EDUARDO BRANDL

FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º E 2º GRAUS EM DOIS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

POUSO REDONDO, 2011

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

EDUARDO BRANDL

FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º E 2º GRAUS EM DOIS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Monografia submetida ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia como parte dos requisitos para obtenção do título de Especialista em Ensino de Ciências lato sensu, modalidade a distância.

Professora orientadora: Dra. Elenita Eliete de Lima Ramos.

POUSO REDONDO, 2011

FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º E 2º GRAUS EM DOIS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

EDUARDO BRANDL

Este trabalho foi julgado adequado para a obtenção do título de especialista, e aprovado na sua forma final pela banca examinadora do Curso de Ensino de Ciências do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina.

Florianópolis/SC, 21 de dezembro de 2011.

Banca Examinadora:

____

Prof. Elenita Eliete de Lima Ramos
Orientador

____

Prof. José Roque Damasco Neto

____

Prof. Vanessa Michels

B818f Brandl, Eduardo

Funções polinomiais de 1º e 2º graus em dois livros didáticos de matemática sob a perspectiva das representações semióticas [monografia] / Eduardo Brandl ; orientadora, Elenita Eliete de Lima Ramos. – Pouso Redondo, SC, 2011.

1 v. : il., tabs.

Monografia de especialização (Ensino de Ciências) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina. Universidade Aberta do Brasil. Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências.

Inclui referências.

1. Livro didático. 2. Funções polinomiais de 1º e de 2º grau. 3. Registros de representação semiótica. I. Ramos, Elenita Eliete de Lima. II. Título

CDD: 510.07

Sistema de Bibliotecas Integradas do IFSC
Biblioteca Dr. Hercílio Luz – Campus Florianópolis
Catalogado por: Augiza Karla Boso CRB 14/1092
Rose Mari Lobo Goulart CRB 14/277

DEDICATÓRIA

A meus pais Willmar e Nerecy e aos meus irmãos Carina e Rafael, pois apesar das divergências, constituem a base sólida e o porto seguro para mim.

A meus avós maternos Pedro e Maria e avós paternos Huberto (in memorian) e Bertolina (in memorian), que com seus exemplos de vida me ensinaram que devo persistir, mesmo que o caminho seja longo e árduo.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a uma força maior, cuja denominação para mim é desconhecida, apenas sei que ela tornou possível mais esta caminhada, pois muitas foram as angústias, paradas e retomadas até a concretização deste trabalho.

À minha família pela compreensão nos momentos de ausência para a dedicação aos estudos.

Aos colegas de curso: Araci, Carlos Augusto, Josiane, Keli, Mateus, Nádia, Patrícia, Rosani, Sérgio e Sheila, que de forma direta e indireta contribuiram para o meu crescimento pessoal e profissional.

A todos os professores do curso, que contribuíram, cada um a seu modo, na construção de uma prática pedagógica reflexiva e significativa.

As tutoras Rosane e Luciana, pela parceria nos momentos difíceis e pela compreensão.

A professora orientadora Elenita que conduziu esse trabalho de maneira compreensível e competente.

EPÍGRAFE

"Há homens que lutam um dia e são bons.
Há outros que lutam um ano e são melhores.
Há os que lutam muitos anos e são muito bons.
Porém, há os que lutam toda a vida.
Esses são os imprescindíveis."

Bertolt Brecht.

RESUMO

As funções constituem um importante conteúdo matemático que deve ser desenvolvido com os alunos de forma contextualizada e articulada com as diferentes áreas do conhecimento, conforme apontam os documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio. No entanto, esses mesmos documentos enfatizam as dificuldades apresentadas pelos alunos de diferentes níveis de escolaridade em apropriar-se dos conceitos matemáticos associados às funções. Este trabalho se propõe a analisar dois livros didáticos de Matemática: um do Ensino Fundamental e um outro do Ensino Médio usados nas escolas da rede pública de Trombudo Central, objetivando compreender como esses livros abordam especificamente as funções polinomiais de 1º e de 2º graus, tendo como suporte teórico a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Tal teoria tem se mostrado importante por considerar as especificidades do conhecimento matemático e a necessidade de se utilizar os diferentes registros para o seu ensino e aprendizagem. Dentre esses registros destaca-se:a representação em língua natural, algébrica, tabular e gráfica. Ressalta ainda a importância de considerar os tratamentos e as conversões assim como a articulação entre os diferentes registros para acessar o objeto matemático em estudo. A metodologia utilizada caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica e análise de dois livros didáticos. Por meio da apreciação dos dados obtidos verificou-se a abordagem de poucas situações contextualizadas, prevalecendo exercícios. Em relação às funções polinomiais de 1º grau, percebeu-se um equilíbrio entre tratamentos e conversões, já em relação às funções polinomiais de 2º grau prevaleceram os tratamentos. Observou-se, ainda, uma ênfase em relação ao registro algébrico e a crescente presença da representação gráfica, porém, ainda atrelada à construção do gráfico ponto a ponto, dificultando uma compreensão global do objeto em estudo.

Palavras chave: Livro didático; funções polinomiais de 1º e de 2º grau; registros de representação semiótica.

ABSTRACT

The functions are an important mathematical content and should be developed with the students in context and linked with the different areas of knowledge, as official documents show how the National Curriculum and the Curriculum Guidelines for Secondary Education. However, these same documents indicate the difficulties presented by the students of different educational levels to appropriate these mathematical concepts. This study aims to examine two mathematics textbooks: an elementary school and one high school used in schools of public Trombudo Central in order to understand how these books deal specifically with the polynomial functions of 1st and 2nd grades, and theoretically supported by records of Representation Theory of Semiotics Raymond Duval. Such a theory has been important to consider the specifics of mathematical knowledge and the need to use different registers for the teaching and learning. Among these records stand out: the representation of natural language, algebraic, graphical and tabular. Also emphasizes the importance of considering treatments and conversions as well as the articulation between the different records to access the mathematical object under study. The methodology used is characterized as a literature search and analysis of two textbooks. By evaluating the data obtained verified the approach of a few situations in context, whichever exercises. Regarding polynomial functions of degree 1, it was realized a balance between treatments and conversions, as compared to polynomial functions of degree 2 prevailed treatments. There was also an emphasis on the record and the growing presence of algebraic graphing, however, still tied to the graphic design of point to point, making an overall understanding of the object under study.

Keywords: textbook; polynomial functions of 1st and 2nd grade; semiotic representation records.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Esta monografia pautou-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, a qual tem como pressuposto que a utilização de diferentes representações semióticas dos objetos matemáticos contribuem para a aquisição destes conhecimentos. Essa teoria enfatiza a importância do uso de diferentes registros e a articulação entre os mesmos para que o aluno aproprie-se dos objetos matemáticos.

Buscou-se com este trabalho, analisar, dentro dessa perspectiva teórica, como os objetos matemáticos funções polinomiais de 1º e 2º graus são abordados em dois livros didáticos: um do Ensino Fundamental e um outro do Ensino Médio. Para isso foram analisados o livro do 9º ano do Ensino Fundamental e o do 1º ano do Ensino Médio usados entre os anos de 2008 a 2011, nas redes municipal e estadual do município de Trombudo Central.

Essa análise mostrou–se relevante uma vez que em grande parte das escolas públicas o livro didático ainda é uma das referências para o professor em sala de aula, principalmente nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Mesmo que o professor opte em não adotar um livro didático, de forma geral, utiliza os exercícios e problemas propostos neles, conforme apontado nas pesquisas de SOARES (2007) e SILVA (2007).

Neste trabalho, fez-se a opção em analisar o conteúdo funções, pois segundo LONGEN (2003), esse conceito é um dos mais importantes dentro da Matemática e acompanha o aluno durante toda a sua trajetória escolar, aparecendo nos diferentes campos matemáticos: na Aritmética, na Geometria, no Cálculo de Probabilidades e na Álgebra, conforme apontado na Proposta Curricular de Santa Catarina. No entanto, mesmo sendo um conteúdo imprescindível à formação dos alunos, muitas são as dificuldades apresentadas por eles na construção desses conceitos. Desse modo, um dos objetivos deste trabalho foi identificar a abordagem desse conteúdo na perspectiva das representações semióticas.

Para realizar as análises foram selecionadas as páginas que abordam o estudo das funções polinomiais de 1º e de 2º graus tendo como suporte uma ficha contendo os critérios a serem observados. A análise buscou compreender como são abordados os diferentes registros de representação semiótica em relação a esse conteúdo. Foi investigado, também, se os autores contemplaram atividades que possibilitem a transformação e a coordenação dos diferentes registros, pois segundo Duval, esses são aspectos importantes a serem observados ao se investigar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

1.1 JUSTIFICATIVA

O conteúdo funções acompanha os alunos em praticamente todas as etapas de sua escolaridade, desde noções de proporcionalidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental até o estudo de Cálculo Diferencial e Integral em cursos de graduação.

Constituem-se em um corpo de conteúdos extenso e complexo, requerendo um ensino em diferentes etapas da escolaridade e com diferentes graus de aprofundamento, podendo ou não estar vinculadas a situações-problema. Documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais têm mostrado que os alunos, de modo geral, terminam o Ensino Médio sem a apropriação adequada do objeto matemático funções, o que é preocupante uma vez que o domínio desse conteúdo pode ajudar a resolver problemas que aparecem com certa frequência em situações do cotidiano e a falta ou apropriação inadequada acarreta ainda, dificuldades em estudos posteriores.

Entretanto, pesquisas atestam que dificuldades de aprendizagem sobre funções se mantêm nos vários graus de ensino. “ Lochhead e Mestre (1995) mostram que mesmo depois de passar pelo ensino da disciplina de Cálculo Integral e Diferencial, muitos alunos de engenharia apresentaram dificuldades na construção de uma função, ou mesmo de seu reconhecimento, em uma de suas formas representacionais.” (BASSOI, 2006, p.04-05)

Além disso, as análises que buscam compreender as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da Matemática geralmente pautam-se na observação dos conceitos e suas complexidades epistemológicas, tratando o conhecimento matemático de modo similar a outros domínios do conhecimento científico, não abordando de modo mais sistemático os aspectos que diferem a matemática das outras áreas do conhecimento e que, portanto, possam ser a chave para a investigação das dificuldades de aprendizagem apresentadas.

Nesse sentido a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval mostra-se como uma importante base teórica a auxiliar na compreensão das características específicas da Matemática: a necessidade de uso das representações semióticas e a variedade de registros usados nessa área do conhecimento.

Ressalta-se ainda, segundo Duval, que os registros de representação de um mesmo objeto têm conteúdos diferentes, é necessário então, a coordenação entre esses diferentes registros para se construir um conceito. Essa construção, porém, não ocorre de forma espontânea, mas depende da intervenção adequada e planejada do professor.

Neste trabalho buscou-se compreender como as funções do primeiro e segundo graus são apresentadas pelo instrumento mais utilizado pelo professor de Matemática: o livro didático. Uma vez que, embasando-se na experiência profissional do autor deste trabalho, parte-se do pressuposto de que ele ainda é o fio condutor das aulas de Matemática tanto dos Anos Finais do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio. Mesmo que não seja usado diretamente em sala de aula, o planejamento das aulas e dos exercícios que são propostos aos alunos são normalmente retirados deles. Desse modo, analisar como o livro didático aborda as funções polinomiais de 1º e 2º graus pode fornecer importantes subsídios que auxiliarão a compreensão de como ocorre a abordagem desse conteúdo nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Os livros analisados contemplam os diferentes registros de representação desse objeto, bem como possibilitam o trânsito e a coordenação dos diferentes registros propostos pela Teoria de Representação Semiótica de Duval? As transformações tratamento e conversão são ambas privilegiadas? Em relação ao registro gráfico são propostas atividades de pontuação, de extensão do traçado do gráfico e o procedimento de interpretação global das propriedades figurais?

1.3 OBJETIVO GERAL

Analisar como dois livros didáticos de Matemática: um do Ensino Fundamental e outro do Ensino Médio abordam os diferentes registros de representação semiótica em relação às funções polinomiais do 1º e 2º graus, bem como se contemplam a transformação e a coordenação entre os diferentes registros.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Verificar a presença ou não dos diferentes tipos de registros de representação semiótica na abordagem das funções polinomiais de 1º e 2º graus.

Verificar se as atividades apresentadas nos livros didáticos analisados englobam os dois tipos de transformações possíveis: tratamento e conversão.

Apontar a existência de atividades e situações de coordenação dos diferentes registros de representação semiótica das funções polinomiais de 1º e 2º graus, assim como suas potencialidades e limitações.

Identificar a proposição de atividades de pontuação, de extensão de traçado do gráfico e o procedimento de interpretação global das propriedades figurais, em relação ao registro gráfico.

2. REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Investigar as dificuldades de apropriação do conhecimento matemático tem sido alvo de pesquisas, conforme apontado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998). Teorias têm sido construídas objetivando explicar a origem dos problemas de aprendizagem de Matemática em todos os níveis. Dentre as teorias, destaca-se a de Representação Semiótica de Raymond Duval, que procura compreender como se dá a aquisição do conhecimento matemático através das especificidades dessa área em relação às demais. Tal teoria possibilita refletir acerca das dificuldades apresentadas pelos alunos na aquisição do conhecimento matemático.

> A diferença entre a atividade cognitiva requerida pela matemática e aquela requerida em outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos, pois não há domínio do conhecimento que não desenvolva um contingente de conceitos mais ou menos complexo. (DUVAL, 2003, p.13)

Segundo esse autor duas características devem ser consideradas ao analisar o conhecimento matemático: a necessidade intrínseca do uso das representações semióticas e a variedade de registros utilizados em matemática.

A teoria da representação semiótica de Duval, portanto, mostra-se significativa ao procurar explicar o que precisa ser considerado ao investigar a aquisição do conhecimento matemático, na busca de uma maior compreensão acerca das especificidades dessa área do conhecimento.

Porém antes de iniciar a descrição e análise dessa teoria é necessário e oportuno fazer uma reflexão acerca dos termos usados na nomenclatura dessa teoria. “Semiótica de origem grega (semeion=signos) denomina-se como a ciência dos signos, e os signos aqui mencionados referem-se a linguagem. Assim, semiótica pode ser compreendida como sendo a ciência de todas as linguagens." (QUEIROZ,RAMOS & SIPLE, 2011, p.18).

Outro termo a ser discutido é o de representação. A Matemática é praticamente toda construída através de representações. A forma de representar um numeral, por exemplo, pode ser feita usando-se a língua materna (três), usando um símbolo 3 (algarismo indo-arábico) ou III (algarismo romano) e conforme avança-se na escolaridade, há ainda outras formas de representar esse numeral: raiz quadrada de nove, x/ x-2=1.

Colombo (2008) afirma que as representações podem ser classificadas em internas ou externas. As representações internas também chamadas de mentais são aquelas relacionadas a cognição. Já as representações externas também chamadas de semióticas são aquelas que obedecem as leis de um sistema de signos e que foram criadas pelo ser humano. Há uma intrínseca relação entre as representações mentais e semióticas. Já a noção de registro refere-se "ao domínio dos sinais que servem para designar qualquer coisa (por exemplo, o mapa que representa o Brasil e não é o Brasil)". (ALMOLOUD, 2007, p.80).

Um sistema de representação semiótica pode ser definido então como "um conjunto de códigos (signos), organizados segundo regras de formação e convenções próprias, que apresentam relações internas que permitem identificar os objetos representados e estabelecer relações com outros objetos e sistemas matemáticos." (Duval 1995 apud COLOMBO, 2008, p.28).

A necessidade, portanto, de utilizar representações semióticas na Matemática advém de que os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis ou observáveis. Para se ter acesso a estes é necessário usar um sistema de representação. E isso faz com que esse conhecimento apresente certas especificidades em relação às demais áreas. Além disso, há variadas formas de representar um mesmo objeto e talvez esse seja um dos pontos a serem considerados nas atividades propostas pelos livros didáticos para que efetivamente os alunos se apropriem desses diferentes registros de representação semiótica e consequentemente dos objetos matemáticos em estudo.

Pode-se afirmar que o desenvolvimento da Matemática e das ciências de um modo geral está atrelado ao desenvolvimento de sistemas semióticos cada vez mais específicos e independentes da língua natural e é função da escola garantir que os alunos tenham acesso aos diferentes registros de representação para garantir o acesso ao conhecimento científico historicamente produzido.

Em relação ao conteúdo matemático funções Almoloud (2007, p.80), aponta que pode ser representado por quatro registros de representação semiótica: registro de tabelas, das fórmulas algébricas, gráfico e simbólico". Além destes há o registro em língua natural, a base dos demais sistemas de representação.

Esses cinco tipos de registros podem representar um mesmo objeto matemático, porém possuem características específicas, e dessa forma podem ser classificados em monofuncionais e multifuncionais.

> Os registros multifuncionais permitem uma variedade de tratamentos e os monofuncionais respondem a um único tipo de tratamento. A língua natural, por exemplo, é um registro multifuncional utilizado na vida diária e em Matemática, no entanto, não da mesma maneira Os registros monofuncionais foram desenvolvidos para um tipo de tratamento muito específico, para ter desempenhos mais poderosos e menos custosos do que os registros multifuncionais. Apresentam algoritmos próprios em sua estrutura. (COLOMBO, 2008, p.111).

Ainda de acordo com a autora, de modo geral, os professores e os livros didáticos privilegiam os registros monofuncionais, justamente porque possibilitam desenvolver algoritmos. Citam-se como exemplos os sistemas de escrita numéricas, algébricas e simbólicas, o cálculo e os gráficos cartesianos.

Conforme já mencionado, cada uma destas diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático não consegue representá-lo totalmente, por isso os diferentes registros se complementam. Segundo Duval (2003), só pode-se ter acesso ao objeto, dominando as diferentes representações. e é dessa forma que o aluno constrói um determinado conceito.

Segundo este autor não é suficiente apenas o domínio das diferentes representações semióticas, mas é necessário que se transite de uma para outra, para que efetivamente tenha-se a apropriação do conceito.

“As representações semióticas têm dois aspectos, sua forma e seu conteúdo. A forma muda segundo o sistema semiótico utilizado, ou seja, existem vários registros de representação para o mesmo objeto, correspondendo a cada um deles um tipo diferente de tratamento.” (DORIGO, 2006, p.34).

A seguir traz-se a definição do termo “objeto”, no contexto da Teoria de Representação Semiótica, pois o mesmo aparece em várias passagens deste trabalho, objetivando evitar incompreensões acerca da Teoria de Duval.

Peirce (1997 apud Colombo, 2008, p.86) define como objeto, em sua teoria semiótica da realidade, “o referente, a coisa que se encontra em uma relação parcial de correspondência.” Então para Peirce, o objeto pode ser uma coisa concreta, material do mundo, da qual é possível se ter um conhecimento perceptível, mas também pode ser algo abstrato, uma entidade puramente mental ou imaginária.

Em muitas situações o objeto está representado por um símbolo. Convém ressaltar que o símbolo está associado a um objeto por força de uma lei, uma convenção, uma ideia. E é por isso que o símbolo pode representar um objeto diferente dele, uma das especificidades do conhecimento matemático.

> O signo (símbolo, significante) tem a função de estar no lugar de um objeto (referente) para o sujeito que fará a interpretação no processo da

> semiose, ou seja, cria na mente do sujeito o conceito que está referindo-se ao objeto. Como está no lugar, o signo não é o objeto e este nunca está completamente representado naquele, apenas de certo modo. (COLOMBO, 2008, p. 95).

Duval defende que não há aprendizagem em Matemática sem distinção entre o objeto matemático e a sua representação. Ele considera como objeto matemático os números, as funções, as retas e outros e suas representações como as escritas decimais, fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras. Nesse caso, percebe-se que os próprios objetos matemáticos não representam diretamente a realidade, o que pode causar confusão entre o objeto e a sua representação.

> O registro simbólico fracionário 1/8 exprime o número em função das propriedades de divisibilidade e razão, o registro simbólico decimal (0,125), em função das propriedades relativas ao sistema posicional decimal e o último guarda as relações que envolvem a ideia de parte/ todo no registro figural contínuo. Logo apresentam sentidos muito diferentes. No funcionamento da tríade semiótica todos esses registros têm como referente o numeral 1/8, o que significa o objeto matemático, a idealidade abstrata e aceita culturalmente como indicativa do número racional 1/8. Este objeto (o numeral 1/8) refere-se ao número racional 1/8, ou seja, ao conceito de número racional que corresponde a uma quantidade contínua, grandeza, intensidade, portanto à referência da representação 0,125 ou e também a própria representação 1/8. (COLOMBO, 2008, p.107)

Portanto um dos desafios para o professor é que os alunos, não confundam os objetos matemáticos com as suas representações durante o estudo de um determinado conteúdo. Para isso o professor deve ficar atento a duas operações cognitivas: a semiose e a noésis.

> Duval define semiose como sendo a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e noésis, a apreensão conceitual de um objeto. Para ele, a noésis é inseparável da semiose, uma vez que, para que ocorra a apreensão de um objeto matemático é necessário que a noésis ocorra através de significativas semioses. (QUEIROZ, RAMOS & SIPLE, 2011, p.23)

Continuando o estudo da Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval ressalta-se que ao analisar uma atividade matemática na perspectiva de aprendizagem (e de ensino) há de se considerar dois tipos de transformações de representações semióticas: os tratamentos e as conversões.

> Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registros conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica. (QUEIROZ , RAMOS & SIPLE, 2011, p.16)

Segundo as pesquisas de SILVA (2007) e SOARES (2007) sobre representação semiótica, os professores em suas práticas pedagógicas e os livros didáticos, geralmente desconsideram as conversões como se as mesmas fossem naturalmente aprendidas pelos alunos. Esse pode ser um dos pontos a serem revistos na superação das dificuldades na aprendizagem da Matemática e também de compreensão dos resultados "positivos" apresentados por partes dos alunos, mas que mostram-se insuficientes quando os mesmos devem ser usados em outras situações. Notas boas, por si só, não garantem aprendizado significativo, pois podem ser pautadas em atividades simples e fragmentadas, descaracterizando a complexidade do conhecimento.

Segundo Duval cada registro possui um conjunto de regras específicas de tratamento e funcionamento que não são necessariamente válidas a outro, ou seja, cada registro favorece um tipo específico de tratamento. O cálculo é um exemplo de tratamento, seja ele numérico, algébrico, proposicional. Há naturalmente, regras de tratamento próprias de cada registro. Nesse sentido há a necessidade dos livros didáticos e as práticas pedagógicas considerarem as múltiplas formas de registro.

A compreensão acerca da diferença entre sentido e referência, pode contribuir nesse processo de identificação do objeto e de suas representações.

"A distinção entre sentido e referência está estreitamente ligada ao princípio da substituição, que é essencial nos procedimentos de cálculo ou de dedução: duas expressões tendo a mesma referência podem ser trocadas uma pela outra em uma frase ou fórmula, sem que o valor da verdade mude". (DUVAL 1988 apud MORETTI, 2002, p. 345)

Essa distinção entre sentido e referência, portanto, é muito importante em Matemática. Muitas vezes a compreensão está muito mais atrelada a referência do que ao sentido. Para tornar mais claro essa situação tomemos um exemplo: 3, 3^1, 9/3 possuem a mesma referência, porém possuem significado operatório distinto

Duval pontua ainda que a existência de vários registros de representação objetiva principalmente, a economia de tratamento, a complementaridade e a conceitualização.

Na complementaridade pode-se citar o seguinte exemplo: a representação algébrica da função quadrática pode ser $y = x^2 - 5x + 6$ ou então $y = (x-3)(x-2)$. Esta última forma de representação possibilita obter as raízes muito mais rapidamente do que na primeira forma de representação.

Em relação a economia de tratamento imagine uma situação hipotética em que o aluno tenha um problema envolvendo números racionais representados na forma fracionária e esse mesmo aluno apresenta sérias dificuldades nesse tipo de representação, mas percebe que pode transformar a representação fracionária em decimal, a qual possui domínio. Dessa forma pode converter a representação para chegar ao resultado e ter mais chances de confirmar se o seu resultado está correto. A outra ressalva deve-se ao fato de que dominando diferentes registros o aluno pode escolher o caminho mais rápido, portanto mais econômico.

Por fim, cita-se a conceitualização, pois segundo Duval, somente dominando os vários registros de representação semiótica de um mesmo objeto matemático é possível elaborar um conceito.

Para Duval (2003) há de se tomar cuidado, pois o uso excessivo do tratamento faz com que o aluno confunda o registro utilizado com o objeto matemático em estudo, haja vista que é a única representação do objeto com a qual tem contato, crendo que a representação é o próprio objeto.

Portanto, quanto mais compreensão e acesso a conversões for proporcionada ao aluno, mais ele desenvolverá a capacidade de escolher os registros nos quais os tratamentos a serem efetuados sejam mais econômicos ou confiáveis, para se ter uma garantia de que os procedimentos e resultados estejam corretos.

> Desse modo a operação de conversão deve ser considerada e até mesmo privilegiada, uma vez que ela não é cognitivamente neutra ou trivial, e coloca em pauta o papel da semiose no funcionamento do pensamento e as condições necessárias para uma diferenciação entre o objeto e a sua representação. É por conta disso que explicitar nos currículos, nos livros didáticos, enfim no ensino de Matemática, as atividades cognitivas ligadas à semiose, pode auxiliar na construção de uma aprendizagem mais significativa para o aluno. (COLOMBO, 2008, p.115).

Em sala de aula ao observar as tentativas de resolução dos alunos, percebe-se que os alunos que usam essas conversões obtêm mais êxito nas avaliações e, portanto, há a necessidade de considerar estes aspectos no planejamento intencional e sistemático das aulas de Matemática.

Uma ideia bastante difundida, mas equivocada é reduzir o processo de conversão a uma das formas mais simples de tratamento, como se bastasse aplicar algumas regras e está pronta a conversão de um registro, por exemplo, de uma equação à sua representação gráfica. Esse processo, porém, é bem mais complexo.

> Há por trás da aplicação de uma regra de codificação para passar de uma equação a um gráfico cartesiano, a necessária articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos dois registros. Pois essas são variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração em cada um dos dois registros. A conversão das representações, quaisquer que sejam os registros considerados, é irredutível a um tratamento. (DUVAL, 2003, p.17)

Em relação às atividades de conversão ainda há a necessidade de discutir duas situações que interferem nesse processo: as variações de congruência e de não congruência semântica e a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão.

> Em relação a congruência e não congruência semântica Duval (2003) ressalta que para analisar cognitivamente as possibilidades de uma operação de conversão, basta compararmos a representação no registro de partida com a representação terminal no registro de chegada. “Se a representação de chegada transparecer na representação de saída, a conversão se aproxima de uma simples codificação e, neste caso, há uma congruência. E se, ao contrário, a representação

> não transparecer, então existirá um caso de não-congruência. (COLOMBO, 2008, p. 117)

Isso demonstra porque em determinadas conversões de registros os alunos apresentam maiores dificuldades do que em outras. Pode-se dizer que no fenômeno de congruência semântica os alunos nem sempre reconhecem o mesmo objeto através de representações diferentes. Conforme Duval (1993 apud QUEIROZ, RAMOS & SIPLE, 2011, p.27). "Quanto maior a distância cognitiva entre os registros, mais difícil será a passagem de uma representação a outra e também maior será o risco dessa transformação não ser efetuada ou entendida".

Atividades apenas com conversões congruentes, mesmo que levem os alunos a bons resultados, garantem uma aprendizagem parcial dos conteúdos. Assim priorizar tarefas onde haja conversões não congruentes entre si, é uma forma de otimizar os resultados da aprendizagem, apesar das dificuldades que certamente serão geradas. Há de considerar ainda que uma conversão pode ser congruente num sentido e não em outro e segundo Traldi (2002) os registros de representação mais complexos são os que têm como ponto de partida o enunciado em língua natural ou texto.

O segundo item a ser verificado em relação a conversão é referente à heterogeneidade dos dois sentidos de conversão. Consiste em que passar de um registro em língua natural, por exemplo, para um registro algébrico, não implica que o sentido inverso apresente as mesmas características. Desse modo, o fato de propor atividades diversas, mas que solicitem sempre à conversão de registros num mesmo sentido não garante que o sentido inverso esteja garantido. É necessário, portanto analisar se nos livros didáticos as atividades de conversão privilegiam ambos os sentidos, ou se há prevalência de determinados sentidos de conversão.

Este é outro equívoco apontado por Duval o de pressupor que os sentidos de conversão entre os registros são equivalentes. Assim seria correto considerar que a conversão do registro algébrico para o gráfico mobiliza as mesmas estruturas de passar do registro gráfico para o algébrico. Essa ideia fica evidente em livros de Matemática que estabelecem conversões sempre no mesmo sentido, pressupondo que isso garante o sentido inverso.

Observações têm demonstrado que o fracasso ou dificuldades apresentadas pelos alunos aumentam sempre que precisam mudar de registros ou em que mais de uma forma de registro é requerida na solução de um problema.

> Porque passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Vemos, então, que duas representações de um mesmo objeto, produzidas em dois registros diferentes, não têm de forma alguma o mesmo conteúdo. (DUVAL, 2003, p.22)

Por isso há a necessidade de dispor de ao menos dois registros de representação semiótica diferentes para se apropriar do objeto em estudo e dessa forma não confundir conteúdo de uma representação com o objeto representado.

É a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática e não o caminho inverso, mas muitas abordagens são conduzidas como se a condição inversa fosse evidente e isso constitui-se em um dos critérios a ser analisado em relação as funções polinomiais de 1º e de 2º graus em dois livros didáticos: um do Ensino Fundamental e um outro do Ensino Médio.

O domínio das diferentes formas de representação, segundo Duval (2003) de um mesmo objeto matemático aumenta consideravelmente a capacidade dos alunos na resolução de problemas e ao analisar o desenvolvimento dos alunos frente a situações que requeiram a representação e a coordenação entre diferentes registros o professor estará avaliando de maneira precisa e global, ou seja, não estará fragmentando o processo avaliativo a apenas um tipo de registro.

Em relação ao estudo da teoria de representação semiótica de Duval aplicada ao objeto matemático funções há ainda de se considerar um aspecto importante e muitas vezes pouco explorado, relacionado ao registro gráfico: o da pontuação, o de extensão do traçado do gráfico e o procedimento de interpretação global das propriedades figurais.

> O procedimento de pontuar corresponde à representação de um ponto com base em um par ordenado e a identificação do par ordenado a partir do ponto, o procedimento de extensão do traçado do gráfico corresponde à união dos pontos por traços, delineando o gráfico, e o procedimento de interpretação global das propriedades figurais corresponde à associação das variáveis visuais pertinentes à representação gráfica com as variáveis escalares (simbólicas), da representação algébrica, permitindo a percepção de que a modificação da escrita implica a mudança da representação gráfica. (MAGGIO, SOARES & NEHRING, 2010, p.41)

Dessa forma a interpretação global das propriedades das figuras pode permitir ao aluno perceber que a modificação da escrita algébrica implica na mudança da representação gráfica e vice-versa.

> Uma expressão algébrica é composta por variáveis visuais (ou unidades significativas) que são: os símbolos de relações (>,<,=), os símbolos de operações ou sinais (-, +), os símbolos de variáveis e os símbolos de expoentes de coeficientes e constantes. (DUVAL, 1998, apud TRALDI, 2002, p.27).

Ainda de acordo com Duval são variáveis visuais aquelas cuja variação resulta em uma mudança dos valores dos parâmetros na função correspondente. Por exemplo, numa função polinomial do 1º grau, o ponto em que a reta intercepta o eixo do y (registro gráfico) é o coeficiente linear da equação da reta (registro algébrico).

Dentre as três atividades a serem observadas em relação ao registro gráfico pode-se destacar a importância da interpretação global das propriedades figurais, pois a mesma possibilita ao aluno a apreensão de várias características da função através da observação do esboço do gráfico. O inverso também merece destaque, pois através da interpretação global das propriedades figurais não há necessidade de representar um gráfico ponto a ponto previamente definido pela construção de uma tabela com a escolha de variáveis, mas através da interpretação do registro algébrico se chega rapidamente ao seu esboço.

Finalizando este capítulo, salienta-se que a teoria de Duval difere dos outros estudos, pela importância dada a conversão, que é o foco central de sua teoria. Para Duval, a conceitualização acontece quando o sujeito é capaz de mobilizar instantaneamente um registro de representação semiótica do objeto matemático, escolhido entre os muitos que se apresenta, de modo a favorecer a resolução de um dado problema da forma mais econômica possível. Esta condição é denominada por Duval de coordenação de, ao menos dois registros de representação semiótica.

> A escolha dentre os vários registros é que levaria à distinção essencial do objeto matemático em relação ao seu registro de representação semiótica, ou seja, a distinção entre o representante e o representado. (MORETTI, 2002, p.06)

É interessante salientar que cada vez mais a Matemática constitui-se num corpo de conhecimentos com necessidade de criação de novas representações. Se de um lado tem-se a dificuldade cada vez maior em conseguir assimilar e dominar essa gama crescente de diferentes representações, por outro lado essa diversidade aumenta a capacidade cognitiva dos sujeitos e da própria espécie humana e consequentemente potencializa as suas representações mentais conforme apontado por Piaget e Vygotsky em suas teorias.

3. O USO DO LIVRO DIDÁTICO E O ENSINO DE FUNÇÕES

3.1. FUNÇÕES: ALGUMAS REFLEXÕES

Nas décadas de 60 e 70 o Brasil assim como outros países sofreu influência do Movimento da Matemática Moderna cujas consequências refletem-se ainda hoje no contexto educacional.

> A Matemática Moderna nasceu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente do ensino por considerar que, juntamente com a área de Ciências, ela constituía uma via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico. Para tanto, procurou-se aproximar a Matemática desenvolvida na escola da Matemática como é vista pelos estudiosos e pesquisadores. (BRASIL, 1998, p19)

Com o Movimento da Matemática Moderna o conteúdo funções passou a ser trabalhado no 4º ano ginasial (corresponde ao atual 9º ano do Ensino Fundamental), abrangendo o ensino de função linear, a função do trinômio do 2º grau e as respectivas construções dos gráficos. No curso colegial (atual Ensino Médio) o conteúdo função aparece de forma mais ampla e aprofundada na 1º série e na 3º série de uma forma mais tímida, na Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral.

Esse movimento teve como um dos resultados a reforma curricular para alcançar os objetivos a que se propunha. Passou-se a enfatizar a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, dentre outros conteúdos e a ter uma preocupação excessiva com a formalização dos conceitos e definições o que acabou gerando impasses, pois não estava ao alcance dos alunos do Ensino Fundamental por exemplo. Com o advento da Matemática Moderna durante muito tempo as razões, as proporções ficaram de fora do estudo das funções. Hoje percebe-se uma retomada dos mesmos como necessários para a compreensão da ideia de função.

Só mais tarde certos equívocos foram constatados e aos poucos rediscutidos e reavaliados, porém a influência desse movimento manifesta-se até os dias atuais, podendo ser encontrados em propostas curriculares, livros didáticos e consequentemente práticas pedagógicas.

Com o advento da Constituição de 1988 e com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9394/96), foram elaborados documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental em 1998, os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio em 2000, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (2002) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio em 2006. Nestes documentos o estudo das funções está previsto tanto para o Ensino Fundamental quanto para o Ensino Médio, porém com abordagens diferenciadas dadas as especificidades de cada nível de ensino. No entanto, ressaltam a necessidade de abordar esse conteúdo através de situações contextualizadas e que possibilitem conexões com outras áreas do conhecimento.

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito da função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções. (BRASIL, 2002, p121)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (1998) e do Ensino Médio (2000) constituem um documento oficial de referência para a orientação acerca da seleção dos livros didáticos e do encaminhamento das práticas pedagógicas, pois nele estão implícitas intencionalidades e concepções. Porém, conforme apontado no trabalho de Colombo & Moretti (p10) não há nenhuma menção explícita a Teoria de Registros de Representação Semiótica.

> Em nenhum momento faz referência a um trabalho com as diferentes representações de um mesmo objeto matemático no sentido de aprimorar o desenvolvimento do conceito. Mostra a presença de elementos como a importância de usar linguagens (registros) diferentes para representar os objetos, mas não denota uma utilização efetiva da noção teórica, uma vez que esses elementos aparecem pontualmente e não inseridos numa proposta teórico metodológica consistente. (COLOMBO E MORETTI, 2002, p. 10)

Em relação ao trabalho com funções os Parâmetros Curriculares do Ensino Fundamental apontam que o estudo das funções constitui um espaço significativo para que o aluno desenvolva sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Ao trabalhar com funções polinomiais de 1º e de 2º graus, geralmente é dada uma grande ênfase ao tratamento algébrico, o qual já predomina nos anos anteriores, como forma de preparar os alunos para o estudo das funções.

> Entretanto a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar pelas pesquisas em Educação Matemática, como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra, raramente atingem o índice de 40% em muitas regiões do país. (BRASIL, 1998, p115e 116).

No entanto a dificuldade na compreensão do conceito de função perpassa por todos os níveis que retratam a relação ensino-aprendizagem e em diferentes aspectos do conhecimento do conceito. Os matemáticos historicamente superaram obstáculos para alcançar, depois de séculos, a formalização do conceito de função. “Os professores de Matemática, nos dias atuais, também apresentam dificuldades em compreender, interpretar e atribuir significados ao conceito.” (LIMA, 2008, p.02). “Para a Matemática, em particular, dado seu caráter de linguagem e de instrumental universal, os desvios no aprendizado influenciam muito duramente o aprendizado das demais ciências.” (BRASIL, 2000, p.49)

Os Parâmetros estabelecem ainda que as propostas curriculares e a organização dos conteúdos devem favorecer e não tornar-se um empecilho à aprendizagem.

> ...é preciso superar a visão enciclopédica do currículo, que é um obstáculo à verdadeira atualização do currículo, porque estabelece uma ordem tão artificial quanto arbitrária, em que pré requisitos fechados proíbem o aprendizado de aspectos modernos antes de se completar o aprendizado clássico e em que os aspectos “aplicados” ou tecnológicos só teriam lugar após a ciência “pura” ter sido extensivamente dominada. Tal visão dificulta tanto a organização dos conteúdos escolares quanto à formação do professor. (BRASIL, 2002, p.49).

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio trazem mais elementos que se assemelham ao proposto pela Teoria de Duval, ainda que de forma implícita. Isso pode ser observado nos objetivos propostos.

> Ler e interpretar dados ou informações apresentados em diferentes linguagens e representações como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas.
>
> Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra, por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em

> esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações.
> Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas, por exemplo, escolher entre uma equação, uma tabela ou um gráfico para representar uma dada variação ao longo do tempo, como a distribuição do consumo de energia elétrica em uma residência ou a classificação de equipes em um campeonato esportivo. (BRASIL, 2002, p.114)

Para alcançar os objetivos propostos, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio explicitam ainda exemplos de procedimentos metodológicos a serem adotados pelo professor no tratamento das funções.

> É conveniente solicitar aos alunos, que expressem em palavras, uma função dada de forma algébrica, por exemplo f(x) = 2x +3, como a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades; isso pode facilitar a identificação por parte do aluno, da ideia de função em outras situações, como por exemplo, no estudo da cinemática em Física. É importante destacar o significado da representação gráfica das funções quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizado[illegible] gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes. (BRASIL, 2006, p.72).

3.2 O LIVRO DIDÁTICO E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Em consonância com a legislação e orientações vigentes são elaborados os critérios de escolha dos livros didáticos para as escolas públicas. Assim com a distribuição do livro didático através do PNLD – Programa Nacional do Livro Didático, os professores têm a oportunidade de escolher dentre as coleções disponíveis a que melhor se adéque as especificidades e características da escola na qual trabalha e que também esteja de acordo com os pressupostos teóricos no qual o professor embasa sua prática pedagógica. A análise do livro didático possibilita, de certa forma, compreender também as concepções que o professor tem em relação ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática e as concepções implícitas nos critérios de escolha adotados pelo Ministério da Educação.

Os princípios e critérios de avaliação dos livros didáticos no âmbito do Programa pautam-se na observação das múltiplas dimensões no desenvolvimento do aluno previstas na Lei de Bases e Diretrizes da Educação Nacional. Segundo o guia valorizar o papel do livro didático, não implica, contudo, que ele assuma um papel dominante no ensino em detrimento da atuação do professor.

Assim parte-se do pressuposto de que em grande parte das escolas públicas, o livro didático ainda é umas das principais referências para o professor em sala de aula. Mesmo que não seja adotado pelo professor, suas aulas são planejadas embasadas nele, pois os exercícios propostos são, normalmente, retirados dos livros, conforme apontado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

SOARES (2007) e SILVA (2007) também mencionam em seus trabalhos que os livros didáticos são utilizados pela maior parte dos professores como roteiro principal na organização e condução de suas práticas pedagógicas. Isso porque as orientações contidas nele e as formas de apresentar um determinado conteúdo são reproduzidas pelo professor em sala de aula, ou seja, ele exerce uma grande influência sobre o trabalho docente, haja vista as deficiências gritantes na formação inicial dos professores.

A seguir são apresentados os critérios de avaliação do componente curricular Matemática, encontrados no Guia do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio de 2009

> 1. Incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber: números e operações, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidades.
> 2. Privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas.
> 3. Apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros.
> 4. Propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação das ideias matemáticas, memorização (p.19)
>
> Em funções consideramos: o conceito de função, sequências, funções afins e afins por partes, funções quadráticas, funções exponencial e logarítmica, funções trigonométricas, matemática financeira e cálculo diferencial. (p.20)

Conforme apontado ainda pelo Guia em relação às obras aprovadas, tecem-se os seguintes comentários:

> Com poucas exceções para cada classe de função – afins, quadráticas, modulares, exponenciais e logarítmicas, dedicam-se itens separados (alguns extensos) para trabalhar os tópicos: crescimento/decrescimento; estudo do sinal; equações e inequações. Desperdiça-se dessa maneira, a oportunidade de enfeixar estes tópicos como subtópicos de conceitos unificadores (p.24-25).

Em relação ao livro do Ensino Médio analisado o guia traz as seguintes observações:

> O objetivo de desenvolver habilidades que possibilitam aplicar a Matemática ao cotidiano, no entanto, não é inteiramente alcançado, dado o caráter rotineiro da maior parte dos exercícios [...] As atividades propostas, normalmente, não requerem o desenvolvimento de novas estratégias para a resolução de problemas. Em geral, os exercícios solicitados ao aluno são similares ao solucionados na obra. (p.34) Em relação à linguagem, o livro possui texto claro e objetivo, permitindo ao aluno uma compreensão adequada dos temas tratados. (p.34)

Ao analisar o Guia para escolha dos livros didáticos para 2012, percebe-se que a coleção do Ensino Médio analisada já não aparece mais no catálogo, pois a cada edição reformulações são realizadas objetivando melhorar e aprimorar os livros didáticos.

Neste trabalho parte-se do pressuposto de que as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação aos conteúdos funções polinomiais de 1º e de 2º graus estão relacionadas à pluralidade de registros existentes e suas possíveis conversões, que nem sempre são abordados nos livros didáticos.

A utilização das várias representações de um determinado objeto matemático deve fazer parte do planejamento e da prática pedagógica do professor e também deveriam estar inseridos nos livros didáticos já que ainda são um dos principais suportes para o professor em sala de aula.

Em relação ao Ensino Médio, percebe-se uma abordagem excessivamente formal, privilegiando, geralmente, o tratamento simbólico e negligenciando outras formas de representação.

> Acreditamos que a utilização de múltiplas representações contribui no desenvolvimento da capacidade do aluno de interligá-las, fazendo com que possa distinguir a mesma função em Registros de Representação Semiótica diferentes. Também facilita na criação de imagens mentais que

> permitem utilizar as características das funções em campos para além daqueles em que foram apreendidas. (COLOMBO, p.29, 2008).

É consenso que há diferença entre as propostas prescritas nos documentos oficiais e os currículos efetivamente praticados em sala de aula. Assim, um livro didático pode conter uma concepção e organização em consonância com a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval, mas o professor, por não compreendê-la, ao fazer uso do mesmo, pode não explorá-la adequadamente. Porém se no livro isso não está evidente, fica ainda mais difícil de que a prática do professor contemple tal teoria.

Segundo Colombo (2008) as pesquisas realizadas entre 1995 e 2005 que investigaram livros didáticos (7% do total) indicaram que há uma tendência crescente em apresentar o objeto matemático representado em seus diversos registros. O estudo da representação semiótica aparece, mas nem sempre de forma explícita. É preciso destacar que essas questões parecem não ser tratadas com aprofundamento teórico nos livros didáticos, uma vez que nas orientações metodológicas destes e nas referências bibliográficas não há menção aos estudos de Duval.

Dessa forma torna-se oportuno analisar como os livros didáticos de Matemática usados nos últimos anos pela rede pública de ensino de Trombudo Central abordam as funções polinomiais de 1º e de 2º graus. Para isso é importante considerar os aspectos citados a seguir:

> “Analisar conteúdos de livros didáticos é estudar, investigar, avaliar, testar e desenvolver o que é proposto nas unidades didáticas presentes nos livros com intencionalidade, portanto, requer uma reflexão sobre os saberes que serão mobilizados e construídos pelos alunos e de que modo a abordagem usada pelos elaboradores dos materiais didáticos podem efetivamente contribuir nesse processo”. (JANUÁRIO, 2010, p.7).

Convém lembrar que ao fazer uso do livro didático há a ocorrência do fenômeno denominado transposição didática. A transposição didática ocorre em diferentes níveis. De modo mais geral aparece nas propostas curriculares, definindo novos conteúdos e novas metodologias. Os autores de livros didáticos também fazem a transposição didática, revelando as concepções que esses autores possuem em relação ao conhecimento matemático escolar. Buscam, na maioria das vezes transformar os conteúdos de acordo com o nível de cognição e de interesse da faixa etária a que se destinam.

O professor ao usar o livro didático também necessita transpor didaticamente os conteúdos apresentados, de forma a garantir a aprendizagem de seus alunos. Dependendo do que encontrar no livro didático e de acordo com as concepções do professor, a transposição demandará um grau maior ou menor de planejamento e de intervenção do professor.

É imprescindível, portanto, que o professor ao fazer uso do livro didático faça uma análise criteriosa acerca das possibilidades e limitações do mesmo, para que o seu uso se configure em uma poderosa ferramenta para potencializar a aprendizagem. Para isso é necessário selecionar, adaptar, acrescentar, corrigir, enfim, planejar as ações docentes e não ter o livro didático como o único orientador das aulas e atividades a serem desenvolvidas com os alunos.

4. METODOLOGIA

Na realização de um projeto de pesquisa é indispensável a pesquisa bibliográfica, pois ela fornece importantes subsídios teóricos necessários à elaboração e aplicação do projeto, dando-lhe um caráter científico.

"O objetivo da pesquisa bibliográfica, portanto, é o de conhecer e analisar as principais contribuições teóricas existentes sobre determinado tema ou problema, tornando-se um instrumento indispensável para qualquer tipo de pesquisa. (KOCHE, 1997, p.122)

As escolhas metodológicas para a realização desta pesquisa foram as seguintes:

I – Leitura dos Parâmetros Curriculares e das Orientações Curriculares para o Ensino Médio e também para o Ensino Fundamental, haja vista, que estes são os documentos oficiais e, portanto, possuem implícita e explicitamente as concepções dos autores e que de certa forma influenciam na elaboração dos livros didáticos e a escolha realizada pelos professores.

II – Revisão literária através do estudo e levantamento de artigos, monografias e dissertações relacionadas ao tema em estudo. Fundamentação teórica sobre a teoria de registros de representação semiótica de Raymond Duval.

III – Análise de um livro didático de Matemática do Ensino Fundamental e de um livro didático do Ensino Médio usados nas redes municipal e estadual de Trombudo Central.

O livro do Ensino Fundamental é de autoria de Jackson da Silva Ribeiro. Trata-se de uma coleção da editora Scipione, composta por livros para todos os anos do Ensino Fundamental. Foi publicado em 2010 e trata-se do exemplar do professor. É composto por 12 capítulos, indicação de leituras, bibliografias, respostas dos exercícios, glossário e por projeto de intervenção pedagógica. Analisou-se o capítulo 8 intitulado "Funções".

O livro do Ensino Médio é de autoria de Claudio Xavier da Silva e de Benigno Barreto Filho. Trata-se de uma coleção da editora FTD, composta por livros para todos os anos do Ensino Médio. Foi publicado em 2005 e trata-se do exemplar do aluno. É composto por 10 capítulos, sendo que a análise se concentrou nos capítulos 4 – Função Polinomial do 1º grau e capítulo 5 – Função Polinomial do 2º grau.

A análise desses livros didáticos foi pautada nos seguintes critérios:

a) Como é apresentado o conteúdo funções polinomiais de 1º e de 2º graus? De forma contextualizada? Apresentando situações-problemas?

b) Existem atividades que envolvem as diferentes formas de representação desse objeto matemático? (A representação em língua natural, a algébrica, a tabular e a geométrica (gráfica)?

c) Alguma dessas formas de representação é supervalorizada em detrimento de outras? Alguma não é trabalhada?

d) O livro propõe atividades de conversão do registro de língua natural para o tabular, gráfico ou algébrico e vice-versa? Ou seja, a conversão ocorre em relação aos quatro tipos de registros e em todos os sentidos possíveis dadas as especificidades de cada um?

e) O livro propõe atividades que permitem a coordenação entre os diversos registros de representação das funções analisadas?

f) Em relação ao registro gráfico, como são organizadas as atividades: apenas ponto a ponto ou que permitem a interpretação global?

Além dessas análises de caráter qualitativo também foram enumeradas e contadas as atividades de tratamento e de conversão em cada livro analisado, bem como o número e os tipos de atividades de conversões existentes.

Os dados foram organizados em forma de tabelas e tratados a partir da identificação de múltiplas representações apresentadas nestes materiais.

Os exercícios de identificação ou classificação em funções de 1º e de 2º graus existentes nos livros analisados não foram considerados na contagem das transformações de tratamento e de conversão. Portanto, para o preenchimento das tabelas foram consideradas apenas as atividades ou exercícios envolvendo as funções polinomiais de 1º e de 2º graus.

Para a análise dos dados usou-se a seguinte nomenclatura: RA – Registro Algébrico, RG – Registro Gráfico, RT: Registro Tabular e RLN – Registro em Língua Natural. Já para facilitar o entendimento acerca dos livros que estavam sendo analisados adotou-se a seguinte abreviação: LEF – Livro Didático do Ensino Fundamental e LEM – Livro Didático do Ensino Médio

Afirma-se que a pesquisa realizada pode ser classificada como quali-quantitativa, porém prevaleceram as análises subjetivas sobre as objetivas.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Conforme mencionado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), a prática pedagógica dos professores baseia-se principalmente no uso do livro didático. Silva (2007) e Soares (2007) também apontam, em suas pesquisas, que ele ainda é o fio condutor no planejamento e execução das aulas de Matemática, principalmente nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Dessa forma foram avaliados dois livros didáticos: um do Ensino Fundamental e outro do Ensino Médio utilizados na rede pública de ensino de Trombudo Central, analisando a abordagem das funções polinomiais de 1º e de 2º graus, tendo como suporte a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

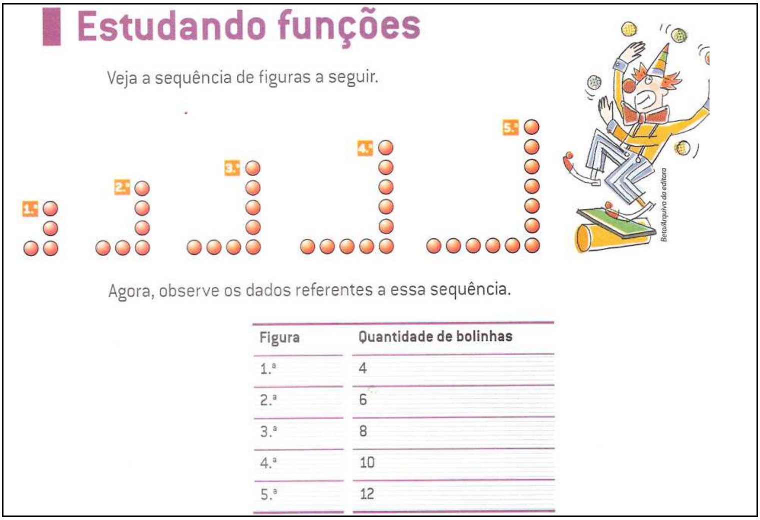
5.1 APRESENTAÇÃO DOS CONCEITOS DE FUNÇÃO POLINOMIAL DE 1º E DE 2º GRAU

O primeiro livro analisado foi Matemática, Projeto Radix do autor Jackson da Silva Ribeiro referente ao 9º ano/8ª série do Ensino Fundamental. A edição analisada é a de 2010, usada na rede municipal de Trombudo Central no ano de 2011. Essa coleção foi escolhida pelos professores da rede municipal, de acordo com as instruções contidas no Guia de Livros Didáticos e da análise criteriosa de todas as coleções disponibilizadas para a escolha.

Segundo o Guia de Livros Didáticos (2011), as ilustrações do livro são bem feitas e tornam o volume atraente. As fotografias, gráficos, representações de formas geométricas, esquemas e tabelas são numerosos e estão adequadamente distribuídos, o que favorece o estudo de muitos dos conteúdos. Além disso, ainda de acordo com o Guia os conteúdos são apresentados de forma gradativa, sendo ampliados e aprofundados a cada ano. Em relação ao estudo da álgebra são citados alguns equívocos e feitas sugestões para melhorar a abordagem em relação a esse campo matemático, porém não se faz nenhuma menção específica ao estudo das funções polinomiais de 1º e de 2º graus.

No início do capítulo 08 não há a apresentação formal do conceito de funções. Há um item denominado "Para começar" que busca contextualizar o assunto a ser abordado. Porém nota-se que o texto e as questões para reflexão ficam isolados. De forma que, se o professor não realizar juntamente com seus alunos a passagem para a linguagem algébrica essa seção não consegue atingir o seu objetivo, que é perceber a generalização de casos particulares através da representação algébrica. Dando sequência a abordagem das funções, o livro na página 157 utiliza-se de uma sequência numérica para introduzir o conceito de funções. Esse exemplo pode ser visualizado no Quadro 1.

Quadro1: Apresentação do conceito de funções. (RIBEIRO, 2009, p.157)



Estudando funções

Veja a sequência de figuras a seguir.

Agora, observe os dados referentes a essa sequência.

Figura	Quantidade de bolinhas
1.ª	4
2.ª	6
3.ª	8
4.ª	10
5.ª	12

De acordo com esses dados, podemos perceber que a quantidade de bolinhas de cada figura corresponde ao dobro da posição da figura adicionada de duas unidades.

Assim, se indicarmos por f a posição da figura e por Q a quantidade de bolinhas, podemos escrever a fórmula: $Q = 2f + 2$.

Dizemos que Q é função de f dada pela fórmula $Q = 2f + 2$.

Para sabermos quantas bolinhas terá a 21.ª figura dessa sequência, basta substituir esse dado na fórmula e calcular.

$$Q = 2f + 2 = 2 \cdot 21 + 2 = 42 + 2 = 44$$

A 21.ª figura terá 44 bolinhas.

Do mesmo modo, para sabermos qual figura dessa sequência terá 64 bolinhas, calculamos:

$$Q = 2f + 2 \Rightarrow 64 = 2f + 2 \Rightarrow 64 - 2 = 2f \Rightarrow 62 = 2f \Rightarrow f = \frac{62}{2} = 31$$

Portanto, a 31.ª figura dessa sequência terá 64 bolinhas.

Na fórmula $Q = 2f + 2$, podemos destacar os seguintes elementos:
- f e Q são grandezas variáveis;
- Q depende de f, ou seja, a quantidade de bolinhas (Q) da figura depende da posição (f) que essa figura ocupa na sequência.

O livro apresenta uma situação de fácil entendimento, pois sequências numéricas são familiares para os alunos, porém a construção da lei de formação da função é trazida pronta pelo autor do livro, não dando oportunidades dos alunos pensarem e construírem suas próprias hipóteses. A questão poderia ter sido problematizada, de forma que instigasse os alunos a pensarem quantas bolinhas teria a 15ª sequência, por exemplo. Como descobriram isso? Desenhando? Contando? Haveria algum modo mais prático de descobrir? Que regularidades conseguem perceber na sequência? A partir dessa regularidade encontrada, professor e alunos constroem as possibilidades em relação à lei de formação, constituindo-se em uma excelente oportunidade para a discussão de convenções matemáticas.

O autor do livro segue, propondo 08 atividades diversificadas com o objetivo de que o aluno tenha uma compreensão inicial do significado e do uso das funções. Em relação ao conceito e as ideias envolvidas na noção de função será feita apenas essa análise, pois o objetivo desse trabalho é o de analisar especificamente as funções polinomiais de 1º e de 2º graus. Ressalta-se ainda que nessa etapa da escolaridade não são apresentados os conceitos de domínio, contradomínio e imagem pelo livro didático, ficando para o Ensino Médio esse estudo, conforme proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998).

O livro do Ensino Médio analisado foi Matemática Aula por Aula dos autores Claudio Xavier da Silva e Benigno Barreto Filho, um dos livros didáticos distribuídos através do Programa Nacional do Livro Didático à rede estadual do município de Trombudo Central.

A abordagem adotada nessa coleção é bastante diferente da utilizada na coleção do Ensino Fundamental. Isso porque no Ensino Médio há uma exigência de formalização desse conteúdo. Antes de iniciar o estudo das funções polinomiais de 1º e 2º graus há um exaustivo trabalho com que o livro denomina pré-requisitos para o estudo das funções: relação binária, diagrama de flechas, domínio, contradomínio e imagem de uma função real.

No livro didático do Ensino Fundamental a função do 1º grau é apresentada com a denominação função afim. O livro dedica um dos doze capítulos ao estudo das funções, contemplando as ideias iniciais de função e funções polinomiais de 1º e de 2º graus.

A função polinomial do primeiro grau é apresentada sob a forma de uma situação-problema (Quadro 02), em língua natural. Em seguida é feita a conversão desse registro para o registro algébrico, caracterizando a função afim com uma parte fixa (b) e outra variável (a). A escolha do contexto, ou seja, o cálculo do salário torna-se bastante significativa, por fazer parte do cotidiano dos alunos.

Segundo as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2006), a contextualização é o que dá sentido ao conhecimento matemático, pois possibilita ao aluno estabelecer conexões entre os conceitos que está aprendendo e o seu entorno.

Quadro 02: Função afim. (RIBEIRO, 2009, p.160).

Josiane trabalha em uma fábrica, e seu **salário é composto de uma remuneração mensal fixa de R$ 480,00 mais R$ 4,23 por hora extra trabalhada.**

Para calcular o salário mensal de Josiane, **podemos** escrever uma fórmula. Para isso, vamos chamar de **y** o salário mensal de Josiane e de **x** a quantidade de horas extras trabalhadas.

$$\underbrace{y}_{\text{salário mensal}} = 4{,}23 \cdot \underbrace{x}_{\text{quantidade de horas extras}} + \underbrace{480}_{\text{remuneração mensal fixa}}$$

Veja, a seguir, os valores atribuídos para **x** com essa fórmula.

Quantidade de horas extras (x)	Fórmula $y = 4{,}23x + 480$	Remuneração mensal em reais (y)
5	$y = 4{,}23 \cdot 5 + 480 = 501{,}15$	501,15
10	$y = 4{,}23 \cdot 10 + 480 = 522{,}30$	522,30
15	$y = 4{,}23 \cdot 15 + 480 = 543{,}45$	543,45
20	$y = 4{,}23 \cdot 20 + 480 = 564{,}60$	564,60

Para cada valor de **x** existe apenas um valor de **y** correspondente.

Como o salário mensal (**y**) depende da quantidade de horas extras trabalhadas (**x**), podemos dizer que ***y* é uma função de *x*.**

A fórmula $y = 4{,}23x + 480$ corresponde a uma **função afim**.

saiba QUE...

Uma **função afim** ou **função polinomial do 1.º grau** é toda função que pode ser representada por:

$$\boxed{y = ax + b}$$

em que:

- **a** e **b** são coeficientes reais, com $a \neq 0$
- **a** é coeficiente de **x**
- **b** é o termo independente
- **x** e **y** são variáveis

Veja alguns exemplos.

- $y = 3x - 2$ — $a = 3$ e $b = -2$
- $y = -7x + 3$ — $a = -7$ e $b = 3$
- $y = x$ — $a = 1$ e $b = 0$
- $y = -x + \frac{1}{5}$ — $a = -1$ e $b = \frac{1}{5}$

Na fórmula $y = 4{,}23x + 480$ determinada para o salário mensal de Josiane, temos $a = 4{,}23$ e $b = 480$.

O livro didático do Ensino Fundamental trabalha com a ideia de que a variável y depende de x, ou seja, y é uma função de x. Nesse primeiro momento de apresentação desse conteúdo não se faz nenhuma menção à representação gráfica. O objetivo é que o aluno compreenda primeiramente a conversão dos registros em língua natural para a linguagem algébrica (apesar de serem poucos exercícios que solicitam isso). Faz-se a generalização da função afim (y=ax+b) e após uma breve explanação são propostas atividades que buscam sistematizar a representação algébrica da função afim.

Cabe ressaltar que o fato dos livros didáticos utilizarem sempre as letras x e y para representar as variáveis e sendo ainda sempre y em função de x pode-se constituir em um obstáculo aos alunos. Isso porque em outros momentos quando forem utilizadas outras letras os alunos terão dificuldades em identificar a variável dependente e a independente, já que recebem isso pronto nos exemplos e exercícios. É interessante, portanto, o uso de diferentes letras em diferentes situações.

A ideia primordial do conceito de função no livro didático do Ensino Fundamental, portanto, é o da função como correspondência, como uma relação. Não houve menção ao ensino de funções via teoria dos conjuntos, pois um ensino sobre funções no final do Ensino Fundamental, não deve ser excessivamente formal. A preocupação maior não deve ser com o uso de uma terminologia específica e sim com a apresentação de situações problema envolvendo as funções, em que o aluno é instigado a pensar, analisar, esquematizar, entre outras ações e habilidades. A nomenclatura específica pode, sem nenhum problema, ser deixada para o Ensino Médio, conforme previsto nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998).

Os primeiros exercícios do livro didático do Ensino Fundamental referente às funções polinomiais de 1º grau são descontextualizados e o objetivo é apenas sistematizar as principais características dessas funções. Isso fica evidente no enunciado das questões propostas. “Identifique entre as funções a seguir aquelas que são afins e escreva-as no caderno”. “Escreva em seu caderno os valores de a e b das seguintes funções afins.” “Para cada item escreva no caderno uma função afim na forma y = ax+b, conforme os coeficientes a e b são apresentados.” São noções que podem ser construídas gradativamente em problematizações cada vez mais complexas, mas que o livro apresenta através de exercícios simples, que exigem pouco esforço cognitivo dos alunos, pois não configuram-se nem como tratamento ou conversão, conforme pode ser visualizado no Quadro 03:

Quadro 03 - Exercícios 10 e 11 do Livro Didático do Ensino Fundamental. (RIBEIRO, 2009, p.161)

Escreva em seu caderno os valores de **a** e **b** das seguintes funções afins.

a) $y = x + 5$ $a = 1; b = 5$

b) $y = -3x + 2$ $a = -3; b = 2$

c) $y = \frac{1}{2}x - 4$ $a = \frac{1}{2}; b = -4$

d) $y = 7x - 2$ $a = 7; b = -2$

e) $y = -5x$ $a = -5; b = 0$

f) $y = 4x + 4$ $a = 4; b = 4$

Para cada item, escreva no caderno uma função afim na forma $y = ax + b$ conforme os coeficientes **a** e **b** apresentados.

a) $a = 2$ e $b = 3$ $y = 2x + 3$

b) $a = 3$ e $b = -1$ $y = 3x - 1$

c) $a = -6$ e $b = 5$ $y = -6x + 5$

d) $a = 5$ e $b = 0$ $y = 5x$

e) $a = \frac{1}{2}$ e $b = -8$ $y = \frac{1}{2}x - 8$

f) $a = 4$ e $b = -2$ $y = 4x - 2$

No livro didático do Ensino Médio a função polinomial de 1º grau é apresentada através de um exemplo prático e a seguir apresenta-se a terminologia necessária para a sua definição (Quadro 4). Trabalha-se com os conceitos de coeficiente angular e linear, mas sem explorá-los. São apresentados os casos particulares das funções polinomiais de 1º grau. Inicialmente trabalha-se com a noção de função a partir da relação entre duas grandezas conforme proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2000) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), e logo após apresenta-se a relação de correspondência entre elementos de dois conjuntos, sendo essa ideia a que prevalece em todas as atividades apresentadas na sequência.

Quadro 04 - Apresentação da definição de função polinomial do 1º grau (SILVA, 2005, p.126)

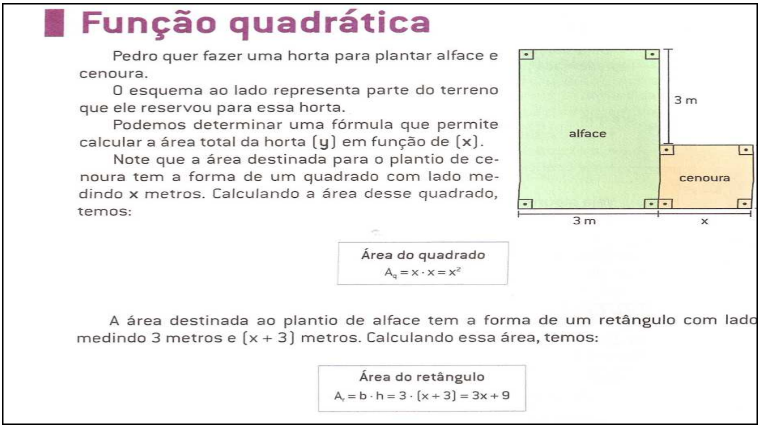
> ## 1. Função polinomial do 1º grau
>
> A remuneração de um vendedor de uma loja de camisas é feita em duas parcelas: uma fixa, no valor de R$ 500,00 e a outra variável, correspondente a uma comissão de 12% do total de vendas realizadas na semana.
>
> Notamos que a remuneração semanal, R(x), do vendedor é calculada em função do total de vendas (x) na semana e pode ser escrita do seguinte modo:
>
> $$R(x) = 500 + 0{,}12x$$
>
> Chamamos função polinomial do 1º grau a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada número real *x*, o número real $ax + b$, com $a \neq 0$.
>
> Função polinomial do 1º grau $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, sendo
> $f(x) = ax + b$ com $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Como já mencionado o livro didático do Ensino Médio apresenta também os casos particulares da função polinomial de 1º grau: a função linear (função polinomial do 1º grau em que o termo b é nulo e tem a forma f(x) = ax); a função identidade (função polinomial do 1º grau em que o termo b é nulo e o termo a=1, sendo da forma f(x)=x) e por fim a função constante (quando a função f deixa de ser função do 1º grau, pois a=0 e f(x) =b). O livro já apresenta na sequência o gráfico da função polinomial do 1º grau, inclusive destacando os casos particulares. Porém, da mesma forma que acontece com o livro do Ensino Fundamental esse também traz o conteúdo praticamente pronto ao aluno. Faz apenas uma apresentação e explicação do conteúdo, não possibilitando ao mesmo realizar suas próprias conclusões. Seria significativo que o conteúdo fosse apresentado em tópicos com problematizações que possibilitassem a construção de hipóteses e na sequência a confirmação ou refutação das mesmas.

Ressalta-se que segundo o Guia do Livro Didático de 2009, na coleção analisada do Ensino Médio os assuntos são tratados de forma satisfatória, porém a forma resumida mediante a qual os conteúdos são apresentados resulta na falta de explicações, comentários e conexões com outros tópicos e essa é uma das limitações da coleção. Ainda, de acordo com o Guia, os exercícios propostos exploram de forma satisfatória os conceitos estudados e preparam o aluno para resolver os problemas mais comuns

A função polinomial de 2º grau, no livro didático do Ensino Fundamental é denominada de função quadrática, e é apresentada através de uma situação envolvendo o cálculo de áreas, conforme demonstrado nos quadros 05 e 06.

Quadro 05-Apresentação do conceito de função quadrática. (RIBEIRO, 2009, p. 169)



Função quadrática

Pedro quer fazer uma horta para plantar alface e cenoura.

O esquema ao lado representa parte do terreno que ele reservou para essa horta.

Podemos determinar uma fórmula que permite calcular a área total da horta (y) em função de (x).

Note que a área destinada para o plantio de cenoura tem a forma de um quadrado com lado medindo x metros. Calculando a área desse quadrado, temos:

Área do quadrado
$A_q = x \cdot x = x^2$

A área destinada ao plantio de alface tem a forma de um retângulo com lado medindo 3 metros e (x + 3) metros. Calculando essa área, temos:

Área do retângulo
$A_r = b \cdot h = 3 \cdot (x + 3) = 3x + 9$

Como queremos obter a área total da horta, adicionamos as áreas.

$$\underbrace{y}_{\text{área total da horta}} = \underbrace{x^2}_{\text{plantio de cenoura}} + \underbrace{3x + 9}_{\text{plantio de alface}}$$

Se quisermos obter a **área total** da horta para **x** igual a 2 metros, por exemplo, basta utilizar a fórmula acima.

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 3x + 9 \\ y &= 2^2 + 3 \cdot 2 + 9 \\ y &= 4 + 6 + 9 \\ y &= 19 \end{aligned}$$

Portanto, a área total da horta para **x** igual a 2 metros é 19 m^2.
A fórmula $y = x^2 + 3x + 9$ corresponde a uma **função quadrática**.

Quadro 06-Apresentação do conceito de função quadrática. (RIBEIRO, 2009, p. 170)

Uma **função quadrática** ou **função polinomial do 2.º grau** é toda função que pode ser representada por:

$$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$$

em que:

- **a**, **b** e **c** são coeficientes reais, com $a \neq 0$
- **a** é coeficiente de x^2
- **b** é coeficiente de **x**
- **c** é o termo independente
- **x** e **y** são variáveis

Observando o que foi apresentado nos Quadros 05 e 06, percebe-se que não se usa a nomenclatura f(x). Este livro didático optou por usar simplesmente a variável y, pois o objetivo principal do estudo das funções nos Anos Finais do Ensino Fundamental não é o uso formal de nomenclaturas, mas que o aluno desenvolva habilidades de identificar, escrever leis de formação de funções e resolver situações envolvendo funções polinomiais de 1º e de 2º graus.

Na sequência das atividades percebe-se que são apresentados exercícios cujo único objetivo é fazer com que o aluno identifique quais são os coeficientes a, b e c em uma função quadrática. Os demais exercícios são todos relacionados ao cálculo de áreas que foi a ideia inicial trabalhada.

Uma situação interessante, propiciada pela abordagem proposta pelo livro e que pode ser explorada pelo professor é a possibilidade de se trabalhar conteúdos desenvolvidos em anos anteriores, vistos agora sob uma nova ótica: a das funções. A área de um polígono, por exemplo, agora é apresentada em função das medidas de seus lados.

5.2 CLASSIFICANDO AS ATIVIDADES

Na Tabela 1, a seguir, tem-se o número exato de atividades referentes às funções polinomiais de 1º e de 2º graus que constituem-se em exercícios e em situações problema em ambos os livros analisados.

Tabela 1– Número de Situações-problema e Exercícios nos livros didáticos do Ensino Fundamental (LEF) e Ensino Médio (LEM)

Tipo de Função	Livro didático	Situações-problema	Exercícios
Função polinomial do 1º grau	LEF	05	21
	LEM	06	12
Função polinomial do 2º grau	LEF	07	24
	LEM	05	33

Fonte: BRANDL, 2011.

Antes de fazer a análise propriamente dita da tabela 1 é importante ressaltar que neste trabalho são consideradas situações-problema as atividades contextualizadas que apresentam conexões com outras áreas do conhecimento ou apresentam aplicações. As demais atividades foram classificadas como exercícios e conforme apontado pelas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) não possibilitam a real e complexa construção do conhecimento.

Fica evidente que em ambos os livros ainda prevalecem os exercícios, cujo objetivo é sistematizar os conceitos apresentados até então. Trabalhar exclusivamente com esse tipo de exercício dificulta a compreensão global do que está sendo abordado. Uma das consequências desse fato é que ao não se trabalhar com situações problemas ou apresentar aos alunos um número reduzido destas, os estudantes até mostram resultados satisfatórios na disciplina de Matemática, mas não conseguem perceber esse mesmo objeto em outras áreas do conhecimento, como nas aulas de Física no estudo dos movimentos, por exemplo. Para ilustrar o que foi apresentado na tabela 1, segue um exemplo de atividade caracterizada como exercício, Quadro 07, e outro exemplo de atividade caracterizada como situação-problema, Quadro 08, ambas retiradas do livro do Ensino Médio.

Quadro 07- Atividade caracterizada como exercício. (SILVA, 2005, p.130)

1 Determine os coeficientes angular e linear, classifique a função em crescente ou decrescente e calcule f(2), f(−4) e f(0) das seguintes funções:

a) $f(x) = x + 3$

b) $f(x) = 2 + 4x$

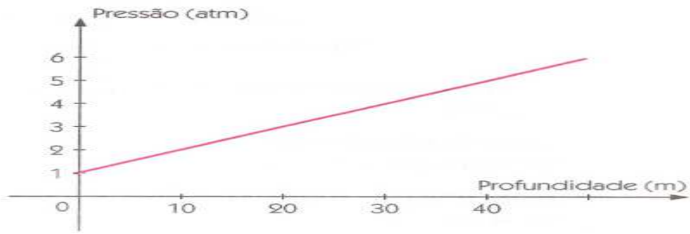
c) $f(x) = -\frac{7}{2}x$

Como o livro de Silva (2005) trouxe a seguinte definição “Coeficiente angular: o coeficiente a é denominado coeficiente angular. Coeficiente linear: o coeficiente b é denominado coeficiente linear”. (SILVA, 2005, p 127) é bem provável que os estudantes não apresentem dificuldade em resolver este tipo de exercício, no entanto, ele contribui muito pouco na aprendizagem de funções. Este era o momento propício para apresentar graficamente o coeficiente angular e linear das funções. No entanto o livro fará isso mais para frente e assim perde a oportunidades de tornar a aprendizagem mais significativa, gastando-se tempo com exercícios pouco relevantes.

Quadro 08 - Atividade classificada como situação problema. (SILVA, 2005, p. 137).

1 Um mergulhador sentiu que, à medida que aumentava a profundidade do mar, a pressão também aumentava, ou seja: "a pressão da água do mar é função da profundidade".

O gráfico a seguir apresenta a pressão, dada em atmosferas, em função da profundidade, dada em metros.



Utilizando esse gráfico, responda às questões:

a) Encontre a fórmula linear que exprima pressão (atm) em função da profundidade (m).

b) Determine a pressão da água ao nível do mar.

c) Compare as pressões sobre um mergulhador que está passando de 15 m para 20 m e sobre um outro que está passando de 35 m para 40 m.

Essa situação mostrou-se interessante, pois exige do aluno a coordenação entre a representação gráfica, a expressão algébrica e o registro em língua natural. Além disso, articula a situação com a área de Física, mostrando ao aluno que as funções não são aprendidas apenas para as aulas de Matemática, mas, também, para auxiliá-los em diversas situações do cotidiano.

Os últimos quatro exercícios propostos no livro do Ensino Fundamental podem ser caracterizados como problemas, envolvendo a noção de perímetro e também em relação a uma corrida de táxi. No entanto percebe-se que a mediação do professor é que fará toda a diferença em relação à resolução dos problemas. Isso porque até esse momento da escolaridade o aluno já resolveu muitos destes problemas, mas como casos particulares. E a partir do estudo de funções ele percebe que ocorre a generalização desses casos particulares, possibilitando ao aluno aplicar nas mais diversas situações o que construiu nestes exemplos, mas que cada situação problema também traz suas especificidades. Enfim, as funções são uma importante ferramenta que os alunos dispõem, mas seu aprendizado requer abordagens significativas, gradativas e contínuas.

5. 3 PRESENÇA DE TRATAMENTOS E CONVERSÕES

O segundo critério analisado nos livros didáticos foi a presença de tratamentos e conversões nas atividades envolvendo as funções polinomiais de 1º e de 2º graus. (Tabela 2)

Tabela 2: Tratamentos e conversões envolvendo as funções polinomiais de 1º e de 2º graus

Tipo de função	Livro didático	Tratamento	Conversões
Função polinomial de 1º grau	LEF	10	18
	LEM	09	12
Função polinomial de 2º grau	LEF	20	14
	LEM	26	13

Fonte: BRANDL, 2011

É importante ressaltar que em relação ao livro do Ensino Fundamental não foram computados os exercícios e situações-problema das seções “Complementando” e as “Atividades de Revisão”. Em relação ao livro do Ensino Médio não foram consideradas as “Atividades Complementares”, pois estas seções apresentam atividades semelhantes as que aparecem no capítulo. Além disso, o número de atividades selecionadas já mostra-se suficiente para a realização da análise.

Referente às funções polinomiais do 1º grau, o livro didático do Ensino Fundamental apresenta mais atividades de conversão do que de tratamento e o livro didático do Ensino Médio traz praticamente um número equilibrado de atividades envolvendo conversões e tratamentos. Esse último fato é um aspecto positivo a ser ressaltado, pois segundo Duval, geralmente há prevalência das atividades envolvendo tratamentos sobre as que envolvem conversões.

Já em relação as funções polinomiais de 2º grau há a prevalência de tratamentos. Isso nos remete a ideia de que os livros didáticos têm incorporado, mesmo que de modo implícito, a necessidade de uso de diferentes representações ao se abordar um conceito, porém ainda limitam-se aos conceitos menos complexos. Assim quanto mais complexo for um conceito menos situações problema e consequentemente menos conversões são propostas pelos livros. Desse modo, “facilitam-se” as atividades, como se isso compensasse a sua complexidade. Para comprovar isso, tem-se os dados da tabela 02 em que as atividades envolvendo tratamentos são quase o dobro das atividades envolvendo conversões quando o conteúdo são as funções polinomiais de 2º grau.

O Quadro 09 traz um exemplo de atividade de tratamento e o Quadro 10 um exemplo de conversão, ambos apresentados no livro didático do Ensino Médio.

Quadro 09 - Exemplo de tratamento. (SILVA, 2005, p.171)

Determine os zeros ou as raízes de cada uma das funções quadráticas:

a) $y = x^2 - 5x + 4$ c) $y = x^2 - 100$

b) $y = x^2 - 4x + 4$ d) $y = 3x^2 - 6x$

Por mais que Duval enfatize em sua teoria a importância das práticas pedagógicas e dos livros privilegiarem as conversões, ele não descarta a importância dos tratamentos. No quadro 10, verifica-se essa importância, pois para fazer a conversão do registro algébrico da função $y = x^2 - 5x + 4$ para o registro gráfico. será necessário o cálculo dos zeros da função (ponto em que o gráfico intercepta o eixo x), ou seja, para fazer a conversão precisará realizar primeiro um tratamento. O fato a ser questionado é que o exercício não precisa trazer essas atividades de modo separado e sim contemplar numa mesma atividade o tratamento e a conversão, tornando desse modo as atividades mais significativas exigindo um esforço cognitivo maior dos alunos.

Quadro 10 - Exemplo de conversão. (SILVA, 2005, p. 176)

Esboce o gráfico cartesiano para cada função quadrática:

a) $y = x^2 - 6x + 8$

b) $y = x^2 - 6x + 9$

c) $y = -x^2 - 2x + 3$

d) $y = x^2 - x + 1$

e) $y = -2x^2 + 7x - 3$

O quadro 10 traz exatamente o que foi discutido no parágrafo anterior. Não há necessidade dos autores dos livros insistirem em apresentar longas listas de exercícios abordando os tratamentos, como se estivessem “preparando” os alunos para os exercícios de conversão. O esboço do gráfico cartesiano é um exemplo de que tudo o que foi solicitado no exercício do quadro 10 está aparecendo novamente. Portanto, este tipo de exercício apresenta mais possibilidades para o aluno o que pode favorecer a aprendizagem, pois exige um esforço maior do aluno por requerer articulação entre diferentes registros de representação.

Reportando-nos ao registro gráfico, no livro didático do Ensino Fundamental há uma seção denominada "Gráfico de uma função afim", apresentada através de uma situação-problema. No entanto, as informações já são trazidas prontas e explora-se somente a construção de um gráfico ponto a ponto a partir de tabelas. Nesse sentido o livro apresenta um esquema tradicional do ensino de Matemática: expõe o conteúdo, apresenta exemplos e exercícios resolvidos e em seguida propõe exercícios para sistematizar o conteúdo desenvolvido.

Só para citar um exemplo, o livro já apresenta em sua explicação a ideia de que a representação gráfica de uma função afim é uma reta. Poderia ter realizado outra abordagem em que o aluno através de comparações de gráficos da função afim chegasse a essa conclusão, o que seria mais instigante e significativo. Nessa seção são propostas 06 atividades que devem ser cuidadosamente orientadas pelo professor para que promovam a aprendizagem.

Tanto o livro didático do Ensino Fundamental quanto o do Ensino Médio trazem o registro gráfico num segundo momento, após apresentarem as funções usando apenas o registro algébrico. Mas sem as devidas orientações há o risco da não compreensão da correspondência entre os coeficientes a e b e os zeros da função e onde os eixos x e y são interceptados. Parte dessa explicação aparece posteriormente na seção "Interseção com o eixo y" e "Zero da função afim". São apresentadas em momentos distintos quando poderiam ser mais bem aproveitadas se aparecessem na mesma seção ou até mesmo antes.

Conforme proposto por Duval, as conversões devem prevalecer sobre os tratamentos e, além disso, a conversão de um registro gráfico, por exemplo, em registro algébrico, não apresenta as mesmas características quando se altera o sentido de conversão. Nesse sentido, a tabela 3, a seguir, traz o sentido e o número de conversões em relação ao Livro Didático do Ensino Fundamental, para que se observe as proposições feitas por Duval.

Tabela 3 Sentido das conversões envolvendo as funções polinomiais de 1º e de 2º graus no livro do Ensino Fundamental.

Tipo de função	RA→ RG	RG→ RA	RLN→ RA	RLN →RG	RT→ RG	RT→ RA
1º grau	04	08	02	02	02	-
2º grau	08	05	-	-	-	01

Fonte: BRANDL, 2011

*RG = Registro Gráfico, RA – Registro Algébrico, RT- Registro Tabular e RLN: Registro em língua natural.

No livro do Ensino Fundamental tanto em relação às funções polinomiais de 1º grau quanto as de 2º grau são mais exploradas as conversões que envolvem o registro algébrico e o gráfico. Duval afirma que geralmente é dada ênfase a conversão do registro algébrico em gráfico, em detrimento dos demais. Além do que, a conversão do registro algébrico em gráfico limita-se, muitas vezes à construção de gráficos ponto a ponto, não promovendo atividades de esboço do gráfico em que o aluno faz a interpretação global das propriedades algébricas e gráficas.

A análise da tabela 03 reforça o fato dos livros didáticos privilegiarem o registro algébrico em relação aos demais. Praticamente todas as atividades giram em torno dos registros algébricos e gráficos. No entanto, diferentemente do que afirmado por Duval, há um equilíbrio entre os dois sentidos de conversão: o algébrico e o gráfico.

Segundo Traldi (2002) os registros de representação mais complexos são os que têm como ponto de partida o enunciado em língua natural, o que ocorreu de forma discreta e sem sistematização. Os demais registros praticamente não foram explorados pelo livro, pois para a sistematização de um determinado registro há a necessidade dele ser contemplado um número maior de vezes.

Um dos exercícios (Quadro 11) solicita aos alunos que façam seis gráficos de acordo com as funções dadas. Traz diferentes situações e após a construção dos gráficos solicita aos alunos compararem as funções nas quais o coeficiente (a) é negativo e em quais o coeficiente é positivo com os gráficos correspondentes para que tirem suas próprias conclusões, que são apresentadas pelo livro em seguida.

Quadro 11 – Atividade de construção do gráfico ponto a ponto. (RIBEIRO, 2009, p.173)

Construa, no plano cartesiano, o gráfico de cada uma das funções quadráticas a seguir.

a) $y = x^2 + 1$
b) $y = x^2 - 2x$
c) $y = 2x^2 + 5x$
d) $y = -3x^2 + 1$
e) $y = 2x^2 + 3x + 5$
f) $y = -x^2 - 4x + 1$

Agora, resolva as questões no caderno:

- Escreva os coeficientes **a**, **b** e **c** de cada uma das funções.
- Quais funções têm coeficiente **a** positivo?
- Quais funções têm coeficiente **a** negativo?
- O que você pode observar ao comparar o coeficiente **a** de cada função e a concavidade da parábola? Resposta pessoal.*

Esse é um dos exercícios que poderia ser mais bem explorado, pois solicitou que o aluno observasse apenas o coeficiente (a) para concluir em que situações a concavidade está voltada para cima e em quais está voltada para baixo. Poderia já aproveitar para verificar outras mudanças de parâmetro e a implicação destas no registro gráfico. O livro traz exercícios interessantes, mas fragmentados. Portanto sem a mediação adequada do professor, nem sempre os objetivos serão alcançados, culminando em uma aprendizagem deficitária.

No livro didático do Ensino Fundamental novamente a representação gráfica aparece posteriormente. O livro mostra como se faz um gráfico a partir de uma dada função, com a escolha de valores que satisfaçam o x e consequentemente gerem o valor de y. Em nenhum momento o livro faz menção ao esboço do gráfico, propiciando a articulação entre os registros defendida por Duval. Ainda que, aos poucos, vá introduzindo conceitos como os zeros da função (onde o gráfico intercepta o eixo x), termo c(onde o gráfico intercepta o eixo y) e outros que possibilitam fazer o esboço. Porém a intervenção do professor é crucial nesse processo, para que o aluno consiga articular as informações que aparecem fragmentadas nas diferentes seções.

Em relação a função polinomial de 2º grau, na seção “Interseção com o eixo y” são trabalhados aspectos importantes em relação a função e sua representação gráfica. Primeiro trabalha-se a correspondência entre o coeficiente c e o ponto em que a parábola corta o eixo y. Inclusive há um exercício que solicita que o aluno relacione as funções aos seus respectivos gráficos e em outra solicita que o aluno indique em que ponto a parábola intercepta o eixo y, sem fazer a representação gráfica.

Desse modo, mesmo que o livro valorize o registro gráfico não são exploradas de forma mais pontual as variáveis visuais descritas por Duval. Segundo ele variáveis visuais são aquelas cuja variação resulta em uma mudança de parâmetros na função correspondente.

Em seguida a seção “Zeros da função quadrática” retoma a fórmula de Bháskara e a ideia de equação para obter os possíveis zeros da função. A partir dessa situação, é apresentada aos alunos a quantidade de zeros de uma função quadrática dependendo do valor do discriminante delta. Novamente esse conteúdo já veio pronto ao aluno, perdendo a oportunidade de propor atividades que o levasse a chegar a essa conclusão. Infelizmente, novamente essa não foi a concepção de abordagem adotada por este livro.

Conforme proposto por Duval as representações diferentes de um mesmo objeto não têm necessariamente o mesmo conteúdo. Dessa forma nenhum sistema de representação pode produzir uma representação cujo conteúdo seja completo e adequado ao objeto representado.

Os quadros 12 e 13 trazem atividades que oportunizam ao aluno transitar do registro algébrico para o gráfico (Quadro 12) e vice-versa (Quadro 13) possibilitando, assim, a compreensão das especificidades de cada tipo de conversão, pois como afirma Duval passar do registro algébrico para o gráfico não é igual a passar do registro gráfico para o algébrico e nem sempre o livro demonstra essa preocupação ou mesmo essa visão ao propor as atividades.

Quadro 12- Conversão de registro algébrico em registro gráfico. (RIBEIRO, 2009, p 164)

Construa, no plano cartesiano, os gráficos das funções a seguir, sendo x e y números reais.

a) $y = x$

b) $y = -x + 7$

c) $y = -5x + 1$

d) $y = -x - 8$

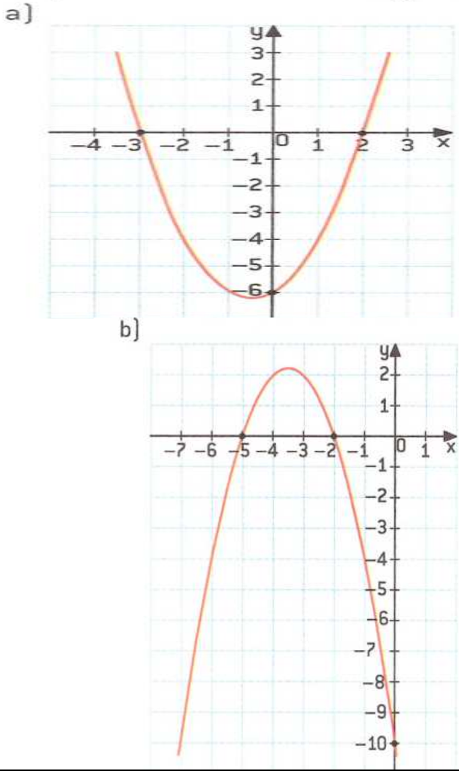
e) $y = -3x + 4$

f) $y = x + \frac{1}{2}$

Ainda em relação ao registro gráfico no livro didático do Ensino Fundamental a última situação apresentada no capítulo refere-se ao vértice da parábola. A fórmula para calcular as coordenadas do vértice em relação aos eixos x e y é apresentada sem demonstração ou manipulação algébrica, tratamento do registro, que possibilite ao aluno analisar e inferir que as fórmulas não são prontas, mas sim deduzidas e possuem um encadeamento lógico seguindo axiomas matemáticos.

Quadro 13- Conversão do registro gráfico em registro algébrico. (RIBEIRO, 2009, p. 179).

Escreva em seu caderno a função quadrática correspondente a cada um dos gráficos a seguir.



Na sequência o quadro 14 traz uma das conversões que foi pouco explorada pelo livro didático do Ensino Fundamental: a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico.

Essa foi uma das poucas atividades que solicitou aos alunos converterem o registro em língua natural para o registro algébrico. Esse tipo de atividade foi bastante solicitado pelo livro nas páginas 158 e 159, quando se introduziu o conceito de função. Assim ao abordar tanto a função polinomial de 1º grau quanto a de 2º grau, subentendeu-se que não havia mais essa necessidade. Nesse sentido, discorda-se do autor, pois as funções constituem-se em uma poderosa ferramenta para resolver situações cotidianas e convém lembrar que estas aparecem em língua natural. Além do que é importante que o aluno compreenda que o registro algébrico não foi meramente inventado, mas surgiu de uma determinada situação.

Além disso, não foi observada nenhuma atividade que solicitasse ao aluno converter registros gráficos e algébricos em língua natural, ou seja, a partir de uma determinada função representada algébrica ou graficamente o aluno poderia ser instigado a criar uma situação problema que satisfizesse a função dada.

Quadro 14 - Conversão de registro em língua natural para o registro algébrico. (RIBEIRO, 2009, p. 161).

> Para fazer uma "corrida", um taxista cobra R$ 3,50 a bandeirada mais R$ 2,10 por quilômetro rodado.
>
> De acordo com essas informações, resolva as questões a seguir em seu caderno.
>
> a) Escreva uma função afim que represente o preço da "corrida". $y = 2{,}1x + 3{,}5$
>
> ATENÇÃO
> Chame de **y** o preço em reais da "corrida" e de **x** a quantidade de quilômetros rodados.

O quadro 15 apresenta uma conversão do registro tabular em gráfico. Essa atividade mostra-se significativa, pois dificilmente são encontradas atividades que solicitam converter o registro tabular em gráfico. Usualmente a tabela traz os pares ordenados que são colocados no gráfico cartesiano e depois traçada a reta (no caso de função polinomial do 1º grau). A maioria dos alunos, provavelmente traçará o gráfico a partir dos pontos dados até encontrar o que se assemelha aos que já estão desenhados. Uma variação importante da atividade seria o professor instigar os alunos a perceberem que quando a reta intercepta o eixo y, o valor de x é zero em todas as tabelas. E assim orientar os alunos a procurarem outros procedimentos, diferente do que habitualmente usariam: o traçado do gráfico ponto a ponto. O próprio exercício já deveria trazer estas orientações, de modo a estimular tais procedimentos.

Quadro 15 - Conversão de registro tabular em gráfico. (RIBEIRO, 2009, p.166).

Cada quadro abaixo está relacionado a um gráfico. Associe-os, escrevendo em seu caderno a letra e o símbolo romano correspondentes.
A-II; B-I; C-III

A

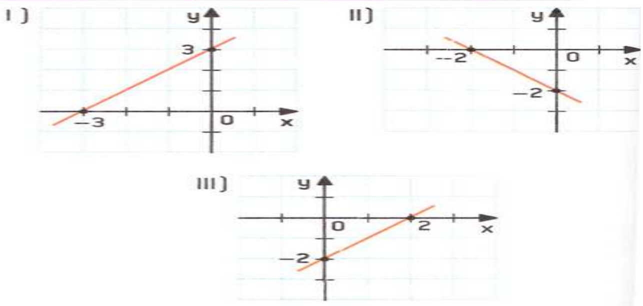
x	0	1	2	3	4
y	−2	−3	−4	−5	−6

B

x	0	1	2	3	4
y	3	4	5	6	7

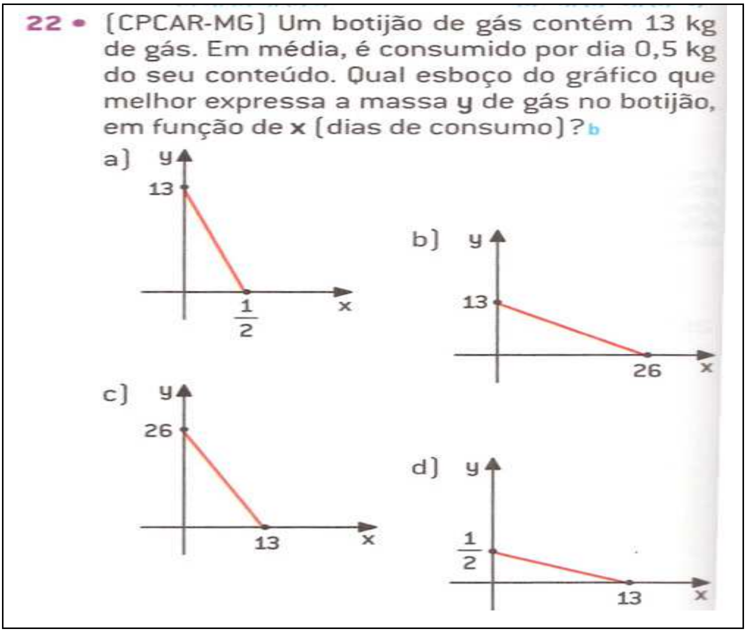
C

x	0	1	2	3	4
y	−2	−1	0	1	2



O quadro 16 apresenta uma atividade de conversão do registro em língua natural para o registro gráfico. Cabe ressaltar que esse é um dos poucos exercícios que solicita a conversão do registro em língua natural para a representação gráfica. É interessante salientar que mesmo sem perceber, os professores e os livros didáticos geralmente trazem implícita a ideia de que é natural a conversão do registro em língua natural para o algébrico e desse para o gráfico. Assim nessa situação, muitos alunos podem recorrer a isso para resolver o problema, ou seja, tentar construir uma lei de formação para essa situação. Porém esse exemplo é interessante por mostrar justamente que nem sempre isso é necessário, tornando a resolução ainda mais complicada. Desse modo, Duval afirma que quanto mais os alunos forem submetidos a estas situações, mais instrumentalizados estarão para fazer as escolhas mais econômicas e mais rápidas. Isso caracteriza que o aluno está avançando na apropriação do conhecimento.

Quadro 16- Conversão de registro em língua natural para registro gráfico. (RIBEIRO, 2009, p.164)


22 • [CPCAR-MG] Um botijão de gás contém 13 kg de gás. Em média, é consumido por dia 0,5 kg do seu conteúdo. Qual esboço do gráfico que melhor expressa a massa y de gás no botijão, em função de x [dias de consumo]? b

Dando continuidade a análise do sentido das conversões, o quadro 17 apresenta uma conversão do registro tabular para o registro algébrico. Pode-se dizer que a conversão do registro algébrico em tabular é bastante comum nos livros didáticos, mesmo que aparecem de forma implícita. Um exemplo bastante comum é solicitar que a partir de uma determinada função (em representação algébrica) os alunos construam o gráfico. Para construir o gráfico, o procedimento mais adotado é a construção de uma tabela com escolha de valores para x e a substituição destes valores na função encontrando dessa forma o valor de y. Agora o sentido inverso de conversão: do registro tabular para o algébrico, apareceu somente neste exercício. Conforme descrito por Duval é um equívoco acreditar que atividades de conversão num sentido sejam suficientes para que o sentido inverso esteja garantido.

Uma variável interessante e que seria desafiadora para os alunos seria não apresentar os registros algébricos, como aparecem nas atividades, mas deixar que os alunos, em grupos, discutam e tentem formulá-los. Dessa forma compreenderiam quais os procedimentos necessários nesse tipo de conversão.

Quadro 17 - Conversão de registro tabular em registro algébrico. (RIBEIRO, 2009, p.171)

[UFPI-PI] A tabela abaixo mostra alguns valores de uma função quadrática.

x	0	1	2	4	5	6
y	−1	0	3	15	24	35

Essa função é definida por qual das expressões a seguir? d

a) $y = -x^2 + 1$ c) $y = -x^2 - 1$ e) $y = 2x^2 - 1$
b) $y = x^2 + 1$ d) $y = x^2 - 1$

Copie a função correta no caderno.

Finalizadas as análises em relação aos sentidos de conversão do livro didático do Ensino Fundamental, a próxima tabela traz o sentido e o número de conversões apresentados no Livro Didático do Ensino Médio em relação as funções polinomiais de 1º e de 2º graus.

Tabela 04: Sentido das conversões envolvendo as funções polinomiais de 1º e de 2º graus no livro do Ensino Médio

Tipo de função	RA→ RG	RG→ RA	RLN→ RA	RLN →RG	RT→ RG	RT RA	RA→ RT
1º grau	05	02	-	01	02	01	01
2º grau	08	04	01	-	-	-	-

Fonte: BRANDL, 2011

Conforme pode ser visualizado na tabela 04 há uma prevalência de conversões no sentido do registro algébrico para o gráfico e vice-versa. Em relação a função polinomial de 2ª grau praticamente esse é o único tipo de conversão contemplada pelo livro.

Para ilustrar e tornar mais significativas as informações contidas na tabela 04, na sequência serão apresentados exemplos de cada uma das conversões encontradas no livro didático do Ensino Médio. O primeiro exemplo é apresentado no quadro 18, através de uma atividade que solicita a conversão do registro tabular em gráfico e em algébrico.

Quadro18- Conversão de registro tabular em gráfico e em algébrico. (SILVA, 2005, p. 136)

s (m)	−20	−10	0	10	20	30
t (s)	0	1	2	3	4	5

a) Construa o gráfico s (m) × t (s).
b) Escreva a função s (t).

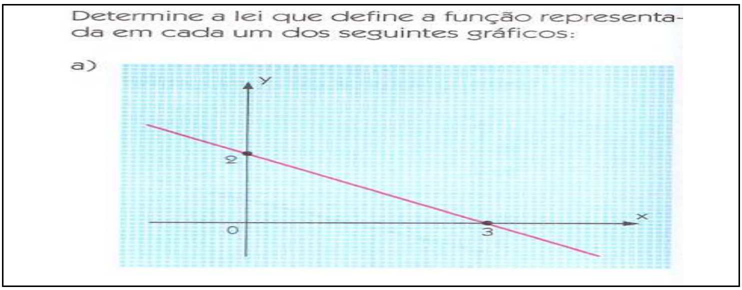
De acordo com a tabela 04 fica evidente que há prevalência de situações que privilegiam a transição do registro algébrico para o gráfico. Em relação às funções polinomiais de 2º grau as atividades de conversão do livro do Ensino Médio ficam praticamente restritas a esse tipo de conversão nos dois sentidos. Além disso, o livro traz uma conversão do registro tabular em gráfico e algébrico, algo que também apareceu somente em um exercício no livro didático do Ensino Fundamental.

Para construir o gráfico, pode-se unir os pontos determinados pelos pares ordenados, ou então, escrever a função e esboçar o gráfico. Isso dependerá do que o aluno trouxer de conhecimentos prévios trabalhados no último ano do Ensino Fundamental e que será retomado no Ensino Médio.

Na sequência, o quadro 19 mostra uma atividade de conversão do registro gráfico em algébrico. Convém ressaltar que o exercício trouxe mais itens a serem convertidos, mas um já é suficiente para se ter noção dos objetivos da atividade.

Através dessas atividades, o professor pode explorar conceitos e suas diferentes representações: correspondência entre o ponto em que o eixo y é interceptado e o termo do registro algébrico e o mesmo para o eixo x. Dessa forma, o aluno estará cada vez mais instrumentalizado o que lhe garante transitar com propriedade entre os diferentes registros.

Quadro19 – Conversão do registro gráfico em algébrico. (SILVA, 2005, p. 136).



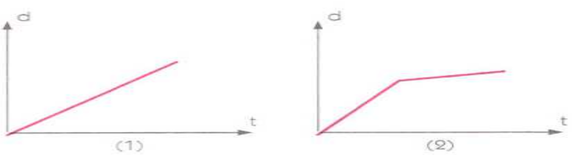
O quadro 20 apresenta uma conversão do registro em língua natural para o registro gráfico. Essa conversão do registro em língua natural para a representação gráfica traz uma singularidade interessante, porém pouco explorada nas aulas de Matemática: situações que não usem algoritmos. Como o gráfico não é um mero desenho e sim uma forma de representar determinadas situações, o aluno precisa mobilizar os conhecimentos acerca de velocidade constante e velocidade variável.

Ressalta-se mais uma vez que esse tipo de conversão é pouco explorado nos livros analisados. Dessa forma podem se constituir em barreiras que com a intervenção adequada do professor, serão transpostas sem maiores problemas.

De acordo com Colombo, de modo geral, os livros didáticos privilegiam os registros monofuncionais justamente porque possibilitam desenvolver algoritmos. A língua natural por constituir-se em um registro monofuncional, portanto, aparece com menos frequência nas atividades de conversão.

Quadro 20 - Conversão de registro em língua natural para registro gráfico. (SILVA, 2005, p. 141)

(UAM-SP) Na saída da escola, Márcio, Nélson e Orlando resolveram apostar em quem chegaria primeiro ao clube que costumam freqüentar. Márcio saiu em disparada na frente dos dois, mas, no meio do caminho, cansou e fez o resto do percurso andando. Nélson, mais cauteloso, começou andando e deixou para correr quando já estava mais próximo do clube. Orlando, entretanto, acostumado a praticar atletismo, manteve um ritmo acelerado do começo até o fim.
Associe os gráficos abaixo com os respectivos desempenhos de Márcio, Nélson e Orlando:



Observações: t (tempo gasto no percurso)
d (distância percorrida)

a) 1, 2 e 3
b) 1, 3 e 2
c) 3, 2 e 1
d) 2, 1 e 3
e) 2, 3 e 1

Na sequência o quadro 21 ilustra uma atividade de conversão do registro algébrico em gráfico. Os exercícios apresentados pelo livro didático do Ensino Médio diferem do Ensino Fundamental, justamente por trabalharem com a ideia de esboço de gráfico, algo extremamente importante nessa etapa da escolaridade, pois o aluno não pode ficar atrelado a construir gráficos sempre a partir de pares ordenados representados em tabelas. Há a necessidade de caminhos mais rápidos e, portanto, mais econômicos. Aliás, ao avançar na escolaridade matemática, maior é a constatação de que a variedade de registros existente é um dos resultados da busca de registros mais econômicos e diretos

Quadro 21 – Conversão do registro algébrico em gráfico (SILVA, 2005, p. 169)

Esboce o gráfico das funções seguintes:

a) $y = x^2 - 6x + 8$
b) $y = x^2 - 5x + 6$
c) $y = -x^2 - 4x + 12$
d) $y = -x^2 + 6x - 9$

Dando continuidade a análise das atividades do livro didático do Ensino Médio, observa-se que o quadro 22 apresenta uma conversão do registro algébrico em tabular e gráfico. Alguns exercícios podem ser solicitados aos alunos com o objetivo de avaliação. Esse é um exemplo interessante, pois através dele o professor poderá verificar, por exemplo, se o aluno reconhece funções em situações contextualizadas. Nesse caso, como já está dada a representação algébrica da função e pede-se a tabela e o gráfico, primeiramente é necessário que o aluno visualize que o cinco está representando a posição inicial e o dez representando a velocidade, ou seja, para efetuar as conversões que o exercício solicita é preciso compreender primeiro o próprio registro algébrico.

Como o exercício já estabelece que deve ser construída a tabela, provavelmente o gráfico será construído ponto a ponto e perde-se uma excelente oportunidade para avaliar o caminho a ser percorrido pelo aluno. A questão b do exercício deveria apenas solicitar a construção do gráfico e deixar o caminho livre para que se pudesse constatar qual o procedimento adotado por cada aluno.

Quadro 22 – Conversão de registro algébrico para tabular e gráfico. (SILVA, 2005, p 136.)

Um móvel executa um movimento uniforme (MU), em que: $s = s_0 + vt$.
s: espaço percorrido pelo móvel
s_0: espaço inicial
v: velocidade
t: tempo
A equação horária do móvel é:
$s = 5 + 10t$, onde o espaço é medido em metros e o tempo, em segundos.
a) Comparando as equações, obtenha: s_0 e *v*.
b) Faça uma tabela e construa o gráfico cartesiano.

Por fim o quadro 23 apresenta uma conversão de registro em língua natural para o registro algébrico. Esse último exercício traz uma situação importante, problemas de maximização e minimização, que são umas das importantes aplicações das funções polinomiais de 2º grau. Pouco adianta propor atividades para encontrar o ponto máximo e mínimo de uma função se os mesmos não estiverem atrelados a situações de lucro, custo, área máxima, dentre outros. Porém, o livro didático do Ensino Médio praticamente não abordou esse tipo de situação, pois são propostos exercícios desarticulados e sem aplicações.

Quadro 23– Conversão de registro em língua natural para algébrico. (SILVA, 2005, p.176).

(FAAP-SP) Deseja-se construir uma casa térrea de planta retangular. Determinar as dimensões do retângulo em que a casa será construída, sabendo-se que seu perímetro é 60 m e que a área deve ser máxima.

X a) 15 m e 15 m
b) 20 m e 10 m
c) 25 m e 5 m
d) 17,50 m e 12,50 m
e) 22,50 m e 7,50 m

Ressalta-se ainda que nenhum dos dois livros analisados propõe situações de conversão para a língua natural. Assim as atividades possibilitam aos alunos representarem matematicamente uma determinada situação, pois dado um problema em língua natural os alunos fazem a conversão para o registro algébrico, tabular ou gráfico. Agora, o sentido inverso é interessante, pois permite ao aluno perceber que o gráfico, a tabela e o registro algébrico representam determinadas situações cotidianas, por exemplo, e que nesses registros o aluno não as identifica ou as identifica com dificuldade, por possuírem características próprias e bastante diferenciadas do registro em língua natural. Assim, os alunos podem ser incentivados a escrever as situações representadas nos outros registros.

Outro item importante a ser destacado na análise dos dois livros didáticos é a ausência de atividades que solicitem justificativas por parte do aluno. Como o professor pode avaliar corretamente um aluno somente pelas soluções encontradas, sem ter em mãos o caminho trilhado? Sugere-se desse modo que o número de exercícios seja reduzido, em função de haver fragmentações que dificultam a apreensão do objeto em estudo e, além disso, salienta-se a necessidade de acrescentar em parte dos exercícios indagações e justificativas a serem respondidas pelos alunos, de modo que o professor possa acompanhar melhor o real desenvolvimento dos alunos, observando avanços, limitações e retomadas.

Em nenhuma das coleções analisadas utilizou-se um mesmo exemplo algébrico ou gráfico e a partir deste a efetuação de trocas no registro para a percepção de como isso implicaria mudança no outro registro, fazendo com que o aluno antecipasse as mudanças ocorridas nos registros. Seria importante que esse tipo de atividades ocorresse em todos os tipos de representação. Convém salientar, no entanto, que em relação ao registro gráfico o livro didático do Ensino Médio contemplou exercícios resolvidos e propostos contendo o esboço de gráficos, diferentemente do que ocorreu no livro do Ensino Fundamental.

Enfim os livros analisados optam por poucas explicações ficando a cargo do professor a tarefa de adequar as atividades propostas ao nível de conhecimento de seus alunos, pois o livro do Ensino Médio, conforme já apontado pelo Guia do Livro Didático não demonstra essa preocupação Mais uma vez ressalta-se a importância da intervenção do professor, enquanto profissional com conhecimentos adequados e articulados para que faça um bom uso do livro didático. Caso contrário, corre-se o risco de ao final do trabalho com funções, os alunos ainda conceberem gráficos como desenhos e não como um registro de representação de uma dada função, assim como conceberem uma expressão algébrica apenas como uma fórmula e não como outro registro de representação – em linguagem algébrica – de uma função dada.

Quando não se trabalha a conversão entre os diferentes registros de representação do objeto em estudo e as atividades apresentadas são descontextualizadas limitando-se somente a disciplina de Matemática, o aluno fará a construção parcial e bastante limitada do assunto em estudo. Quanto mais interdisciplinares forem as situações problema, contemplando os diferentes registros de representação melhor o professor estará instrumentalizando o aluno em reconhecer as funções nas diversas situações cotidianas e nas demais disciplinas do currículo escolar.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao buscar responder a questão problema deste trabalho – “Como os livros didáticos abordam o objeto matemático funções polinomiais de 1º e de 2º grau, usando como suporte a Teoria de Registros de Representação Semiótica” chegou-se as seguintes considerações:

Verificou-se que os livros analisados apresentaram os conceitos de forma contextualizada, em alguns casos, porém, sem problematizações. Assim o aluno acompanha a explicação do livro e aplica o que aprendeu na resolução dos exercícios, ou seja, a apresentação do conteúdo poderia ter se dado de forma problematizada, visando a construção gradual dos conceitos abordados, buscando a participação ativa do aluno.

Observou-se um número muito maior de exercícios de sistematização do que de situações problema, ou seja, muitos exercícios cumpriram bem o papel de sistematização dos conceitos abordados, mas deixaram lacunas em relação à aprendizagem dos alunos, pois não foram instigados a relacionar o objeto de estudo com outras áreas do conhecimento. Funções aparecem em muitos momentos da Física, da Química e da Biologia, porém dependendo da forma como são abordadas nas aulas de Matemática, faz com que os alunos não as reconheçam quando aparecem em outras áreas do conhecimento.

No livro do Ensino Fundamental o enfoque dado ao estudo das funções foi enquanto relação de dependência entre grandezas, sem a preocupação do uso da linguagem formal de conjuntos. Fez-se uma sistematização das ideias já trabalhadas e desenvolvidas nas séries anteriores, mas agora vistas sob uma nova ótica, como funções. Já o livro do Ensino Médio faz uma abordagem formal desse conteúdo, conforme previsto para esta etapa da escolaridade.

Verificou-se ainda a prevalência dos tratamentos em relação às conversões. Além disso, foi privilegiado os tratamentos algébricos, pois conforme apontado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais a partir do quarto ciclo (7ª e 8ª séries) é dada ênfase a álgebra, não significando, necessariamente, que tenham êxito nesse campo do conhecimento, pois conforme apontado por Duval é a coordenação entre ao menos dois registros de representação que possibilita ao aluno o acesso ao objeto matemático em estudo. Pouco adianta, portanto, situações que privilegiam apenas um tipo de registro.

Em relação as funções polinomiais de 1º grau, tanto o livro didático do Ensino Fundamental quanto o do Ensino Médio praticamente equilibraram as atividades envolvendo conversão. Já em relação às funções polinomiais de 2º grau poucas foram as atividades de conversão. As atividades envolvendo tratamentos foram praticamente o dobro do que as atividades envolvendo conversões, conforme apontado por Duval e que precisa ser revisto de modo a possibilitar o acesso integral, pelo aluno, ao conceito de funções.

Porém um aspecto positivo a ser ressaltado é a crescente presença do registro gráfico, porém ainda vinculado fortemente ao modelo de gráfico ponto a ponto, que pouco contribui para que o aluno tenha a compreensão global das propriedades e da relação entre o registro gráfico e algébrico. A tendência de utilizar o procedimento ponto a ponto foi verificada principalmente no livro didático do Ensino Fundamental, enquanto o livro didático do Ensino Médio trouxe atividades resolvidas que ensinavam os alunos a esboçarem gráficos para além de construí-los ponto a ponto. Isso já auxilia o aluno a perceber que a mudança de parâmetros na representação algébrica implica mudanças na representação gráfica.

Porém ainda não nos parece ser suficiente esse tipo de atividade. Talvez além dessas atividades propostas fossem ainda necessárias atividades de comparação, em que o aluno possa visualizar no mesmo instante essas mudanças. Assim partindo de uma mesma função com sua representação tanto algébrica quanto gráfica, alterar parâmetros para identificar e anotar as alterações sofridas. Um recurso importante nesse sentido, e que não foi mencionado em nenhum dos dois livros é o uso de softwares para a construção de gráficos. São ferramentas importantes pois permitem a dinamicidade e a economia de tempo, haja vista que a disciplina de Matemática já possui uma vasta gama de conceitos a serem desenvolvidos

Dessa forma se o professor ficar atrelado apenas ao livro didático, que é um suporte importante, mas não suficiente, poderá ficar passivo às concepções de ensino-aprendizagem subjacentes ao livro didático. Salienta-se ainda a importância do professor tentar compreender cada vez melhor o processo de ensino e aprendizagem. O professor precisa estudar as teorias e as pesquisas realizadas na área de Educação Matemática, pois isso se constitui numa possibilidade de mudança de postura pedagógica e epistemológica. Identificar conversões e tratamentos e a coordenação entre os diferentes registros, por exemplo, são elementos importantes para compreender os objetos matemáticos e melhorar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Contudo reconhece-se as limitações dessa abordagem, pois o ensino de Matemática não pode ser resumido apenas a tratamentos e conversões sobre os objetos matemáticos, pois envolve muitos outros fatores que não foram objeto de estudo desse trabalho.

Por último, deixa-se como uma possibilidade de continuação desta pesquisa a análise do uso de softwares no estudo das funções, como importante ferramenta a possibilitar, de modo mais dinâmico, a realização de tratamentos, conversões e a coordenação entre os diferentes registros. Pode-se, por exemplo, analisar as possibilidades e limitações dos diferentes softwares

REFERÊNCIAS

ALMOLOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: ED. UFPR, 2007.

BASSOI, Tania Stella. **Uma professora, seus alunos e as representações do objeto matemático funções em aulas do Ensino Fundamental**. Tese de Doutorado. Curitiba. 2006. Universidade Federal do Paraná.

BRASIL**. Catálogo do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM 2009**). Secretaria de Educação Básica. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação: Brasília. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica, 2008.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.** Brasília/MEC/SEF, 1998.

_____. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília:MEC/Semtec, 1999.

_____. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/Semtec, 2002

_____. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Básica (SEB). Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares do Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

COLOMBO, Janecler Aparecida Amorin. **Representações semióticas no ensino: contribuições para reflexões acerca dos currículos de matemática escolar.** 2008. 253 p. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica).Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.

COLOMBO, Janecler Aparecida Amorin; MORETTI, Méricles Tadeu. **Registros de representação semiótica e parâmetros curriculares nacionais: interfaces presentes e possíveis, 2007.**

DORIGO, Marcio. **Função quadrática: um estudo sobre as representações gráficas. Especialização em Educação Matemática.** PUC. São Paulo, 2006

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003, p.11-33.

JANUÁRIO, Gilberto. **Análise do conteúdo de livros didáticos: contribuições à prática do professor de Matemática.** São Paulo, 2010. Monografia apresentada ao Instituto Federal de Ciência e Tecnologia de São Paulo.

LIMA, Luciana de. **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação do professor de Matemática.**Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual do Ceará, CE, 2008.

MAGGIO, Deise Pedroso; SOARES, Maria Arlita da Silveira; NEHRING. Cátia Maria. **Registros de representação semiótica da função afim: análise de livros didáticos de Matemática no Ensino Médio**. REVEMAT: Revista eletrônica de Educação Matemática. eISSN 1981-1322. Florianópolis. V 05 nº01 p 38-47, 2011

MORETTI, Méricles Thadeu. **O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática**. Contrapontos. Itajaí. Ano 2. nº06. Set/dez de 2002.

QUEIROZ, Carlos Antônio; RAMOS, Elenita Eliete de Lima; SIPLE, Ivanete Zuchi. **Tópicos Especiais em Ciências I: representação semiótica, tecnologias educacionais e atividades experimentais.** . Florianópolis. Publicações do IF-SC, 2011.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix: matemática**, 9º ano. São Paulo: Scipione, 2009.

SILVA, Claudio Xavier da; **Matemática aula por aula**. 2 ed. renov. São Paulo: FTD: 2005.

SILVA, U. **Análise da abordagem da função adotada em livros didáticos de matemática da educação básica**. Dissertação de Mestrado. PUC, SP, 2007.

SOARES, M.A.S. **Os números racionais e os registros de representação semiótica.: análise dos planejamentos das séries finais do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado. UNIJUÍ, RS, 2007.

TRALDI, Armando Junior**. Sistema de inequações do 1º grau: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representações.** Dissertação de mestrado. PUC/SP, 2002.