-se determiná-lo aplicando a propriedade fundamental das proporções.

Exemplo:

a) na proporção $\frac{a}{2} = \frac{3}{6}$, determine o valor de "a".

$$\frac{a}{2} = \frac{3}{6} \rightarrow a \times 6 = 3 \times 2 \quad a = \frac{6}{6} \quad a = 1$$

b) Determinar o valor de x na proporção $\frac{3}{5} = \frac{x}{7}$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{7} \rightarrow 3 \cdot 7 = x \cdot 5 \quad x = \frac{21}{5} \quad x = 4,2$$

Importante: Nas proporções, costuma-se guardar o lugar do termo desconhecido pelas letras **a**, **x**, **y**, **z** ou qualquer outro símbolo. Se forem desconhecidos os dois meios ou os dois extremos caso sejam iguais, deverá multiplicar os termos conhecidos e extrair a raiz quadrada do produto obtido.

Exemplo:

Calcular o valor de **y** na proporção $\frac{16}{z} = \frac{z}{4}$

$$\frac{16}{z} = \frac{z}{4} \rightarrow 16 \cdot 4 = z \cdot z \quad z^2 = 64 \quad z = \sqrt{64} \quad z = 8$$

6.3 Grandezas proporcionais

Na matemática, entende-se por **GRANDEZA** tudo que é suscetível de aumento ou diminuição. Duas ou mais grandezas podem ser diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

6.3.1 Grandezas diretamente proporcionais

Suponhamos que um parafuso custe R\$ 0,10 e observamos que, aumentando-se a quantidade de parafusos, aumentará o custo da quantidade, ou seja:

1 parafuso custa	R\$ 0,10
2 parafusos custam	R\$ 0,20
3 parafusos custam	R\$ 0,30

Diz-se que essas grandezas "quantidade de um produto" e "custo" são diretamente proporcionais porque ao dobro de uma corresponde o dobro da outra, ao triplo de uma, corresponde o triplo da outra e assim sucessivamente.

Desse modo afirma-se que:

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, aumentando-se uma delas, a outra aumenta na mesma proporção.

6.3.2 Grandezas inversamente proporcionais

Suponhamos que a distância entre duas cidades é de 240 Km e que um automóvel faz este percurso em 4 horas, a uma velocidade de 60 Km por hora (60

Km/h). Observemos que, aumentando-se a velocidade, diminuirá o tempo gasto no percurso, ou diminuindo a velocidade, aumentará o tempo.

Exemplo:

30 Km/h	gastará	8 h
40 Km/h	gastará	6 h
60 Km/h	gastará	4 h

Pode-se observar que essas grandezas "velocidade" e "tempo de percurso" são inversamente proporcionais porque, quando a velocidade duplica, o tempo se reduz à metade e assim por diante.

Desse modo afirma-se que: Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, aumentando-se uma delas, a outra diminui na mesma proporção. Para formar a proporção correspondente, deve-se considerar o inverso da razão relativa às grandezas inversamente proporcionais.

Exemplo:

VELOCIDAD E	TEMPO	RAZÕES	PROPORÇÃO CORRESPONDENTE
a) 30 Km/h 60 Km/h	8 h 4 h	$\frac{30}{60}$ e $\frac{8}{4}$	$\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ $\frac{30}{60} = \frac{4}{8}$
b) 40 Km/h 60 Km/h	6 h 4 h	$\frac{40}{60}$ e $\frac{6}{4}$	$\frac{40}{60} = \frac{1}{2}$ $\frac{40}{60} = \frac{4}{6}$

6.4 Regra de Três

Uma regra de três é uma regra prática que permite resolver problemas através de proporções, envolvendo duas ou mais grandezas, direta ou inversamente proporcionais. Uma regra de três é comumente classificada em simples ou composta.

6.4.1 Regra de Três Simples

Uma regra de três é simples quando envolve apenas duas grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

Para resolver uma regra de três simples, segue-se a seguinte orientação:

- escrever, numa mesma linha, as grandezas de espécies diferentes que se correspondem;
- escrever, numa mesma coluna, as grandezas de mesma espécie;
- determinar quais são as grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais;
- formar a proporção correspondente;
- resolver a equação obtida.

 Observação: Ao formar a proporção, deve-se considerar o inverso da razão correspondente quando for grandezas inversamente proporcionais.

Exemplos:

a) Se três limas custam R\$ 27,00, quanto se pagará por 7 limas iguais às primeiras?

Para resolver o problema, procede-se assim:

1º) Organizam-se as sucessões com elementos da mesma espécie. É comum organizar as sucessões verticalmente para depois calcular:

↓	Limas	R\$	↓
	3	R\$ 27,00	
	7	x	

2º) Valendo-se do seguinte raciocínio: "se três limas custam R\$ 27,00, aumentando as limas, aumentarão os reais, logo, a regra é simples.

3º) A proporção correspondente será:

$$\frac{3}{7} = \frac{27}{X}$$

4º) De acordo com a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$3 \cdot X = 27 \cdot 7$$

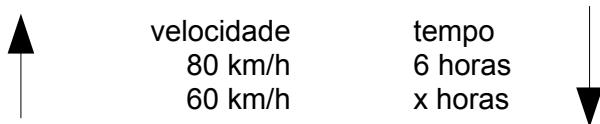
5º) Resolvendo a equação formada, tem-se:

$$X = \frac{27 \cdot 7}{3} = 9 \cdot 7 = 63$$

RESPOSTA: O preço das limas será R\$ 63,00

b) Um automóvel, em velocidade constante de 80 km/h, percorre uma certa distância em 6 horas. Em quantas horas fará o mesmo percurso se diminuir a velocidade para 60 km/h?

SOLUÇÃO: As grandezas são inversamente proporcionais, pois, diminuindo a velocidade, aumentará o tempo de percurso. Daí escreve-se:



- Logo, a proporção correspondente será:

$$\frac{80}{60} = \frac{1}{\frac{6}{X}}$$

- Pela propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$\frac{80}{60} = \frac{1}{\frac{6}{X}} \rightarrow \frac{80}{60} = \frac{X}{6} \rightarrow 80 \cdot 6 = X \cdot 60$$

- Resolvendo-se a equação formada:

$$80 \cdot 6 = X \cdot 60 \rightarrow X = \frac{80^3 \cdot 6}{60} = \frac{8 \cdot 6^1}{6^1} = \frac{8 \cdot 1}{1} = 8$$

$$x = 8$$

RESPOSTA: O automóvel fará o percurso em 8 horas.

Vimos que a sucessão que contém (x) serve de base para saber se qualquer uma outra é direta ou inversa. Se é direta, recebe as setas no mesmo sentido e se inversa, em sentidos opostos.

6.4.2 Regra de Três Composta

Uma regra de três é composta, quando envolve três ou mais grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

Para se resolver uma regra de três composta, seguem-se os seguintes passos:

- escrever, numa mesma linha, as grandezas de espécies diferentes que se correspondem;
- escrever, numa mesma coluna, as grandezas de mesma espécie;
- determinar quais são as grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais, considerando-se separadamente, duas a duas, as colunas das grandezas envolvidas, uma das quais deve ser, sempre a coluna que contém a incógnita;
- formar a proporção correspondente;
- resolver a equação formada.



Observação: Ao formar a proporção, deve-se considerar o inverso da razão correspondente às grandezas inversamente proporcionais.

Exemplo:

a) Quatro operários, em 6 dias, montam 48 bicicletas. Quantas bicicletas do mesmo tipo são montadas por 10 operários em 9 dias?

SOLUÇÃO: escrevendo-se as linhas e as colunas:

OPERÁRIOS	DIAS	BICICLETAS
4	6	48
10	9	x

- Comparando cada grandeza com a que tem o termo desconhecido:
 - As grandezas "operários" e "bicicletas" são diretamente proporcionais (aumentando uma, aumentará a outra), logo, as setas devem ter o mesmo sentido, ou seja:

OPERÁRIOS	DIAS	BICICLETAS
4	9	48
10	6	x

- As grandezas "dias" e "bicicletas" são diretamente proporcionais, logo, as setas devem ter o mesmo sentido, ou seja:

OPERÁRIOS	DIAS	BICICLETAS
4	6	48
10	9	x

- As razões correspondentes a essas grandezas são:

$$\frac{4}{10} \quad \frac{6}{9} \quad \frac{48}{X}$$

- Uma vez que as grandezas envolvidas são todas diretamente proporcionais, tem-se que: $48/X$ é proporcional a $6/9$ e, ao mesmo tempo, é proporcional a $4/10$, logo, será proporcional ao produto:

$$\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9}$$

- Portanto, para escrever a proporção correspondente, deve-se igualar a razão que tem o termo desconhecido, com o produto das razões relativas às outras grandezas. Escreve-se:

$$\frac{48}{X} = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9}$$

- Pela propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$\frac{48}{X} = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \quad \frac{48}{X} = \frac{4 \cdot 6}{10 \cdot 9} = \frac{24}{90}$$

$$48 \cdot 90 = X \cdot 24 \quad X = \frac{48 \cdot 90}{24} = \frac{2 \cdot 90}{1} = 180$$

- Resolvendo-se essa equação, vem: $x = 180$
- RESPOSTA: serão montadas 180 bicicletas.

- b) Se 8 operários constroem, em 6 dias, um muro com 40 m de comprimento, quantos operários serão necessários para construir um outro muro com 70 m, trabalhando 14 dias?

SOLUÇÃO: Escrevendo-se as linhas e as colunas:

OPERÁRIOS	DIAS	MURO
8	6	40
x	14	70

- Comparando-se cada grandeza com a que tem o termo desconhecido:
 - As grandezas "operários" e "metros" são diretamente proporcionais (aumentando uma, aumentará a outra), logo, as setas devem ter o mesmo sentido, ou seja:

OPERÁRIOS	DIAS	MURO
8	6	70
x	14	40

- As grandezas "operários" e "dias" são inversamente proporcionais (aumentando uma, diminuirá a outra), logo, as setas devem ter sentido contrário, ou seja:

OPERÁRIOS	DIAS	MURO
8	6	40
x	14	70

- As razões relativas a essas grandezas são:

$$\frac{8}{x} = \frac{1}{6} \times \frac{40}{70} \quad \text{ou} \quad \frac{8}{x} = \frac{14}{6} \times \frac{40}{70}$$

- Para escrever a proporção correspondente, deve-se igualar a razão da grandeza desconhecida no produto do inverso das razões relativas às grandezas inversamente proporcionais:

$$\frac{8}{x} = \frac{560}{420}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{56}{42}$$

- Pela propriedade fundamental das proporções:

$$\frac{8}{X} = \frac{56}{42}$$

$$8 \cdot 42 = X \cdot 56$$

$$X = \frac{8 \cdot 42}{56}$$

$$X = \frac{42}{7} = 6$$

- RESPOSTA: Serão necessários 6 operários.

6.5 Exercícios - Proporcionalidade

1) Escreva a razão entre cada um dos pares de números seguintes:

a) 3 e 5 b) 7 e 4 c) 1 e 8 d) 2 e 2 e) 6 e 9

2) Escreva a razão inversa de cada uma das razões seguintes:

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{2}$

c) $\frac{7}{10}$

d) 4 : 7

e) 9 : 5

3) Identifique quais são os extremos e quais são os meios nas proporções:

a) $\frac{7}{8} :: \frac{21}{24}$

b) 5 : 3 :: 15 : 9

4) Determine a razão entre as medidas:

a) 5 cm e 25 cm

b) 6 cm e 6 m

c) 1 dm e 0,4 m

d) $\frac{3''}{4}$ e $\frac{5''}{8}$

e) 2 mm e 5 cm

f) 1,5 m e 50 cm

5) Uma chapa retangular tem de comprimento 1,20 m e de largura 80 cm. Calcular:

a) A razão entre a largura e o comprimento.

b) A razão entre o comprimento e a largura.

6) Determine o valor das razões entre:

a) 0,35 e 0,7

b) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$

7) Coloque o nome dos termos da razão:

$$5 : 9 \quad \begin{matrix} \rightarrow \dots \dots \dots \\ \rightarrow \dots \dots \dots \end{matrix} \quad \text{ou} \quad \begin{matrix} \frac{5}{9} \\ \rightarrow \dots \dots \dots \\ \rightarrow \dots \dots \dots \end{matrix}$$

8) Coloque o nome dos termos da proporção:

$$\begin{matrix} \dots \dots \dots & \leftarrow & \frac{4}{3} = \frac{8}{6} & \rightarrow & \dots \dots \dots \\ \dots \dots \dots & \leftarrow & & \rightarrow & \dots \dots \dots \end{matrix}$$

9) Complete:

- A igualdade entre duas razões é chamada
- Numa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos
- Em toda proporção, a diferença entre os antecedentes está para a diferença dos conseqüentes, assim como qualquer antecedente está para seu.....

10) Determine o valor de x em cada uma das proporções seguinte

$$a) \frac{X}{2} = \frac{8}{4} \quad b) \frac{6}{X} = \frac{12}{8}$$

$$c) \frac{5}{7} = \frac{x}{14} \quad d) \frac{8}{3} = \frac{8}{X}$$

$$e) \frac{x}{5} = \frac{2}{10} \quad f) \frac{3}{9} = \frac{12}{x}$$

6.6 Exercícios - Regra de Três

1) Um automóvel percorreu em 5 horas uma estrada de 325 Km. Na mesma velocidade, quantas horas precisará para percorrer 520 Km?

2) Um volante gira dando 180 rotações em 30 segundos. Em quantos segundos dará 120 rotações?

3) 18 máquinas produzem 2.400 peças se trabalharem 8 horas. Quantas horas deverão trabalhar 36 máquinas iguais às primeiras para produzirem 7.200 peças?

- 4) Dispondo de uma engrenagem de 60 mm de diâmetro com 30 dentes, determinar o diâmetro que deve ter outra engrenagem com 12 dentes, a fim de utiliza-la numa transmissão.
- 5) Uma polia de 20 mm de diâmetro tem de circunferência 62,8 mm. Qual é a circunferência de outra com 50 mm de diâmetro?
- 6) Uma bomba eleva 180 litros de água em 6 minutos. Quantos litros elevará em 1 hora e 15 minutos?
- 7) Um automóvel gasta 6 litros de gasolina para percorrer 65 Km. Quantos litros gastará num percurso de 910 Km?
- 8) Nove pedreiros constroem uma casa em 8 dias, trabalhando 5 horas por dia. Em quantos dias 12 pedreiros, trabalhando 6 horas por dia, poderiam construir a mesma casa?
- 9) Uma mulher partiu um terreno em quatro partes iguais e doou uma para cada filho
Desenhe o terreno com as divisões
Qual fração indica cada parte de cada filho
Se o terreno tem 2.400 m^2 , qual a área de cada filho?
- 10) Três amigos, em uma lanchonete, dividiram a conta, cada um pagando $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{7}{24}$, respectivamente.
Quem pagou a maior parte?
Quem pagou a menor parte?
- 11) Um parafuso tem $\frac{7}{8}$ polegadas, e um outro, $\frac{3}{4}$. Qual deles é o maior?
- 12) Classifique as relações em diretamente proporcionais e indiretamente proporcionais
- Quantidade de cimento e área da obra
 - Velocidade de uma impressora e páginas impressas por minuto
 - Velocidade de uma impressora e tempo necessário para imprimir 100 páginas
 - Quantidade de kwh consumidos e conta de energia
 - Desconto promocional e valor pago por um produto

13) Uma pesquisa realizada com 200 pessoas para se conhecer qual é o canal de televisão preferido pelo público mostrou que 120 delas tinham preferência pelo canal X. Qual a razão entre as pessoas que preferem o canal X e as pessoas entrevistadas?

14) Numa classe há 20 rapazes e 25 moças

Qual a razão entre o número de rapazes e moças?

Qual a razão entre o número de moças e rapazes?

Qual a razão entre o número de rapazes e o número de alunos na sala?

Qual a razão entre o número de moças e o número de alunos na sala?

15) Uma sala tem 8 m de comprimento. Um arquiteto representa esta sala com 20 cm em um desenho

Qual a escala do desenho?

Qual será o tamanho da representação de uma sala de 3m?

16) Se eu mantendo uma velocidade média de 4,8Km/h, em quanto tempo irei percorrer 6.000m?

7 - Porcentagem

Você já deve, muitas vezes, ter ouvido falar na expressão "*por cento*". Por exemplo:

- O preço da gasolina aumentou trinta por cento.
- Esta roupa tem vinte por cento de desconto.
- Quinze por cento dos alunos não compareceram à escola hoje.

Para a expressão "*por cento*" usamos o símbolo %. "*Por cento*" quer dizer uma determinada quantidade em cada cem. Se, por exemplo, numa avaliação de matemática de 100 questões, Paulo acertou 70, isto quer dizer que ele acertou 70% das questões dadas, isto é, acertou 70 em 100.

Você percebeu que: O "*cento*" é uma maneira diferente de dizer "*centésimos*":

$$70 \text{ em } 100 = \frac{70}{100} = 0,70 = 70 \%$$

Há diversos modos de calcular porcentagem. Vejamos alguns: Calcular 30% de Cr\$ 800,00.

$$1) \ 30\% = \frac{30}{100} \rightarrow \frac{30}{100} \cdot \frac{800}{1} = \frac{30 \cdot 800}{100} = \frac{24000}{100} = 240$$

$$2) \ 800 \times 30 = 24.000$$
$$24.000 : 100 = 240$$

7.1 Exercícios - Porcentagem

- 1) Observe a forma fracionária dada e represente-a sob a forma de porcentagem:

a) $\frac{2}{100}$

b) $\frac{17}{100}$

c) $\frac{100}{100}$

2) Represente a porcentagem dada sob a forma de fração:

a) 99%

b) 42%

c) 50%

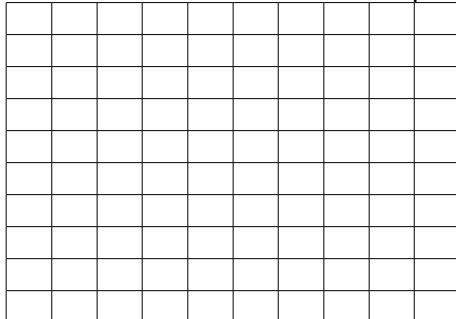
3) Calcule:

a) 20% de 800 =

b) 10% de 350 =

c) 18% de 1.400 =

4) Observe o quadro abaixo dividido em 100 partes iguais e marque 38%:



AGORA RESPONDA:

a) Quantos quadradinhos você marcou?.....

b) Quantos sobraram?.....

c) Qual a porcentagem que sobrou?.....

5) Num colégio, 40% dos alunos são meninos. Qual é a porcentagem de meninas?

6) Uma cidade tem 987.500 habitantes, 36% são crianças com menos de 12 anos de idade. Quantas crianças tem a cidade?

8 - Operações com Números Inteiros Relativos

8.1 Números Inteiros Relativos

No estudo das operações com números naturais, você aprendeu que a subtração não pode ser efetuada quando o minuendo é menor do que o subtraendo.

$$5 - 9 = ? \quad 1 - 2 = ? \quad 3 - 8 = ?$$

Para que a subtração seja sempre possível foi criado o conjunto dos números inteiros negativos.

$$-1, -2, -3, -4, \dots$$

Esses números negativos, reunidos com zero e com os números inteiros positivos, formam o *conjunto dos números inteiros relativos*, cujo conjunto é representado por Z .

$$Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots \}$$

a) Conjunto dos números inteiros não negativos.

$$Z^+ = \{ 0, +1, +2, +3, \dots \}$$

b) Conjunto dos números inteiros negativos.

$$Z^- = \{ 0, -1, -2, -3, \dots \}$$

O número zero (0) não é negativo nem positivo

8.1.1 Números Opostos ou Simétricos

Observe:

O oposto de $+1$ é -1

O oposto de $+2$ é -2

O oposto de $+3$ é -3 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

O oposto de $+4$ é -4 $\dots -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \quad +3 \quad +4 \dots$

RETA NUMERADA

Na reta numerada, os números opostos estão a uma mesma distância do zero.

Observação: O oposto de **zero** é o próprio **zero**.

8.1.2 Valor Absoluto

Valor absoluto de um número inteiro relativo é o número natural que o representa, sem o sinal.

Exemplos:

Indicação: O valor absoluto de $+5$ é 5 $|+5| = 5$

O valor absoluto de -5 é 5 $|-5| = 5$

O valor absoluto de -8 é 8 $|-8| = 8$

O valor absoluto de **zero** é **zero**

Verifique

1) -3 está à esquerda de $+1$ $-3 < +1$ Então, -3 é *menor* que $+1$

2) $+2$ está à direita de -3 $+2 > -3$ Então $+2$ é *maior* que -3

Outros Exemplos:

$$\text{a) } -2 < +2 \quad \text{b) } 0 > -4 \quad \text{c) } -1 > -3$$

8.2 Operações com números Inteiros Relativos

8.2.1 Adição

1) Adição de números positivos. Observe os exemplos:

$$\text{a) } (+2) + (+5) = +7$$

- b) $(+1) + (+4) = +5$
 c) $(+6) + (+3) = +9$

Verificando os resultados anteriores, podemos concluir que: *A soma de dois números positivos é um número positivo.*

2) Adição de números negativos. Observe os exemplos:

- a) $(-2) + (-3) = -5$
 b) $(-1) + (-1) = -2$
 c) $(-7) + (-2) = -9$

Verificando os resultados acima, podemos concluir que: *A soma de dois números negativos é um número negativo.*

3) Adição de números com sinais diferentes. Observe os exemplos:

- a) $(+6) + (-1) = +5$
 b) $(+2) + (-5) = -3$
 c) $(-10) + (+3) = -7$

Observe que o resultado da adição tem o mesmo sinal que o número de maior valor absoluto.

Conclusão: *A soma de dois números inteiros de sinais diferentes é obtida subtraindo-se os valores absolutos dando-se o sinal do número que tiver maior valor absoluto.*

8.2.2 Subtração

A operação de subtração é uma operação inversa da adição. Exemplos:

- a) $(+8) - (+4) = (+8) + (-4) = +4$
 b) $(-6) - (+9) = (-6) + (-9) = -15$
 c) $(+5) - (-2) = (+5) + (+2) = +7$

Conclusão: *Para subtrairmos dois números relativos, basta que adicionemos ao primeiro o simétrico do segundo.*

8.2.3 Exemplos: Adição e Subtração de Números Inteiros Relativos

- a) $(+3) + (+7) = +3 + 7 = +10$ (tiramos os parentes e conservamos os sinais dos números)
 b) $(-9) + (-8) = -9 - 8 = -17$ (tiramos os parentes e conservamos os sinais dos números)
 c) $(+12) + (-10) = +12 - 10 = +2$ (tiramos os parentes e conservamos os sinais dos números)
 d) $(+15) - (+25) = +15 - 25 = 5$ (tiramos os parentes e trocamos o sinal do número que estava depois da subtração)
 e) $(-18) - (-12) = -18 + 12 = -6$ (tiramos os parentes e trocamos o sinal do número que estava depois da subtração)

8.2.4 Expressões com números Inteiros Relativos

Lembre-se que os sinais de associação são eliminados, obedecendo à seguinte ordem:

1º- Parênteses

2º- Colchetes

3º- Chaves

Exemplos:

$$1) \quad +10 - (-4+6)$$

$$+10 - (+2)$$

$$+10 - 2 = +8$$

$$2) \quad (+7-1) + (-3+1-5)$$

$$(+6) + (-7)$$

$$+6 - 7 = -1$$

$$3) \quad 10 + [-3+1-(-2+6)]$$

$$10 + [-3+1-(+4)]$$

$$10 + [-3+1-4]$$

$$10 + [-6]$$

$$10 - 6$$

$$+4$$

$$a) \quad - [- 3 + 2 - (4 - 5 - 6)]$$

$$= - [- 3 + 2 - 4 + 5 + 6]$$

$$= 3 - 2 + 4 - 5 - 6$$

$$= 7 - 13$$

$$= - 6$$

$$b) \quad \{ - 5 + [- 8 + 3 \times (-4 + 9) - 3] \}$$

$$= \{ - 5 + [- 8 + 3 \times (+ 5) - 3] \}$$

$$= \{ - 5 + [- 8 + 15 - 3] \}$$

$$= \{ - 5 - 8 + 15 - 3 \}$$

$$= - 5 - 8 + 15 - 3$$

$$= - 16 + 15$$

$$= - 1$$

8.2.5 Multiplicação

Consideremos os seguintes casos:

1) Multiplicação de dois números positivos:

$$a) \quad (+5) \cdot (+2) = +10 \quad (+) \cdot (+) = +$$

$$b) \quad (+3) \cdot (+7) = +21 \quad (-) \cdot (-) = +$$

$$(+) \cdot (-) = -$$

$$(-) \cdot (+) = -$$

Conclusão: O produto de dois números positivos é um número positivo.

2) Multiplicação de dois números negativos:

$$a) \quad (-3) \cdot (-5) = +15$$

b) $(-8) \cdot (-2) = +16$

c) $(-7) \cdot (-1) = +7$

Conclusão: O produto de dois números negativos é um número positivo.

3) Multiplicação de dois números de sinais diferentes:

a) $(+3) \cdot (-2) = -6$

b) $(-5) \cdot (+4) = -20$

c) $(+6) \cdot (-5) = -30$

d) $(-1) \cdot (+7) = -7$

Conclusão: O produto de dois números inteiros de sinais diferentes é um número negativo.

8.2.6 Multiplicação com mais de dois números Relativos

Multiplicamos o primeiro número pelo segundo. O produto obtido pelo terceiro e, assim, sucessivamente, até o último fator.

Exemplos:

a) $(+3) \cdot (-2) \cdot (+5)$
 $(-6) \cdot (+5) = -30$

b) $(-5) \cdot (+4) \cdot (-9)$
 $(-20) \cdot (-9) = +180$

8.2.7 Divisão

Você sabe que a divisão é a operação inversa da multiplicação. Observe:

a) $(+12) : (+4) = (+3)$ porque $(+3) \cdot (+4) = +12$

b) $(-12) : (-4) = (+3)$ porque $(+3) \cdot (-4) = -12$

c) $(+12) : (-4) = (-3)$ porque $(-3) \cdot (-4) = +12$

d) $(-12) : (+4) = (-3)$ porque $(-3) \cdot (+4) = -12$

Divisão

$$(+): (+) = + \quad (-): (-) = + \quad (+): (-) = - \quad (-): (+) = -$$

Observações:

1) A divisão nem sempre é possível em \mathbb{Z}

$$(+9) : (-2) = \quad (\notin \mathbb{Z})$$

- 2) O zero nunca pode ser divisor
- $(+5) : 0$ é impossível
- $(-2) : 0$ é impossível

8.3 Exercícios:

1) Calcule:

- a) $(+5) + (-3) - (+2) + (-1) =$
- b) $10 + \{5 - (-3 + 1)\} =$
- c) $23 - \{1 + [5 - (+3 - 2 + 1)]\} =$
- d) $(+5 - 3) : (-1 + 3) =$
- e) $(-16 : -8) \cdot (3 \cdot -4) =$

2) Leia com atenção e resolva os problemas:

- a) Em uma empresa há 358 tornos e 453 osciloscópios. Quantos equipamentos existem nesta empresa?
- b) Numa caixa tem 246 arruelas. Foram vendidas 198 arruelas. Quantos arruelas sobraram na caixa?
- c) André tem 154 diodos. Lucas tem o triplo de diodos de André. Quantos diodos Lucas tem?
- d) Senhora Carmen tem ao total 108 parafuso e porca para separar. O número de parafuso e de porcas são iguais. Quantas porcas ela tem?

3) USP-SP - Depois de n dias de férias, um estudante observa que:

- I) choveu 7 vezes, de manhã ou à tarde;
II) quando chove de manhã não chove à tarde;
III) houve 5 tardes sem chuva;
IV) houve 6 manhãs sem chuva.

Podemos afirmar então que n é igual a:

- a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 11

4) 52 pessoas discutem a preferência por dois produtos A e B, entre outros e conclui-se que o número de pessoas que gostavam de B era:

- I - O quádruplo do número de pessoas que gostavam de A e B;
- II - O dobro do número de pessoas que gostavam de A;
- III - A metade do número de pessoas que não gostavam de A nem de B.

Nestas condições, o número de pessoas que não gostavam dos dois produtos é igual a:

- a)48
- b)35
- c)36
- d)47
- e)37

5) UFBA - 35 estudantes estrangeiros vieram ao Brasil. 16 visitaram Manaus; 16, S. Paulo e 11, Salvador. Desses estudantes, 5 visitaram Manaus e Salvador e , desses 5, 3 visitaram também São Paulo. O número de estudantes que visitaram Manaus ou São Paulo foi:

- a) 29
- b) 24
- c) 11
- d) 8
- e) 5

6) FEI/SP - Um teste de literatura, com 5 alternativas em que uma única é verdadeira, referindo-se à data de nascimento de um famoso escritor, apresenta as seguintes alternativas:

- I) século XIX
- II) século XX
- III) antes de 1860
- IV) depois de 1830
- V) nenhuma das anteriores

Pode-se garantir que a resposta correta é:

- a)a
- b)b
- c)c
- d)d
- e)e

7) - Após um jantar, foram servidas as sobremesas X e Y. Sabe-se que das 10 pessoas presentes, 5 comeram a sobremesa X, 7 comeram a sobremesa Y e 3 comeram as duas. Quantas não comeram nenhuma ?

- a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 0
- 8) Uma escola funciona em dois turnos. No matutino há 8 turmas de 35 alunos, no vespertino 7 turmas de 38 alunos. Qual o número total de alunos da escola?
- a) () 88 alunos.
b) () 546 alunos.
c) () 1.095 alunos.
d) () 74.480 alunos.
- 9) Numa estante cabem 270 livros. Em cada prateleira são arrumados 45 livros. Quantas prateleiras são?
- a) () 225 prateleiras
b) () 315 prateleiras
c) () 6 prateleiras
d) () 12.150 prateleiras

8.4 Potenciação e Radiciação

Seja: $5 \times 5 \times 5$

Essa multiplicação tem todos os fatores iguais. Podemos escrevê-la assim:

$$5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$$

Lê-se: "cinco à terceira potência ou cinco ao cubo".

No exemplo:

$$5^3 = 125 \rightarrow \text{POTÊNCIA}$$

EXPOENTE
5³
BASE

5 é a *base* (fator que se repete)

3 é o *expoente* (indica o número de fatores iguais)

125 é a *potência*

O resultado da potenciação chama-se *potência*.

Casos Particulares

- 1) Todo número elevado ao expoente 1 é igual ao próprio número.

Exemplos:

$$8^1 = 8$$

$$3^1 = 3$$

$$15^1 = 15$$

- 2) Todo número elevado ao expoente zero é igual a 1.

Exemplos:

$$7^0 = 1$$

$$4^0 = 1$$

$$20^0 = 1$$

8.4.1 Propriedades das Potências

- 1) Multiplicação de Potências de Mesma Base. Observe:

$$3^2 \times 3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^7$$

Logo:

$$3^2 \times 3^5 = 3^{2+7} = 3^7$$

Conclusão:

Conservamos a base e somamos os expoentes.

No exemplo: $(-4)^3 = -64$

- a base é - 4
- o expoente é 3
- a potência (resultado) é - 64

Propriedades:

Para as operações com potências indicadas de mesma base, valem as mesmas propriedades já estudadas no conjunto **IN**.

$$1^a) \text{ Observe: } 5^3 \cdot 5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^7$$

$$\text{Você notou que: } 5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

$$\text{De um modo geral: } a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2^a) \text{ Observe: } 6^5 \div 6^2 = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 6} = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3$$

Você notou que:

$$6^5 \div 6^2 = 6^{5-2} = 6^3$$

De um modo geral:

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

3a) Observe: $(5^2)^3 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = 5^{2+2+2} = 5^6$

De um modo geral:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

8.4.2 Propriedades fundamentais:

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ multiplicação de potências de mesma base
- $(a^m)^p = a^{m \cdot p}$ potência de potência
- $a^0 = 1$, com $a \neq 0$
- $a^{-n} = 1/a^n$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

8.5 Radiciação

Vamos perguntar: Qual o número que elevado ao *quadrado* é igual a 9 ?

$$(\quad)^2 = 9 \quad \text{Solução: } (3^2 = 9)$$

Essa operação é a operação inversa da potenciação e é chamada *radiciação*.

Representa-se:

$$3^2 = 9 \Leftrightarrow \sqrt{9} = 3$$

Lê-se: raiz quadrada de 9 é 3

O símbolo \Leftrightarrow indica equivalência.

Outros exemplos: $5^2 = 25 \Leftrightarrow \sqrt{25} = 5$

Lê-se: raiz quadrada de 25 é 5

$$3^3 = 27 \Leftrightarrow \sqrt[3]{27} = 3$$

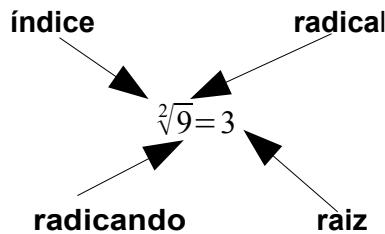
Lê-se: raiz cúbica de 27 é 3

$$2^4 = 16 \Leftrightarrow \sqrt[4]{16} = 2$$

Lê-se: raiz quarta de 16 é 2

Nomenclatura

No exemplo:



- a) 2 é o índice
- b) 9 é o radicando
- c) 3 é a raiz
- d) $\sqrt{}$ é o radical

Não é necessário escrever o índice 2 no radical para a raiz quadrada.

8.5.1 Raiz Quadrada de Números Racionais.

Pela definição de raiz quadrada, já estudada para os números naturais, temos:

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}, \text{ pois } \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

Para se extrair a raiz quadrada de uma fração, extrai-se a raiz quadrada do numerador e a raiz quadrada do denominador.

8.6 Exercícios Resolvidos - Potenciação e Radiciação:

1. Calcule as potências com expoente inteiro

a) $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

b) $[\sqrt{7}]^3 = 7^{\frac{3}{2}}$

c) $(2,5)^2 = 2,5 \times 2,5 = 6,25$

d) $6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$

e) $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

f) $(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4} = 0,25$

g) $(1/2)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$

i) $(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) =$

64

k) $0^5 = 0$

h) $(-3/2)^{-1} = \frac{-2}{3} = 0,67$

j) $5^0 = 1$

l) $[\sqrt{2}]^2 = \sqrt{4} = 2$

2. Calcule o valor de:

a) $x = (-1/3)^3 + [3^{-1} - (-3)^{-1}]^{-2} =$

$$\frac{-1}{3^3} + \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{(-3)} \right]^{(-2)} = \frac{-1}{9} + \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right]^{(-2)} = \frac{-1}{9} + \left[\frac{1+1}{3} \right]^{(-2)} = \frac{-1}{9} + \left[\frac{2}{3} \right]^{(-2)} = \frac{-1}{9} + \frac{3^2}{2^2} = \frac{-1}{9} + \frac{9}{4} = \frac{-1+81}{36} = \frac{77}{36}$$

b) $y = (2^{-2} + 2^2 - 2^{-1}) / (2^{-2} - 2^{-1})$

$$\frac{\frac{1}{2^2} + 4 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4} + 4 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1+16-2}{4}}{\frac{1-2}{4}} = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{-1}{4}} = \frac{15}{4} \cdot \frac{4}{-1} = \frac{15 \cdot 4}{4 \cdot (-1)} = \frac{60}{(-4)} = -15$$

3. Escreva como potência de base 10:

a) $10000 = 10^4$

c) $0,001 = 10^{-3}$

b) $100000/100 = 10^5 / 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$

d) $0,0000001 = 10^{-7}$

4. calcule as potências

a) $5^{2/7} = \sqrt[7]{5^2} = \sqrt[7]{25}$

b) $7^{0,4} = 7^{\frac{4}{10}} = 7^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{7^2} = \sqrt[5]{49}$

c) $2^{3/4} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{8}$

d) $6^{-2/3} = \frac{1}{6^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{6^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{36}}$

e) $(1/2)^{1/2} =$

f) $(-2)^{-3/2} =$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{-2^{-3}} = \sqrt{\frac{1}{(-2)^3}} = \frac{1}{\sqrt{(-2)^3}} = \frac{1}{\sqrt{-8}}$$

g) $[\sqrt{3}]^{4/5} =$

$$(3^{\frac{1}{2}})^{\frac{4}{5}} = 3^{\frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 5}} = 3^{\frac{4}{10}} = 3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2} = \sqrt[5]{9}$$

h) $(-3/2)^{-1/3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}}$

i) $9^{1/2} = \sqrt{9} = 3$

j) $2^{1+1/3} = 2^{\frac{3+1}{3}} = 2^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$

k) $0^{3/8} = 0$

l) $8^{0,666} = 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$

5. calcule o valor de:

a) $(27^{1/3} + 64^{1/2} - 8^{-2/3} + 4^{1/2})^{1/2} =$

$$(\sqrt[3]{27} + \sqrt{64} - \sqrt[3]{8^{-2}} + \sqrt{4})^{\frac{1}{2}} = (3 + 8 - \sqrt[3]{\frac{1}{64}} + 2)^{\frac{1}{2}} = (13 - \frac{1}{4})^{\frac{1}{2}} = (\frac{52-1}{4})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{51}{4}} = \frac{\sqrt{51}}{2}$$

b) $[3^0 + (-2)^2 - (1/3)^{-1}] / (1/2)^{-2} = \frac{(1+4-3)}{2^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$

6. reduza a única potência

a) $7^4 \cdot 7^2 = 7^{4+2} = 7^6$

e) $3^{10} / 3^4 = 3^{10-4} = 3^6$

i) $5^{(2^3)} = 5^8$

b) $3 \cdot 3^8 = 3^{8+1} = 3^9$

f) $a^6 / a = a^{6-1} = a^5$

j) $7^{3^2} = 7^{3 \cdot 2} = 2^6$

c) $2^3 \cdot 2^7 \cdot 2^2 = 2^{3+7+2} = 2^{12}$

g) $(2^5)^3 = 2^{5 \cdot 3} = 2^{15}$

l) $(2^7 \cdot 2^3) / 2^{-4} = 2^{7+3-(-4)} = 2^{14}$

d) $5^9 : 5^2 = 5^{9-2} = 5^7$

h) $(2^6)^x = 2^{6x}$

m) $(3^4 \cdot 3)^{-2} = 3^{4 \cdot (-2)} \cdot 3^{(-2)} = 3^{(-8)} \cdot 3^{(-2)} = 3^{(-8-2)} = 3^{(-10)}$

8.7 Exercícios - Potenciação e Radiciação

1) Escreva na forma de potência:

a) $7 \cdot 7 =$

b) $4 \cdot 4 \cdot 4 =$

c) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 =$

d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

2) Calcule o valor das potências:

a) $2^3 =$ b) $7^2 =$ c) $5^2 =$ d) $3^2 =$

e) $4^3 =$ f) $2^4 =$ g) $8^2 =$ h) $5^3 =$

i) $3^4 =$ j) $2^5 =$ k) $0^4 =$ l) $2^2 =$

m) $6^3 =$ n) $1^5 =$ o) $3^5 =$ p) $1^8 =$

q) $13^2 =$ r) $10^2 =$

3) Calcule o valor das expressões:

a) $2^3 + 10 =$
 b) $5 + 3^2 \cdot 4 =$
 c) $5^2 + 4^2 - 1 =$
 d) $3^4 - 6 + 2^3 =$

4) Complete:

a) $8^0 =$ b) $0^6 =$ c) $3^1 =$ d) $0^{72} =$
 e) $14^1 =$ f) $1^{72} =$ g) $10^1 =$ h) $10^2 =$

5) Observe e complete:

a) $2^3 \cdot 2^5 = \dots =$
 b) $5^2 \cdot 5^2 = \dots =$
 c) $7^5 \cdot 7 = \dots =$
 d) $3^4 \cdot 3^2 = \dots =$
 e) $9^2 \cdot 9 \cdot 9 = \dots =$
 f) $4 \cdot 4 \cdot 4 = \dots =$
 g) $8^6 \div 8^2 = \dots =$
 h) $5^4 \div 5 = \dots =$
 i) $3^7 \div 3^7 = \dots =$
 j) $a^6 \div a^5 = \dots =$
 k) $(7^4)^2 = \dots =$
 l) $(2^3)^9 = \dots =$
 m) $(a^5)^3 = \dots =$

6) Calcule:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$
 b) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$
 c) $\left(\frac{3^2}{5}\right)^3 =$

d)
$$\left(\frac{1}{3^3}\right)^2 =$$

e)
$$\left(\frac{2^2}{3^3}\right)^2 =$$

e
7) Determine o valor das expressões numéricas:

a)
$$\frac{1}{2^2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

b)
$$1 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$$

a)
$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{9}{8} =$$

a)
$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \div \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

8) Sobre radiciação, complete:

a)
$$\sqrt[2]{9} = \dots \text{pois } 3^2 = 9$$

b)
$$\sqrt[2]{16} = \dots \text{pois } 4^2 = 16$$

c)
$$\sqrt[2]{36} = \dots \text{pois } 6^2 = 36$$

d)
$$\sqrt{49} = \dots \text{pois } 7^2 = 49$$

9) Complete:

a)
$$\sqrt[3]{8} = \dots \text{pois } 2^3 = 8$$

b)
$$\sqrt[3]{343} = \dots \text{pois } 7^3 = 343$$

c)
$$\sqrt[3]{27} = \dots \text{pois } 3^3 = 27$$

d)
$$\sqrt[3]{64} = \dots \text{pois } 4^3 = 64$$

e)
$$\sqrt[4]{81} = \dots \text{pois } 3^4 = 81$$

10) Quantos canos de 5 metros são necessários para uma instalação de gás de 8km de comprimento?

- a) () 160 canos.
- b) () 1.600 canos.
- c) () 40 canos.
- d) () 16.000 canos.

11) Qual das operações abaixo está incorreta?

- a) $38,5 \times 1,26 = 49,510$
- b) $2 - 0,4673 = 1,5327$
- c) $4,14 \div 4,6 = 0,90$
- d) $0,005 + 12,3 + 8,47 + 48 = 68,775$

9 - Notação Científica

9.1 Introdução

A notação científica permite escrever números usando potências de 10. Sua principal utilidade é a de fornecer, num relance, a idéia da ordem de grandeza de um número que, se fosse escrito por extenso, não daria essa informação de modo tão imediato.

Exemplos:

$$300 = 3 \cdot 100 = 3 \cdot 10^2$$

$$0,0052 = 5,2 \cdot 0,001 = 5,2 \cdot 10^{-3}$$

$$5249 = 5,249 \cdot 1000 = 5,249 \cdot 10^3$$

EXEMPLOS:

01) Calcule o valor numérico correspondente:

$$\text{a) } \{35 - [20 - (5 + 3^2) \div 2] + 4^0\} = \{35 - [20 - 14 \div 2] + 1\} = \{35 - [20 - 7] + 1\} = \{35 - 13 + 1\} = 23 \text{ ou } 23,0.$$

$$\text{b) } \frac{(-2)^3 - (-3)^2 \cdot (-5)^0 + (+10)^3}{(+5)^2 - (-4)(-5)} = \frac{-8 - 9 \cdot 1 + 1000}{25 - 20} = \frac{-8 - 9 + 1000}{5} = \frac{983}{5} \text{ ou } 196,6$$

$$\text{c) } \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{6}{5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{4}{9} - \frac{5}{6} \cdot 2^3 = \frac{4}{9} - \frac{20}{3} = \frac{4 - 60}{9} = -\frac{56}{9} \text{ ou } 6,222\dots$$

$$\text{d) } 18^{\frac{1}{2}} - 8^{\frac{1}{2}} = \sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2^3} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$$

9.2 Potências de Dez

É bom lembrar que estas constantes podem também ser representadas através de potência de 10, ou seja, a cada deslocamento de dígito temos uma potência de dez. Como exemplo, podemos decompor o número 2743, como:

$$2743 = 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$$

Que Também é igual a :

$$2743 = 2,743 \cdot 10^3$$

O que podemos concluir que a cada conjunto de três números podemos deslocar a posição da vírgula acrescentando uma potência de 10 com o expoente igual ao número de casas decimais deslocadas, o mesmo acontece para deslocamento à direita, onde o sinal do expoente será negativo.

Exemplo de deslocamento da vírgula à direita:

$$1,379 = 1 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3}$$

Que Também é igual a :

$$1,379 = 1379 \cdot 10^{-3}$$

9.3 Constantes Múltiplos de Grandezas Físicas

O uso dos constantes (multiplicadores) de grandezas físicas é fácil de utilizar, evita erros de transcrição e deixa a representação do sistema mais “limpa”, caso o sistema envolva números muitos extensos e com grande quantidade de zeros. Estas constantes substituíram a potência de dez com expoente múltiplo de três, conforme tabela abaixo.

Multiplicador	Símbolo	Nome
10^{18}	E	Exa
10^{15}	P	Peta
10^{12}	T	Tera
10^9	G	Giga
10^6	M	Mega
10^3	K	Quilo
1		
10^{-3}	M	Mili
10^{-6}	μ	Micro
10^{-9}	η	Nano
10^{-12}	ρ	Pico
10^{-15}	f	Fento
10^{-18}	a	Atto

9.3.1 Exemplos

O valor de um resistor sempre será maior que 1Ω e normalmente utilizaremos os multiplicadores na potência positiva para esta grandeza, como por exemplo:

- ⇒ $1000 \text{ Ohms} = 1.000 \Omega = 1\text{k}\Omega$
- ⇒ $6700000 \text{ Ohms} = 6.700.000 \Omega = 6,7\text{M}\Omega = 6\text{M}7\Omega$
- ⇒ $17600 \text{ Ohms} = 17.600 \Omega = 17,6\text{k}\Omega = 17\text{k}6\Omega$

O valor de um capacitor sempre será inferior a $0,001\Omega$ e normalmente utilizaremos os multiplicadores na potência negativa para esta grandeza, como por exemplo:

- ⇒ $0,001 \text{ Farad} = 0,001 \text{ F} = 1\text{mF}$
- ⇒ $0,0000033 \text{ Farad} = 0,000.003.3 \text{ F} = 3,3\mu\text{F}$
- ⇒ $0,00000000047 \text{ Farad} = 0,000.000.000.047 \text{ F} = 47 \text{ pF}$
- ⇒ $0,000000076 \text{ Farad} = 0,000.000.007.6 \text{ F} = 7,6 \text{ nF}$

O indutor tem seu valor sempre próximo do valor 1 e pode ser representado como:

- ⇒ $0,001 \text{ Henry} = 0,001 \text{ H} = 1\text{mH}$
- ⇒ $0,010 \text{ Henry} = 0,01 \text{ H} = 10\text{mH}$

9.3.2 Como Converter Entre Múltiplos

Para converter um número qualquer entre os seus multiplicadores (Múltiplos e submúltiplos) faz-se necessário separá-los em grupos de três em três números de tal forma que cada grupo corresponda a uma das constantes acima.

1345
 $000.001.345,000.000.000.000$
 M K 1 m u n p

$0,0002698$
 $000.000.000,000.269.800.000$
 M K 1 m u n p

Observe que o número 1 sempre será colocado onde está a vírgula. A cada três números a esquerda da vírgula é colocado um MÚLTIPLO e a direita um SUBMULTIPLO.

9.3.3 Exemplos

Número	Separado 3 a 3	Potência 10	Múltiplo e Submúltiplo
32670	32.670	$32,67 \cdot 10^3$	32,67 k
3021000	3.021.000	$3,021 \cdot 10^6$	3,021 M
1	0.001	$0,001 \cdot 10^3$	0,001 k
0,001	0,001.000	$1 \cdot 10^{-3}$	1 m
0,0000023	0,000.002.3	$2,3 \cdot 10^{-6}$	2,3 u
1	1,000	$1000 \cdot 10^{-3}$	1000 m

9.4 Exercícios Resolvidos – Múltiplos e Notação Científica

1. Escreva em notação científica os seguintes números:

a) $500 = 0,5 \cdot 10^3$

e) $0,034 = 34 \cdot 10^{-3}$

i) $48000 = 48 \cdot 10^3$

b) $0,0006 = 0,6 \cdot 10^{-3}$

f) $0,8 = 800 \cdot 10^{-3}$

j) $7000000000 = 7 \cdot 10^9$

c) $0,00000025 = 0,25 \cdot 10^{-6}$

g) 20,39

l) $923,1 = 0,92 \cdot 10^3$

d) $0,002 = 2 \cdot 10^{-3}$

h) $0,000008 = 8 \cdot 10^{-6}$

m) $40400 = 40,4 \cdot 10^3$

2. escreva o valor de cada número escrito em notação científica:

a) $8 \cdot 10^4 = 80.000$

c) $3,52 \cdot 10^5 = 352.000$

b) $5 \cdot 10^{-2} = 0,05$

d) $1,6 \cdot 10^{-3} = 0,0016$

3. Resolva as seguintes Somas:

a) $180u + 3m = 180 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-3} = 0,180 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-3} = 3,180 \cdot 10^{-3}$

b) $10u + 100n = 10 \cdot 10^{-6} + 100 \cdot 10^{-9} = 10 \cdot 10^{-6} + 0,1 \cdot 10^{-6} = 10,1 \cdot 10^{-6}$

c) $20\mu + 100p = 20 \cdot 10^{-6} + 100 \cdot 10^{-12} = 20000 \cdot 10^{-9} + 0,1 \cdot 10^{-9} = 20000,1 \cdot 10^{-9}$

d) $5u + 25m = 5 \cdot 10^{-6} + 25 \cdot 10^{-3} = 0,05 \cdot 10^{-3} + 25 \cdot 10^{-3} = 25,05 \cdot 10^{-3}$

e) $10G + 250M = 10 \cdot 10^9 + 250 \cdot 10^6 = 10 \cdot 10^9 + 0,25 \cdot 10^9 = 10,25 \cdot 10^9$

f) $10G + 250M + 2M + 2G = 10 \cdot 10^9 + 250 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^9 =$
 $10 \cdot 10^9 + 0,25 \cdot 10^9 + 0,002 \cdot 10^9 + 2 \cdot 10^9 = 12,252 \cdot 10^9$

g) $100k + 10M = 100 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^6 = 0,10 \cdot 10^6 + 10 \cdot 10^6 = 10,10 \cdot 10^6$

h) $1\mu + 0,025m = 1 \cdot 10^{-6} + 0,025 \cdot 10^{-3} = 1 \cdot 10^{-6} + 25 \cdot 10^{-6} = 26 \cdot 10^{-6}$

i) $100p + 0,01n = 100 \cdot 10^{-12} + 0,01 \cdot 10^{-9} = 100 \cdot 10^{-12} + 10 \cdot 10^{-12} = 110 \cdot 10^{-12}$

j) $10u + 0,02m = 10 \cdot 10^{-6} + 0,02 \cdot 10^{-3} = 10 \cdot 10^{-6} + 20 \cdot 10^{-6} = 30 \cdot 10^{-6}$

k) $1\mu + 0,025m = 1 \cdot 10^{-6} + 0,025 \cdot 10^{-3} = 1 \cdot 10^{-6} + 25 \cdot 10^{-6} = 26 \cdot 10^{-6}$

9.5 Exercícios

1) Escreva as grandezas físicas por extenso:

a) 18 kg _____

b) 2 mg _____

c) 5 t _____

d) 13 cm _____

e) 14 km _____

f) 0,1 m² _____

- g) 2 cm^2 _____
- h) 8 m^3 _____
- i) $3,2 \text{ mm}^3$ _____
- j) $4,02 \text{ m/s}$ _____
- k) $12,1 \text{ m}^3/\text{s}$ _____
- l) $12,1 \text{ m/s}^2$ _____
- m) 43 MPa _____
- n) 10 mbar _____
- o) 100 kgf/cm^2 _____
- p) 125 A _____
- q) 302 kW _____
- r) $69,0 \text{ mC}$ _____
- s) 84 nF _____

10 - Área, Volume e Perímetro

10.1 Introdução

Os objetos com os quais temos contato na vida diária ocupam uma certa porção do espaço. São chamados *sólidos geométricos* ou *figuras geométricas espaciais*. *Sólido geométrico* ou *figura geométrica espacial* é todo conjunto de pontos, subconjunto do espaço, em que seus pontos não pertencem todos a um mesmo plano. Para você saber a *quantidade de espaço* ocupado por um sólido, deve compará-lo com outro tomado como unidade. O resultado da comparação é um número, denominado *volume do sólido*.

10.2 Áreas

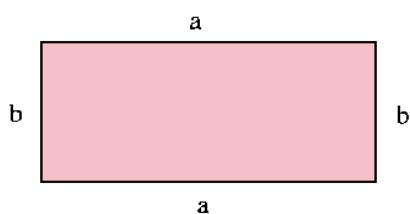
Assim como medimos comprimento, também medimos superfícies planas. Quando falamos em medir uma superfície plana, temos que compara-la com outra tomada como unidade padrão e verificamos quantas vezes essa unidade de medida cabe na superfície que se quer medir.

10.2.1 Área de Paralelogramos

Lembre-se que paralelogramos são os quadriláteros que possuem os lados opostos paralelos.

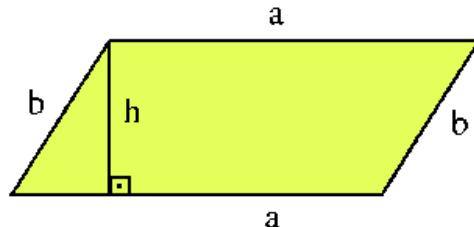
$$A = a * b$$

Área do Retângulo:



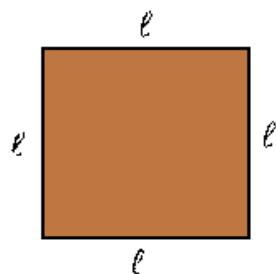
Área do Paralelogramo:

$$A = a * h$$

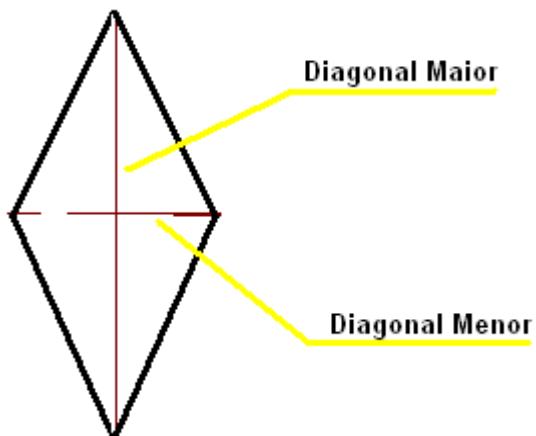


Área do Quadrado:

$$A = \ell^2$$



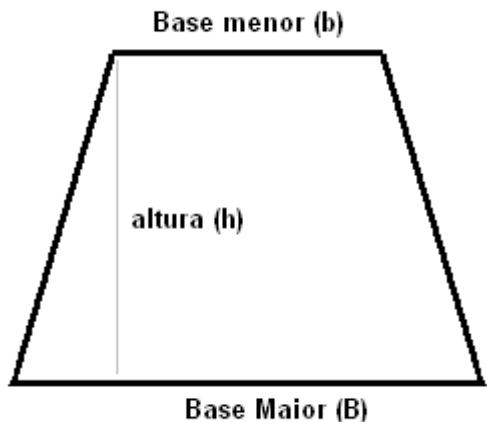
Área do Losango



$$\text{Área do losango} = \frac{\text{diagonal maior} \times \text{diagonal menor}}{2} \quad \text{ou} \quad A = \frac{D \times d}{2}$$

Área de Trapézios

Lembre-se, trapézio não é um paralelogramo. O trapézio possui apenas dois lados paralelos a base maior e a base menor.



$$\text{Área Trapézio} = \frac{(\text{Base maior} + \text{Base menor}) \times \text{altura}}{2}$$

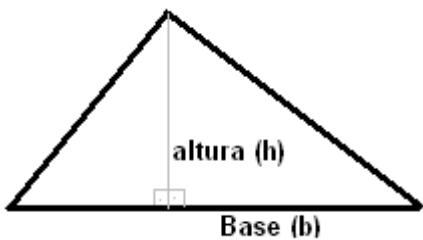
ou

$$A = \frac{(D + d) \times h}{2}$$

10.2.2 Área de triângulos

Lembre-se, triângulo não é paralelogramo e nem trapézio.

Área de um triângulo:

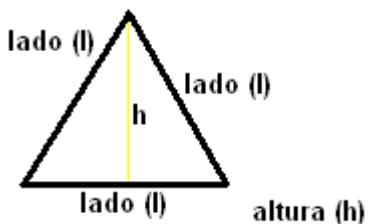


$$\text{Área Triângulo} = \frac{\text{Base} \times \text{altura}}{2}$$

ou

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Área do triângulo eqüilátero: Triângulo que possui os três lados iguais.



$$\text{Área Triângulo Equilátero} = \frac{\text{lado}^2 \times \sqrt{3}}{4}$$

ou

$$A = \frac{l^2 \times \sqrt{3}}{4}$$

10.3 Exemplos

1. Vamos calcular a área de um terreno quadrado de 25 m de lado.

$$A = l^2 \Rightarrow A = (25m)^2 \Rightarrow A = 625 \text{ m}^2$$

2. Vamos calcular a área de um campo de futebol cujas dimensões são, 150m de comprimento por 75m de largura. (o campo tem a forma retangular, com esta na horizontal eu falo comprimento vezes largura)

$$A = c \times l \Rightarrow A = 150\text{m} \times 75\text{m} \Rightarrow A = 11250 \text{ m}^2$$

3. Determine a área de um paralelogramo em que a altura mede 10cm e sua base mede 6cm.

$$A = b \times h \Rightarrow A = 6 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \Rightarrow A = 60 \text{ cm}^2$$

4. Sabendo-se que a altura de um triângulo mede 8cm e sua base mede 13cm, determine sua área.

$$A = \frac{h \times B}{2} \quad A = \frac{8 \times 13}{2} \quad A = \frac{104}{2} \quad A = 52 \text{ cm}^2$$

5. Um losango possui a diagonal maior medindo 8cm e a menor medindo 6cm. Calcule a área deste losango.

$$A = \frac{D \times d}{2} \rightarrow A = \frac{8\text{cm} \times 6\text{cm}}{2} \rightarrow A = \frac{24\text{cm}^2}{2} \rightarrow A = 12\text{cm}^2$$

6. A base maior de um trapézio mede 40cm e sua base menor mede 25cm. Calcule sua área sabendo que sua altura mede 20cm.

$$A = \frac{(B+b) \times h}{2} \rightarrow A = \frac{(40\text{cm} + 25\text{cm}) \times 20\text{cm}}{2} \rightarrow A = \frac{65\text{cm} \times 20\text{cm}}{2}$$

$$A = \frac{1300\text{cm}^2}{2} \rightarrow A = 650\text{cm}^2$$

7. Um triângulo equilátero possui os lados iguais a 12cm, determine o valor da sua área.

$$A = \frac{l^2 \times \sqrt{3}}{4} \rightarrow A = \frac{(12\text{cm})^2 \times \sqrt{3}}{4} \rightarrow A = \frac{144\text{cm}^2 \times \sqrt{3}}{4} \rightarrow A = 72\sqrt{3}\text{cm}^2$$

Observação:

Existem medidas específicas para medir grandes extensões, como sítios, chácaras e fazendas.

São elas o hectare e o are.

1 hectare(ha) = 10.000(m²) 1 are(a) = 100(m²)

Exemplos:

Uma fazenda possui 120 000 m² de área, qual a sua medida em hectare?

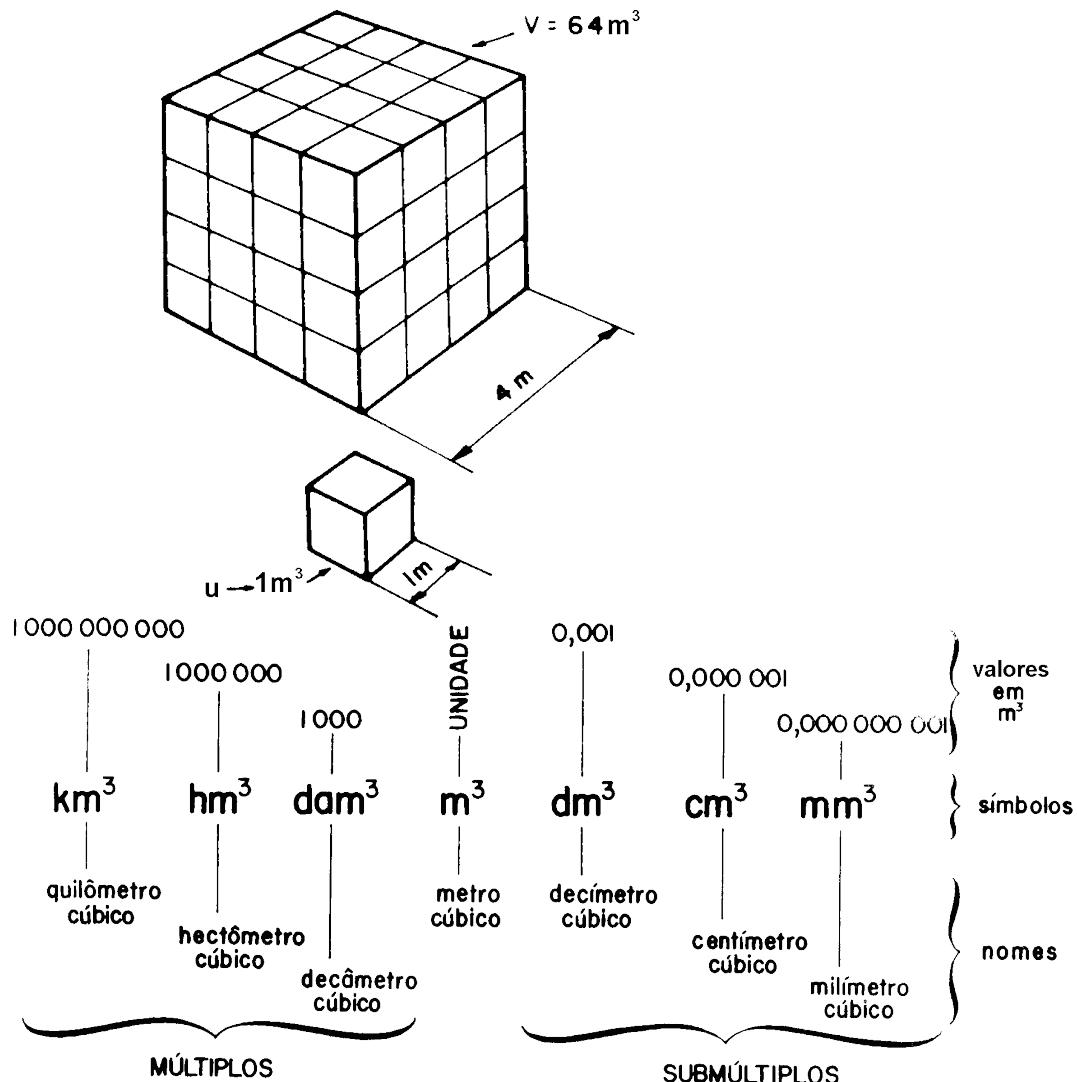
$$120.000 : 10.000 = 120 \text{ ha.}$$

Uma fazenda possui 23,4 ha de área, qual a sua área em m² ?

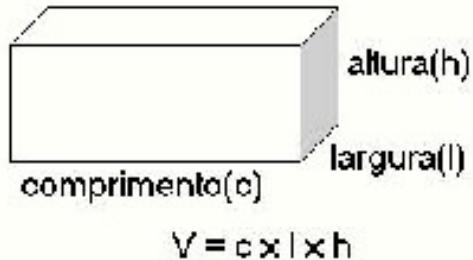
$$23,4 \times 10.000 = 234.000 \text{ m}^2$$

10.3.1 Unidade de Volume

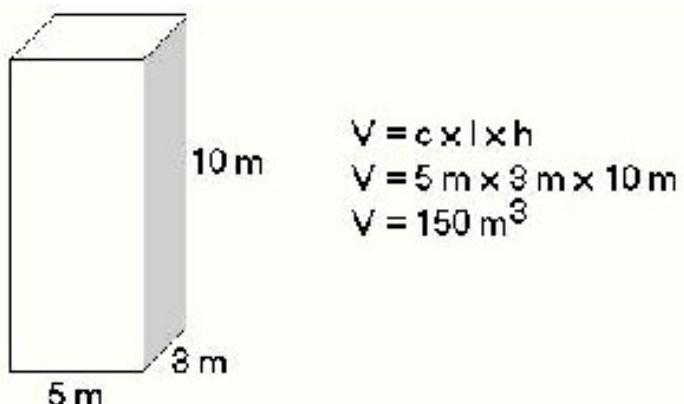
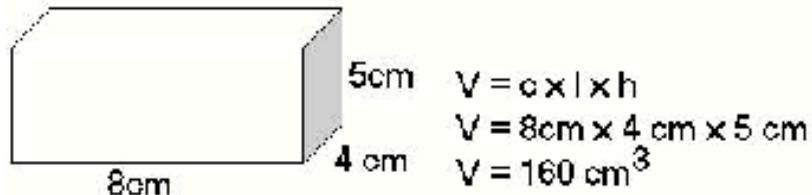
Nós podemos escolher, em princípio, qualquer sólido como unidade de volume. Na prática, escolhe-se como volume unitário o volume de um cubo. O cubo de aresta igual a 1m de comprimento, é a unidade fundamental de volume e chama-se *metro cúbico*: m^3 . Observe as figuras abaixo.



10.3.2 Paralelepípedo retângulo:



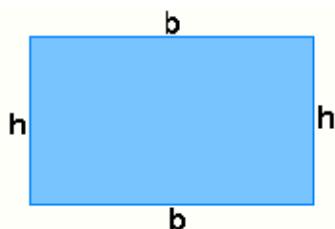
Exemplo: Calcule o volume dos paralelepípedos abaixo:



10.4 Perímetro de um Polígono

Perímetro de um polígono é a soma das medidas dos seus lados.

10.4.1 Perímetro do retângulo



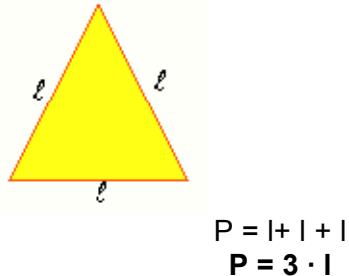
b - base ou comprimento

h - altura ou largura

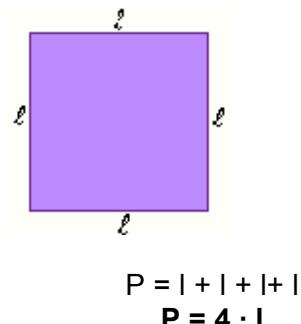
$$\text{Perímetro} = 2b + 2h = 2(b + h)$$

10.4.2 Perímetro dos polígonos regulares

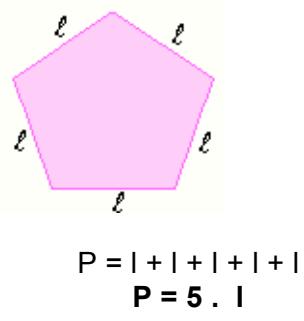
Triângulo Equilátero



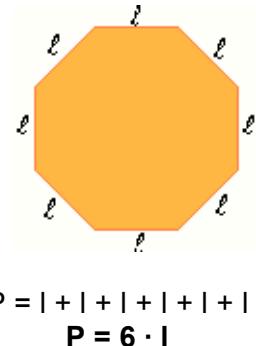
Quadrado



Pentágono



Hexágono

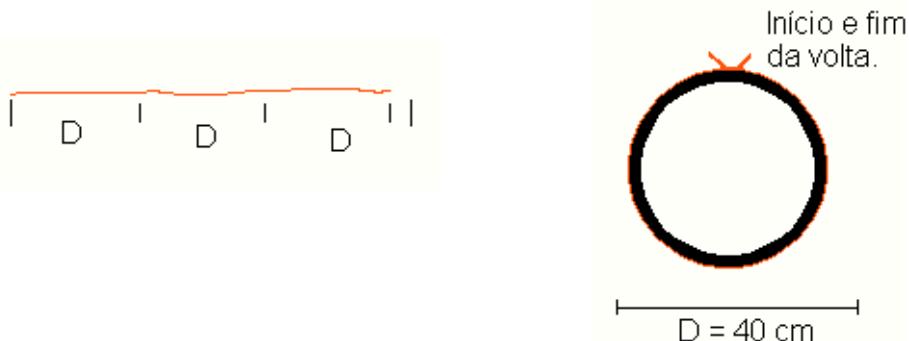


→ I - medida do lado do polígono regular
P - perímetro do polígono regular
 Para um polígono de n lados, temos:

$$P = n \cdot I$$

10.5 Comprimento da Circunferência

Um pneu tem 40cm de diâmetro, conforme a figura. Pergunta-se:
 Cada volta completa deste pneu corresponde na horizontal a quantos centímetros?
 Envolva a roda com um barbante. Marque o início e o fim desta volta no barbante. Estique o bastante e meça o comprimento da circunferência correspondente à roda.



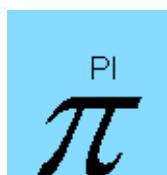
Medindo essa dimensão você encontrará aproximadamente 125,6cm, que é um valor um pouco superior a 3 vezes o seu diâmetro. Vamos ver como determinar este comprimento por um processo não experimental.

Você provavelmente já ouviu falar de uma antiga descoberta matemática:

Dividindo o comprimento de uma circunferência (C) pela medida do seu diâmetro (D), encontramos sempre um valor aproximadamente igual a 3,14.

$$\text{Assim: } \frac{\text{Perímetro}}{\text{Diâmetro}} = 3,14$$

O número 3,141592... corresponde em matemática à letra grega π (lê-se "pi"), que é a primeira letra da palavra grega perímetro. Costuma-se considerar $\pi = 3,14$. Logo: Utilizando essa fórmula, podemos determinar o comprimento de qualquer circunferência.



$$\frac{C}{D} = \pi \Rightarrow C = D \cdot \pi \Rightarrow C = 2r\pi \Rightarrow C = 2\pi r$$

Podemos agora conferir com auxílio da fórmula o comprimento da roda obtido experimentalmente.

$$C = 2\pi r \quad C = 2 \cdot 3,14 \cdot 20 \quad C = 125,6 \text{ cm}$$

10.6 Exercícios

1) Coloque a unidade correspondente:

$$4,250 \text{ m}^3 = 4\,250\,000 \text{}$$

$$3\,265 \text{ mm}^3 = 3,265 \text{}$$

$$0,072\,500 \text{ dm}^3 = 72\,500 \text{}$$

$$4\,275 \text{ cm}^3 = 0,004\,275 \text{}$$

2) Faça a leitura das seguintes medidas, conforme exemplo:

a) $4,725 \text{ dam}^3 = 4 \text{ dam}^3 \text{ e } 725 \text{ m}^3$

b) $3\,452,370 \text{ dm}^3 = \text{ e}$

c) $0,0003 \text{ cm}^3 = \text{$

d) $48,725\,683 \text{ dam}^3 = \text{$

e) $3,480 \text{ mm}^3 = \text{$

f) $87,350 \text{ m}^3 = \text{$

3) Faça as reduções indicadas, das seguintes medidas:

a) $523,775 \text{ m}^3 \rightarrow \text{ mm}^3$

b) $0,328\,472 \text{ dam}^3 \rightarrow \text{ m}^3$

c) $0,003 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{ dam}^3$

d) $45 \text{ hm}^3 \rightarrow \text{ dm}^3$

e) $5\,8976 \text{ dm}^3 \rightarrow \text{ m}^3$

f) $4,379 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{ dm}^3$

4) Faça as conversões indicadas:

a) $523,450 \text{ dm}^3 = \text{ cm}^3$

b) $2\,576\,400 \text{ m}^3 = \text{ dm}^3$

c) $0,075 \text{ dm}^3 = \text{ mm}^3$

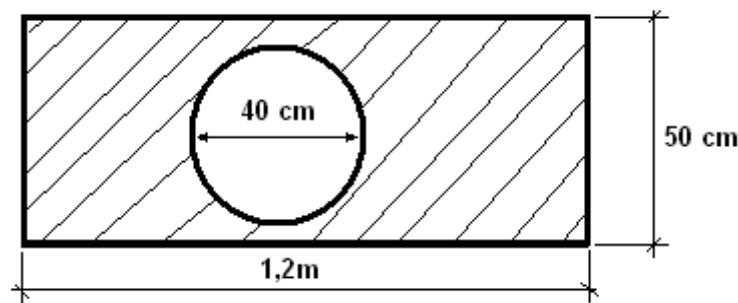
d) $51,325 \text{ cm}^3 = \text{ mm}^3$

5) Faça as operações indicadas:

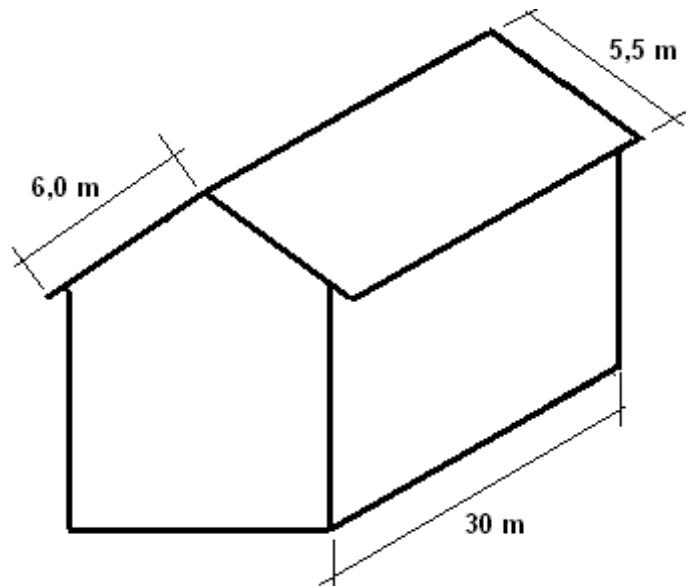
a) $4,350 \text{ m}^3 - 235,200 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$

b) $825,030 \text{ dm}^3 + 52\,354 \text{ cm}^3 = \dots \text{ cm}^3$

6) Em uma metalurgica são fabricados 3000 peças por dia. A face hachurada deve ser pintada com tinta azul. Quantos litros de tinta são gastos por mês. Sabendo-se que 1 litro pinta 10 m^2 .



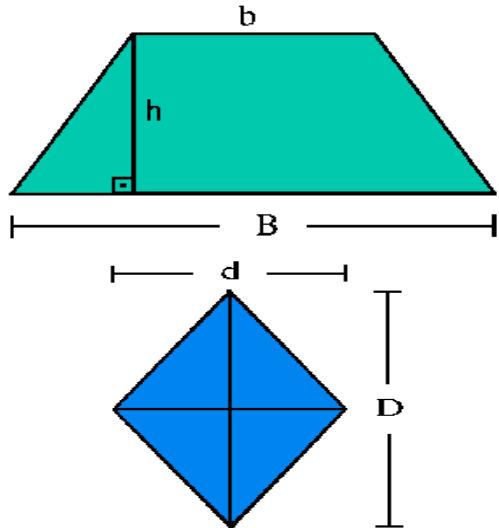
7) Para a casa representada no croqui abaixo, calcule a quantidade de telhas necessária para cobri-la, sabendo-se que uma telha cobre em média uma área de $1 \times 1,2$ metros.



08) Os vértices de um losango são os pontos médios dos lados de um retângulo. Mostre que a área do retângulo é o dobro da área do losango.

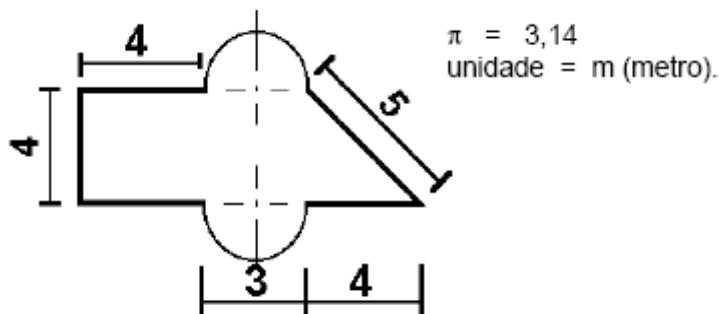
09) Desenvolva a fórmula literal para encontrar a área das figuras abaixo.

$$A = \frac{(B * b) * h}{2}$$



$$A = \frac{D * d}{2}$$

Observe a figura abaixo e responda as questões que se seguem.



10) O valor da área é:

- a) () $34,465m^2$
- b) () $43,065m^2$
- c) () $39,820m^2$
- d) () $37,465m^2$

11) O valor do perímetro é:

- a) () 27,00m.
- b) () 30,42m.
- c) () 35,13m.

11 - Trigonometria E Relações Métricas Triângulo Retângulo

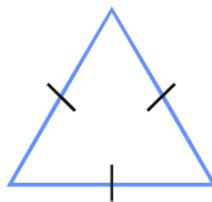
11.1 Trigonometria

A trigonometria estuda as relações entre as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo.

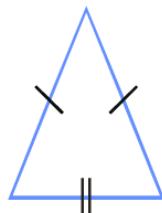
11.1.1 Triângulos

Triângulos são polígonos com três lados e três ângulos internos. Os triângulos podem ser classificados quanto aos lados ou quanto aos ângulos. Quanto aos **lados** os triângulos podem ser:

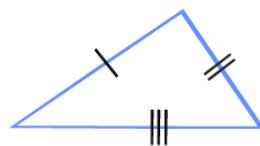
Eqüilátero – quando possui todos os lados com a mesma medida.



Isósceles – quando possui dois lados com a mesma medida.

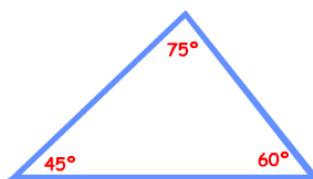


Escaleno – quando possui todos os lados com medidas diferentes.

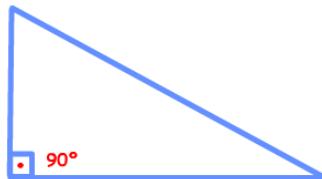


Quanto aos **ângulos** os triângulos podem ser:

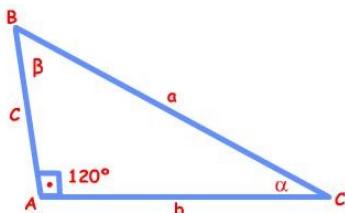
Acutângulo – quando possui todos os ângulos agudos (medem menos que 90°).



Retângulo – quando possui um ângulo reto (mede 90°).



Obtusângulo – quando possui um ângulo obtuso (mede mais que 90°).



Um triângulo é indicado pelas três letras correspondentes aos seus vértices. Cada vértice do triângulo será representado por uma letra maiúscula. Cada ângulo também será representado por uma letra maiúscula ou por uma letra grega.

Então, para a figura acima, quando nos referirmos ao triângulo, aos ângulos ou aos vértices, devemos escrever:

Triângulo **ABC**

Vértice **A**, vértice **B** ou vértice **C**

Ângulo **A**, ângulo **B** ou ângulo **C** ou ângulo α , ângulo β .

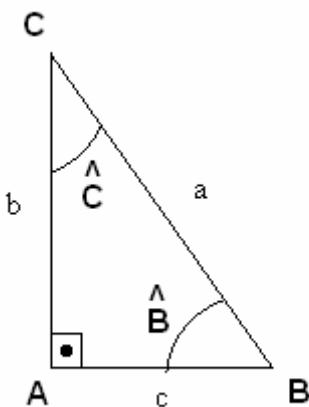
Os lados podem ser representados por letras minúsculas, lado **a**, lado **b**, lado **c**, ou pelo segmento de reta correspondente ao lado: lado \overline{AB} , lado \overline{BC} , lado \overline{AC} .



A parte da trigonometria desenvolvida neste capítulo está baseada no triângulo retângulo.

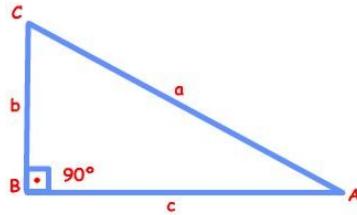
11.1.2 Relações Trigonométricas no triângulo retângulo

Em um triângulo retângulo os lados recebem nomes específicos. O lado oposto ao ângulo de 90° é chamado **hipotenusa** e os outros dois lados são chamados **catetos**.



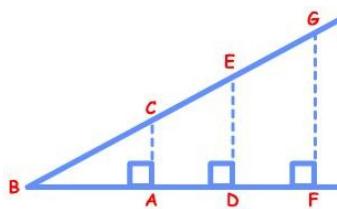
Considerando o triângulo abaixo \overline{AC} é a hipotenusa \overline{AB} e \overline{BC} os catetos. Também podemos dizer que **a** é a hipotenusa e **b** e **c** são os catetos.

Considerando um ângulo qualquer de um triângulo chamamos de cateto adjacente a este ângulo, o cateto que pertence a um dos lados do ângulo e, o outro cateto será o cateto oposto.



No triângulo retângulo existem relações entre os seus lados e os seus ângulos, a seguir:

Considerando a figura abaixo, os triângulos ABC, DBE, FBG são triângulos retângulos e semelhantes, pois seus ângulos internos são congruentes (têm a mesma medida). A razão entre dois lados quaisquer deles é igual a razão entre os lados correspondentes dos outros.



$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{FG}}{\overline{BG}} = K_1$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{FB}}{\overline{BG}} = K_2$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{FG}}{\overline{FB}} = K_3$$

As constantes K_1 , K_2 e K_3 dependem apenas do ângulo B e não das dimensões do triângulo. As razões trigonométricas K_1 , K_2 e K_3 são chamadas respectivamente seno, co-seno e tangente do ângulo B.

Seno de um ângulo é a razão entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa, ou seja, considerando o ângulo B, temos:

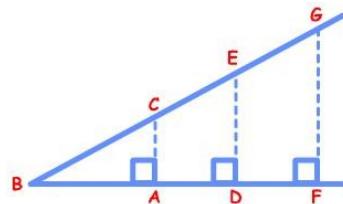
$$\text{Seno de } B = \frac{\text{medida do cateto oposto a } B}{\text{medida da hipotenusa}}$$

Co-seno de um ângulo é a razão entre o cateto adjacente ao ângulo e a hipotenusa, ou seja, considerando o ângulo B, temos:

$$\text{Co-seno de } B = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } B}{\text{hipotenusa}}$$

Tangente de um ângulo é a razão entre a medida do cateto oposto e o cateto adjacente a esse ângulo, ou seja, considerando o ângulo B, temos:

Tangente de $B = \frac{\text{medida do cateto oposto a } B}{\text{medida do cateto adjacente a } B}$



Considerando a figura acima podemos utilizar uma notação mais compacta para indicar essas relações.

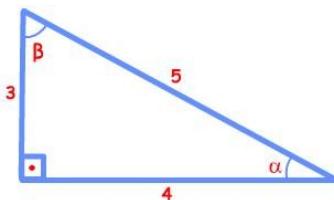
$$\text{Sen } B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \quad \text{ou} \quad \text{Sen } B = \frac{b}{a} \quad \text{Sen } C = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \quad \text{ou} \quad \text{Sen } C = \frac{c}{a}$$

$$\text{Cos } B = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \quad \text{ou} \quad \text{Cos } B = \frac{c}{a} \quad \text{Cos } C = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \quad \text{ou} \quad \text{Cos } C = \frac{b}{a}$$

$$\text{Tan } B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \quad \text{ou} \quad \text{Tan } B = \frac{b}{c} \quad \text{Tan } C = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \quad \text{ou} \quad \text{Tan } C = \frac{c}{b}$$

Exemplo:

No triângulo ABC encontrar o valor de seno, co-seno e tangente de α .



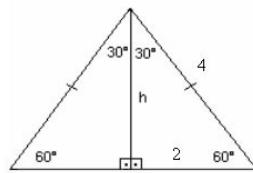
$$\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \cos \alpha = \frac{4}{5} = 0,8 \quad \tan \alpha = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\sin \beta = \frac{4}{5} = 0,8 \quad \cos \beta = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \tan \beta = \frac{4}{3} = 1,333\dots$$

5.3 – Razões trigonométricas dos ângulos de 30°, 45° e 60°.

Vamos encontrar os valores das razões trigonométricas desses ângulos através de exercícios:

1) Encontrar os valores do $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$ e $\tan 30^\circ$ e $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$ e $\tan 60^\circ$ considerando um triângulo equilátero com 4 cm de lado.



Em um triângulo equilátero a medida de cada um dos ângulos internos é 60°. Encontramos a medida da altura h usando o teorema de Pitágoras:

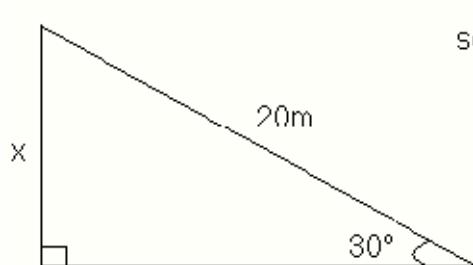
$$\begin{aligned} h^2 + 2^2 &= 4^2 \\ h^2 &= 16 - 4 \\ h^2 &= 12 \\ h &= \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \end{aligned} \quad \S$$

$$\begin{array}{lll} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \S & \sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \S & \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \S \\ \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \S & \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \S & \cos(60^\circ) = \frac{1}{2} \quad \S \\ \tan(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \S & \tan 45^\circ = 1 \quad \S & \tan 60^\circ = \sqrt{3} \quad \S \end{array}$$

Observe que $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$ e $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$. Isso acontece porque 30° e 60° são ângulos complementares (sua soma é igual a 90°). Convém salientar também que $\sin 30^\circ$ dividido por $\cos 30^\circ$ é igual a tangente de 30°.

11.1.3 Exemplos

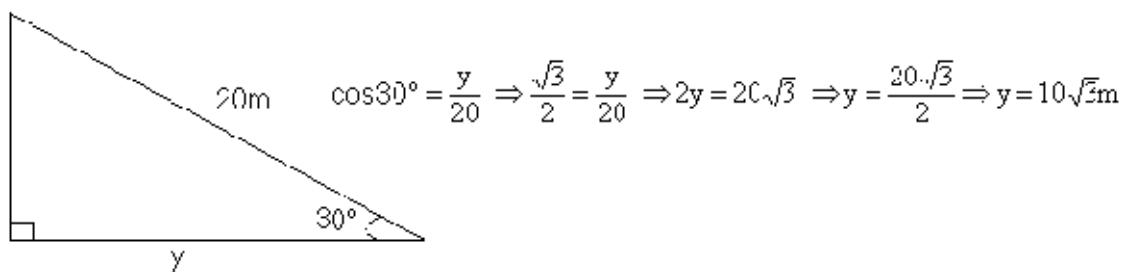
1) Calcule o valor de x na figura abaixo. (observe na tabela $\sin 30^\circ$)



$$\sin 30^\circ = \frac{x}{20} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{20} \rightarrow 2x = 20$$

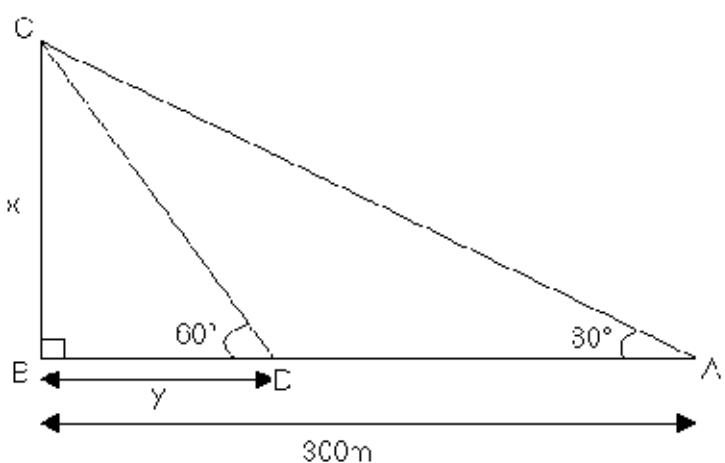
$$x = \frac{20}{2} \longrightarrow x = 10\text{m}$$

2) Determine o valor de y na figura abaixo.(observe na tabela com 60°)



3. Observando a figura seguinte, determine:

- a) a medida x indicada;
 - b) a medida y indicada;
 - c) a medida do segmento AD .



a) Calculando a medida de “x”, utiliza-se a função tangente:

$$\text{Tangente } Z = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto Adjacente}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{300}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{300}$$

$$x = 300 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x = 100 \cdot \sqrt{3}$$

b) Calculando a medida de “y”, utiliza-se novamente a função tangente:

$$\tan 60^\circ = \frac{x}{y}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{100\sqrt{3}}{y}$$

$$y = \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$y = 100 \text{ m}$$

c) Calculando a medida de “AD”:

$$AD = AB - y = 300 - 100 = 200 \text{ m}$$

A medida de AD é 200 metros.

11.2 Teorema de Pitágoras

Pitágoras foi um matemático grego do séc. VI a.C. Ele descobriu uma relação métrica que, até hoje, é um dos mais famosos e importantes teoremas da Matemática.

Veja o enunciado do teorema de Pitágoras.

Em qualquer triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.

Usando uma figura, escrevemos o teorema de Pitágoras de um modo bem simples:

$$b^2 + c^2 = a^2$$

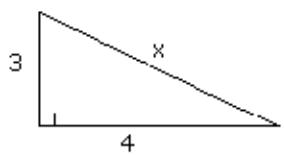
onde:

- triângulo retângulo é o triângulo que apresenta um ângulo de 90° .
- catetos são os lados que formam o ângulo reto.
- hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto.

11.2.1 Exemplos

1) Calcule o valor de x nas seguintes figuras:

a)



$$x^2 = 4^2 + 3^2$$

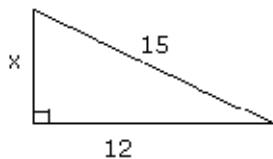
$$x^2 = 16 + 9$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5$$

b)



$$15^2 = 12^2 + x^2$$

$$225 = 144 + x^2$$

$$-x^2 = 144 - 225$$

$$x^2 = 81$$

$$x = \sqrt{81}$$

$$x = 9$$

12 - Gabarito

12.1 Capítulo 1

1a) 7, 14, 21, 28, 35, 42, 48
1c) 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77
1e) 15, 30, 45, 50, 55, 60, 65

1b) 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63
1d) 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84

2a) 1597 b) 7763 c) 11474

3) 623 Parcela
+321 Parcela
944 Total ou Soma

4a) 50, 45, 40, 35, 30, 25, 20
4c) 80, 72, 64, 56, 48, 40, 32

4b) 50, 44, 38, 32, 26, 20, 14
4d) 108, 96, 84, 72, 60, 48, 36

5a) 122 b) 848 c) 1866 d) 2728 e) 425965

6) 593

7) 559

8) 31704

9a) 7 b) 810 c) 80 d) 720 e) 17050 f) 900
9g) 8100 h) 36500 i) 43000 j) 12000 k) 17000 l) 3800000

10a) parcelas b) zeros

11a) 0 b) 0 c) 0 d) 0 e) 0 f) 0

12) 107 dividendo, 2 resto, 5 divisor e 21 quociente

13)

$$\begin{array}{r}
 810 \\
 \underline{-} 8 \\
 010 \\
 \underline{-} 8 \\
 \hline
 202
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 408 \\
 \underline{\times} 4 \\
 008 \\
 \underline{-} 8 \\
 \hline
 102
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 560 \\
 \underline{\times} 8 \\
 00 \\
 \hline
 70
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12018 \\
 \underline{\times} 12 \\
 0018 \\
 \underline{-} 18 \\
 \hline
 2003
 \end{array}$$

14) 407

15)

$$\begin{array}{rccccc}
 8750 & 37600 & 2091 & 9327 & 3852 \\
 + 3 & - 28935 & \times 45 & \times 814 & \times 208 \\
 \hline
 1046 & 8665 & 10455 & 37308 & 30816 \\
 9799 & & 8364 & 9327 & 77040 \\
 & & 94095 & \underline{-} 74616 & 801216 \\
 & & & 7592178 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rccccc}
 68704 & 1419 & 4056 & & \\
 \underline{-} 666 & \underline{-} 87 & \underline{-} 340 & & \\
 \hline
 928 & 16 & 656 & & \\
 0210 & 549 & 612 & & \\
 \underline{-} 148 & \underline{-} 522 & \underline{-} 44 & & \\
 \hline
 624 & 27 & & & \\
 \underline{-} 592 & & & & \\
 \hline
 32 & & & &
 \end{array}$$

16a) 294 litros

16b) 320 alunos por período
20 alunos por sala

12.2 Capítulo 2

- 1a) {0, 3, 6, 9, 12, 15}
 1b) {0, 4, 8, 12, 16, 20}
 1c) {0, 5, 10, 15, 20, 25}
 1d) {0, 10, 20, 30, 40, 50}
 1e) {0, 12, 24, 36, 48, 60}

- 2a) {1, 2, 4, 8}
 2b) {1, 2, 3, 4, 6, 12}
 2c) {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}

2d) {1, 3, 5, 15}

2e) {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

3a) 1341 ou 1344 ou 1347 3b) 732 ou 735 ou 738

4a) 7120, 162, 398, 74

4b) 315, 222, 207

4c) 345, 700, 325

4d) 140, 1000, 12360

5a) 402 ou 408

5b) 575 ou 570

5c) 840

5d) 150

6a) 60 6b) 60 6c) 720

7a) 105 7b) 216 7c) 504 7d) 64

12.3 Capítulo 3

12.4 Capítulo 4

12.5 Capítulo 5

1a) metro 1b) quilometro 1c) centímetro 1d) milímetro

2a) 8,9 hm ou 89 dam

2b) 3,005 m ou 3005 mm

2c) 27,005 m

2d) 1,17 m ou 117 cm

2e) 15,01 dm ou 1501 mm

3a) 52700 cm b) 783 mm c) 34500 cm d) 800 mm e) 220,3 dm

4a) 50 dm b) 600 cm c) 7000 mm d) 90 cm e) 1200 mm f) 180 mm g) 872 mm

- 5a) trinta e oito metros e sessenta e cinco centímetro
 5b) um metro e cinquenta centímetros
 5c) treze quilômetros e oitenta metros
 5d) dois hectômetros e trinta e sete metros
 5e) nove metros e setecentos e vinte e oito milímetros
 6a) V b) V c) F d) F e) V f) V

7)

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	8	0	5			
	1	2	0	0	7	
		5	1	0	0	9
2	5	0	1	9		
			2	0	0	5

- 8a) Um hectômetro e três decímetros
 8b) Quarenta e cinco decímetros
 8c) Duzentos e dezesseis milímetros
 8d) Três metros e sete milímetros
 8e) Dezesseis metros e cinco centímetros
 9a) 14 cm b) 15,4 m c) 2,8 m d) 25 cm e) 270 m

12.6 Capítulo 6

Exercício 6.5 – Proporcionalidade

1a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{7}{4}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{2}{2}$ e) $\frac{6}{9}$

2a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{10}{7}$ d) $7:4$ e) $5:9$

- 3a) 7 e 24 extremos, 8 e 21 meios
 3b) 5 e 9 extremos, 3 e 15 meios

4a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{100}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{6}{5}$ e) $\frac{1}{25}$ f) 3

5a) $\frac{2}{3}$ 5b) $\frac{3}{2}$

6a) $\frac{1}{2}$ 6b) $\frac{2}{3}$

7) 5 → Antecedente
9 → Consequente

8) 4 e 6 → Extremos
3 e 8 → Meios

9a) proporção
9b) meios
9c) consequente

10a) 4 b) 4 c) 10 d) 3 e) 1 f) 36

6.6 Regra de Três

1) 8 horas

2) 20

3) 12 horas

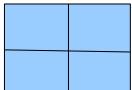
4) 24 mm

5) 157 mm

6) 2250 litros

7) 84 litros

8) 5 dias

9) a)  b) $\frac{1}{4}$ c) 600 m²

10) pagou mais $\frac{3}{8}$ pagou menos $\frac{7}{24}$

11) $\frac{7}{8}$ polegadas

12a) direta
12b) direta
12c) inversa
12d) direta
12e) inversa

13) $\frac{3}{5}$

14a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{5}{9}$

15a) $\frac{40}{1}$ quarenta por um b) 7,5 cm

16) 1 hora e 15 minutos

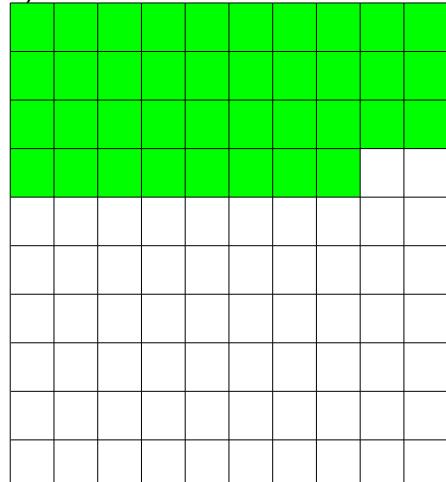
12.7 Capítulo 7

1a) 2% b) 17% c) 100%

2a) $\frac{99}{100}$ b) $\frac{42}{100}$ c) $\frac{50}{100}$

3a) 160 b) 35 c) 252

4) a) 38 b) 62 c) 62%



5) 60% são meninas

6) 355.500 crianças (Trezentas e cinquenta e cinco mil e quinhentas crianças)

12.8 Capítulo 8

1a) -1 1b) 17 1c) 19 1d) 1 1e) -24

2a) 811 2b) 48 2c) 616 2d) 54

$$\begin{aligned}
 x &= \text{chuva tarde} \\
 y &= \text{chuva manhã} \\
 N &= \text{Dias de férias} \\
 7 &= x + y \rightarrow y = 7 - x \\
 5 + x &= N \\
 6 + y &= N \\
 5 + x &= 6 + y \\
 3) \quad 5 + x &= 6 + (7 - x) \\
 5 + x &= 6 + 7 - x \\
 x + x &= 6 + 7 - 5 \\
 2x &= 8 \\
 x &= \frac{8}{2} \\
 x &= 4
 \end{aligned}$$

Portanto: $N = 5 + x = 5 + 4 = 9$ dias

$$\begin{aligned}
 A &= \text{gostam do produto A} \\
 B &= \text{gostam do produto B} \\
 C &= \text{não gostam de nenhum produto} \\
 D &= \text{gostam de A e B} \\
 A + B + C + D &= 52 \\
 B &= 4D \rightarrow D = \frac{B}{4} \\
 B &= 2A \rightarrow A = \frac{B}{2} \\
 4) \quad B &= \frac{C}{2} \rightarrow C = 2B \\
 \text{portanto } \frac{B}{2} + B + 2B + \frac{B}{4} &= 52 \\
 \frac{2B + 4B + 8B + B}{4} &= \frac{208}{4} \\
 15B &= 208 \\
 B &= \frac{208}{15} \\
 B &= 13,9 \text{ pessoas} \simeq 14 \text{ pessoas} \\
 \text{Como queremos } C &= 2B = 2 \cdot 14 = 28 \text{ pessoas}
 \end{aligned}$$

5) b

6) b

7) a

8) b

9) c

Exercícios 8.7 potenciação e radiciação:

1a) 7^2 b) 4^3 c) 9^5 d) 2^4

2a) 8 b) 49 c) 25 d) 9 e) 64 f) 16
g) 64 h) 125 i) 81 j) 32 K) 1 l) 4
m) 216 n) 1 o) 243 p) 1 q) 169 r) 100

3a) 18 b) 41 c) 40 d) 83

4a) 1 b) 0 c) 3 d) 0 e) 14 f) 1 g) 10 h) 10

5a) 256 b) 625 c) 117649 d) 729 e) 6561 f) 64 g) 262208
h) 630 i) 4374 j) $a^5[a + 1]$ k) 5764801 l) 134217728 m) a^{15}

6

a $\frac{4}{9}$

b $\frac{16}{49}$

c $\frac{729}{125}$

d $\frac{1}{729}$

e $\frac{16}{729}$

7

a $\frac{10}{4}$

b $\frac{34}{25}$

c $\frac{1}{3}$

d $\frac{9}{4}$

8a) 3 b) 4 c) 6 d) 7

9a) 2 b) 7 c) 3 d) 4 e) 3

10) b: 1600 canos

11) a

12.9 Capítulo 9

- 1a) dezoito quilogramas
1b) duas miligramas
1c) cinco toneladas
1d) treze centímetros
1e) quatorze quilômetros
1f) zero vírgula um metro quadrado
1g) dois centímetros quadrados
1h) oito metros cúbicos
1i) três vírgula dois milímetros cúbicos
1j) quatro vírgula zero dois metros por segundo
1k) doze vírgula um metro cúbico por segundo

- 1l) doze vírgula um metro por segundo quadrado
 1m) quarenta megapascal
 1n) dez milibar
 1o) 100 quilogramas-força por centímetro quadrado
 1p) cento e vinte e cinco amperes
 1q) trezentos e dois quilowatts
 1r) sessenta e nove milicoulombs
 1s) oitenta e quatro nanofarads

12.10 Capítulo 10

- 1) $\text{cm}^3/\text{cm}^3/\text{mm}^3/\text{m}^3$ 6) 8784 l
 2b) 3452 dm^3 e 370 mm^3 7) 28 telhas
 2c) 0,3 mm^3
 2d) 48 dam^3 , 725 m^3 e 683 dm^3
 2e) 3 mm^3 e 480 décimos de mm^3
 2f) 87 m^3 e 350 dm^3
 3a) 523775000000 mm^3
 3b) 328,472 m^3
 3c) 0,000003 dam^3
 3d) 450000000000 dm^3
 3e) 58,976 m^3
 3f) 0,004379 dm^3
 4a) 523450
 4b) 2576,400
 4c) 75000
 4d) 51325
 5a) 4,5852
 5b) 877384
- 9)

$$AI = \frac{((B+b) \times h)}{2}$$
- 10) b
- 11) b
- $$A2 = \frac{(D \times d)}{2}$$

12.11 Capítulo 11