

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós - Graduação em
Engenharia de Produção

**DESENVOLVIMENTO DOS CONTEÚDOS DE PIRÂMIDE,
TRONCO DE PIRÂMIDE E PRISMA PARA UM
AMBIENTE HIPERMÍDIA VOLTADO À GEOMETRIA.**

Elenita Eliete de Lima Ramos

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós - Graduação em
Engenharia de Produção da
Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial para obtenção do
título de Mestre em Engenharia de Produção

Florianópolis, setembro de 2001.

DESENVOLVIMENTO DOS CONTEÚDOS DE PIRÂMIDE, TRONCO DE PIRÂMIDE E PRISMA PARA UM AMBIENTE HIPERMÍDIA VOLTADO À GEOMETRIA.

Elenita Eliete de Lima Ramos

Esta dissertação foi julgada aprovada para a Obtenção do título de
Mestre em Engenharia de Produção
no **Programa de Pós – Graduação em Engenharia de Produção**
da Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph. D.
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Gilson Braviano, Dr.
Orientador

Prof^a. Mirian Buss Gonçalves, Dr^a .

Prof^a. Ana Regina Aguiar Dutra, Dr^a .

“O bom educador deve estimular a diversidade, torcendo para que seus alunos tenham suas próprias idéias. E, mais do que isso, tenham a coragem de defendê-las, devidamente fundamentadas, em qualquer situação. E, sobretudo, tenham a coragem e a segurança de se admitirem errados e mudarem sua opinião”.

Gilberto Dimenstein

Dedico esta dissertação ao meu marido
Gilson Manoel Ramos, cuja presença iluminada em
minha vida fez com que as dificuldades apresentadas ficassem
mais fáceis de serem superadas. E à nossa filha Manoela,
que teve o seu nascimento adiado esperando pacientemente
a finalização desse trabalho .

AGRADECIMENTOS

A Deus, que diante dos obstáculos me mostrou os possíveis caminhos.

Ao Professor Dr. Gilson Braviano, pela dedicação, competência, carinho e amizade com que conduziu esta orientação. Sou-lhe eternamente grata pelo meu crescimento ao longo desse trabalho.

Ao amigo Alexandre Motta, pelas sugestões, companheirismo e amizade que se fizeram presentes em todas as atividades que realizamos durante o mestrado.

À professora Dr ª Vania R. Ulbricht, pela leitura dos story-board. Suas orientações e conselhos foram fundamentais para a melhoria do protótipo.

À banca examinadora, pela leitura do trabalho e sugestões apresentadas.

A todos os bolsistas do “Geometrando”, pela implementação das telas.

Aos amigos da Escola Técnica Federal de Santa Catarina, em particular, do Departamento de Matemática, pelo incentivo e apoio que me dispensaram.

Ao meu pai Sr. Haroldo e a minha mãe Sra. Eliete, que me mostraram, desde a tenra idade, o quanto é importante estudar. Não encontro palavras para expressar o que eles representam para mim e o quanto me orgulho de ser sua filha.

À toda a minha família, pela presença constante em minha vida.

Aos amigos, os que estavam perto e os que estavam longe, mas que sempre torceram por mim; de uma forma especial aos do Clube do Gourmet, sem as nossas festas este trabalho teria sido realizado em menos tempo, porém sem o mesmo sabor.

RESUMO

RAMOS, Elenita Eliete de Lima. **Desenvolvimento dos Conteúdos de Pirâmide, Tronco de Pirâmide e Prisma para um Ambiente Hipermídia voltado à Geometria.** Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

O presente trabalho tem por objetivo descrever uma ferramenta educacional que visa contribuir para o ensino da geometria, especificamente nos conteúdos de pirâmide, tronco de pirâmide e prisma. Trata-se de um ambiente hipermídia onde o usuário poderá navegar através do tempo construindo os conceitos de geometria, tendo como metáfora a história da arte.

Os três módulos desenvolvidos (Pirâmide, Tronco de Pirâmide e Prisma) serão integrados no software “*Geometrando - Caminhando no Tempo com a Geometria*”, o qual visa abordar as Geometrias Euclidiana (plana e espacial), Analítica, Descritiva e outras, de forma integrada, buscando resgatar a visão do todo.

Fazendo uso das diversas mídias presentes no ambiente, o aprendiz é capaz de visualizar animações, realizar planificações, comparações com outros sólidos e rever, através dos vários *links*, conteúdos e conceitos esquecidos ou ainda não-assimilados. Assim, pretende-se apresentar uma geometria diferenciada daquela dos livros didáticos, enriquecida com dados históricos e com o uso das novas tecnologias, tornando o aprendizado deste conteúdo mais prazeroso e agradável permitindo que o assunto estudado fique mais fácil de ser compreendido.

Palavras-Chave: Ensino, Geometria, Hipermídia.

ABSTRACT

Development of Pyramid, Pyramid Trunk, and Prism Contents for a Hypermedia Environment applied to Geometry. Florianópolis, 2001 M.S. Dissertation (Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

This study aims at describing an educational tool as a contribution for the teaching of geometry, more specifically designed for the prism, pyramid and pyramid trunk contents. It consists in/of a hypermedia environment where the user can surf through time by building the concepts of geometry and having the history of the arts as a metaphor.

The three modules developed (Pyramid, Trunk of Pyramid and Prism) are integrated in the software "*Geometrating*_ Walking along/through time with Geometry" which aims at approaching the Euclidean (plane and spatial), Analytical and Descriptive Geometries among others, in an integrated way attempting to rescue a vision of the whole.

By making use of the several media present in the environment the learner is able to visualize animations, carry out plannifications, making comparisons with other solids and review, through the various links, some contents and concepts which might be forgotten or not assimilated yet. It is an attempt to present geometry different from that found in textbooks and enriched with the addition of historical data as well as the use of new technologies in order to make the learning of such contents more pleasant and agreeable so that it becomes easier to understand.

Key Words: Teaching, geometry, Hypermedia.

SUMÁRIO

RESUMO	VI
ABSTRACT	VII
LISTA DE FIGURAS	XIII
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Apresentação	1
1.2. Estabelecimento do problema	2
1.3. Objetivos	4
1.1.3. Objetivos Gerais	4
1.3.2. Objetivos Específicos	5
1.4. Hipóteses de Trabalho	5
1.4.1. Hipótese Geral	5
1.4.2. Hipóteses Específicas	6
1.6. Limitações do Trabalho	7
1.5. Estrutura do Trabalho	7
2.CONTEXTUALIZAÇÃO DA GEOMETRIA NA METÁFORA DO GEOMETRANDO	9
2.1. A origem da Geometria	10
2.2. A Geometria em algumas culturas	11
2.2.1. A Geometria Babilônica	11
2.2.2. A Geometria Egípcia	12
2.2.2.1. Sua Origem	12

2.2.2.2. Seu Desenvolvimento	13
2.2.3. A Geometria Grega	16
2.2.3.1. Proclus - Sumário Eudemiano	16
2.2.3.2. Tales de Mileto	16
2.2.3.3. Pitágoras de Samos	17
2.2.3.4. Euclides - “Os Elementos”	19
2.2.3.5. Arquimedes	20
2.2.3.6. Apolônio	22
2.2.3.7. Ptolomeu	23
2.2.3.8. Papus de Alexandria	24
2.2.4. A Geometria no Oriente	25
2.2.5. A Geometria Moderna	27
2.2.5.1 Geometria Analítica	27
2.2.5.2. Geometria Descritiva	28
2.2.5.3. Geometria Diferencial	29
2.2.5.4. Geometria Riemanniana	29
2.3. Pirâmide	30
2.3.1. As Pirâmides no Egito	30
2.3.2. As Pirâmides na América Pré-Colombina	38
2.3.2.1. Os Olmecas	39
2.3.2.2. Os Maias	41
2.3.2.3. Os Toltecias	46
2.3.2.4. Os Astecas ou Mexicanas	47
2.4. Prisma	50
2.4.1. Man Ray	50
2.4.2. George Grosz	51
2.4.3. Carlo Carrà	53

3. HIPERMÍDIA E EDUCAÇÃO.....	55
3.1. Multimídia	55
3.2. Hipertexto	56
3.2.1. O Hipertexto: Sua origem	56
3.2.2. Xanadu	58
3.2.3. A Definição de Hipertexto	58
3.3. Hipermídia	59
3.4. O computador como Recurso Didático	63
3.4.1. Principais Tipos de Software Educacionais.....	63
3.4.2. Multimídia na Sala de Aula	66
3.4.3. Ensinar e Aprender Diante das Novas Mídias	68
4. CONSIDERAÇÕES ERGONÔMICAS PARA O TEMA.....	71
4.1. Ergonomia: Origem e evolução	71
4.2. Ergonomia: Conceituação	72
4.3. Ergonomia e as novas tecnologias	74
4.4. Ergonomia de software	75
4.4.1. Compatibilidade	76
4.4.2. Homogeneidade	76
4.4.3. Concisão	77
4.4.4. Flexibilidade	77
4.4.5. Feedback Imediato	77
4.4.6. Carga Informacional ou de Trabalho	78
4.4.7. Controle Explícito	78
4.4.8. Gestão de Erros	78
4.5. Ergonomia Cognitiva	79
4.5.1. Ambiente Propício à Exploração	79
4.5.2. A Arquitetura do Sistema e a Memória Humana	80

4.5.3. A Representação do Conhecimento	80
4.5.4. A Construção do Conhecimento	81
4.5.5. Nível de Interatividade	82
4.5.6. Estilo de Aprendizagem	83
4.5.7. Carga Cognitiva	83
5. DESCRIÇÃO DO AMBIENTE HIPERMÍDIA	86
5.1. Introdução	86
5.2. O Geometrando	87
5.2.1. A Filosofia do Projeto	89
5.2.2. Módulos do Projeto	91
5.3. Desenvolvimento dos Módulos	91
5.4. Pirâmide	92
5.4.1. Área da Base	95
5.4.2. Altura da Face	97
5.4.3. Área Lateral	99
5.4.4. Volume	99
5.5. Tronco de Pirâmide	100
5.5.1. Área da Base	102
5.5.2. Altura da Face	103
5.5.3. Área Lateral e Área Total	104
5.5.4. Relações entre Pirâmide e Tronco de Pirâmide	105
5.5.5. Volume	107
5.6. Prisma	109
5.6.1. Área Lateral	111
5.6.2. Diagonais	112
5.6.3. Volume	113

5.6.4. Prisma Triangular	115
5.6.5. Prisma Pentagonal	117
5.7. Considerações Sobre o Ambiente Hipermídia	118
6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	120
RREFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123
ANEXOS	130

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Ilustração do “Teorema de Ptolomeu”	23
Figura 2.2: Pirâmide de Degraus	33
Figura 2.3: As três pirâmides de Gisé	35
Figura 2.4: Cabeça de um governante esculpida pelos Olmecas numa única pedra de basalto	40
Figura 2.5: Pirâmide do Castelo	42
Figura 2.6: Pirâmide do Advinho	43
Figura 2.7: Pirâmide do Templo das Inscrições	43
Figura 2.8: Pirâmide dos Nichos	44
Figura 2.9: Pirâmide do Sol	45
Figura 2.10: A Pirâmide -Templo de Quetzalcoatl	47
Figura 2.11: “Mire Universelle” do artista dadaísta Man-Ray	50
Figura 2.12: “Sem Título” do artista expressionista George Grosz	52
Figura 2.13: “O ídolo hermafrodita”, do artista surrealista Carlo Carrà	54
Figura 5.1: Arquitetura do Sistema	88
Figura 5.2: Estrutura do Geometrando sob a ótica do usuário	89
Figura 5.3: As pirâmides Egípcias	93
Figura 5.4: Cortes na Pirâmide Egípcia	93
Figura 5.5: Diferença no formato das faces laterais da pirâmide e do tronco de Pirâmide	94
Figura 5.6: Capacidade da área da base da Pirâmide de Quéops	95
Figura 5.7: Altura da Pirâmide de Quéops	96
Figura 5.8: Altura da Face da Pirâmide de Quéops	97
Figura 5.9 Triângulos Retângulos existentes na pirâmide	98
Figura 5.10: Triângulos Retângulos destacados da pirâmide	98
Figura 5.11: Pirâmide do Sol	100
Figura 5.12: Pirâmide Maia e Pirâmide Egípcia	101
Figura 5.13: Pirâmide dos Nichos	102

Figura 5.14: Questionamento sobre a altura da face da Pirâmide dos Nichos	104
Figura 5.15: Face lateral destacada na Pirâmide dos Nichos	105
Figura 5.16: Relações entre Pirâmide e Tronco de Pirâmide	105
Figura 5.17: Polígonos Semelhantes	106
Figura 5.18: Tronco de Pirâmide destacado	107
Figura 5.19: Tela de Salvador Dali	110
Figura 5.20: Tela “Mire Universelle” de Man-Ray	110
Figura 5.21: Tela “Sem Título” de George Grosz	111
Figura 5.22: Tela “O ídolo hermafrodita” de Carlo Carrà	112
Figura 5.23: Diagonal da base do paralelepípedo	112
Figura 5.24: Tela “Bikub” de Victor Vasarely	113
Figura 5.25: Unidade de volume	113
Figura 5.26: Paralelepípedo resultante	114
Figura 5.27: Quantidades de cubinhos no paralelepípedo	114
Figura 5.28: Tela “Solidão” de Carlo Carrà	115
Figura 5.29: Tela “Composição” de El Lissitzky	117
Figura 5.30: Tela “Cidade Irreal” de Mário Merz	117
Figura 5.31: Tela “Aqui estou, aqui fico”, de Bourgeois	117

1. INTRODUÇÃO

“A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida”.

Jacques Bernoulli

1.1 Apresentação

Estamos numa era de mudanças, e as mudanças nunca ocorreram tão rapidamente como neste final de século XX e início de século XXI.

A humanidade está presenciando a extinção de várias profissões, as transformações de algumas delas e o aparecimento de outras tantas, numa velocidade nunca antes percebida.

O progresso tecnológico, embora seja temido por muitos profissionais, é um processo inevitável em todas as áreas onde o ser humano atua. E esta evolução tecnológica traz consigo a globalização que por sua vez gera um nível de competitividade nunca antes experimentado.

Diante deste quadro, o mercado de trabalho está cada vez mais necessitado de profissionais que dominem a ciência e a tecnologia. Profissionais que consigam aprender o novo, requisito fundamental dessa nova sociedade globalizada, uma vez que o conceito de mudança e inovação tecnológica está diretamente atrelado ao conceito de aprendizagem, que precisa ser algo contínuo.

Ora, se estas transformações estão ocorrendo em todos os níveis de atividades humanas, e o mercado de trabalho está carente deste novo profissional, é natural que nos

perguntemos o que as escolas, formadoras destes profissionais, estão fazendo para se adequar a estes novos tempos. Introduzir novos instrumentos pedagógicos associados às novas tecnologias da informação, modernizando assim o sistema educacional vigente, nos parece um dos requisitos fundamentais.

Porém, o fracasso educacional existente nos estabelecimentos de ensino não passa somente pela carência das novas tecnologias, mas também pela omissão ou pela estreita visão de um conteúdo, ou outro. Exemplo disto é a Geometria, muitas vezes omitida nos currículos escolares, por falta de tempo ou até mesmo por falta de preparo do professor que também teve a sua formação comprometida neste ramo da matemática.

Diante destas constatações desenvolvemos nosso trabalho, com o intuito de utilizar as tecnologias de informática para confecção de um software educacional que contribua para o ensino-aprendizagem da Geometria.

1.2 Estabelecimento do Problema

Vários pesquisadores brasileiros, entre eles Peres (1991) e Pavanelo (1993) confirmam que a geometria está ausente ou quase ausente nas salas de aula.

Para Lorenzato (1995), esta ausência tem inúmeras causas, porém duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas; Assim, considerando que o professor que não conhece a Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, tudo indica que, para este professor, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la, ou então não ensiná-la. A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à deficiente formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. E infelizmente, em muitos destes livros, a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas,

desligada de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo.

Utilizando as palavras deste mesmo autor: “Assim, apresentada aridamente não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula.” (Lorenzato, 1995, p.4).

A Geometria é um importante ramo da Matemática e a preocupação com o seu ensino deve ser uma constante, vejamos alguns motivos:

Segundo Fainguelernt (1995) a geometria oferece um vasto campo de idéias e métodos de muito valor quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização. A Geometria também ativa as estruturas mentais, possibilitando a passagem pelo estágio das operações abstratas. É, portanto, tema integrador entre as diversas partes da Matemática, bem como campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar. Ela desempenha papel primordial no ensino, porque a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituem a sua essência.

Diante do que foi relatado em relação à importância do ensino da Geometria, surge a preocupação em desenvolver novos métodos e ferramentas capazes de suprir as deficiências citadas.

Introduzir as novas tecnologias de informática tendo ao nosso dispor um sistema que integre textos, animações, sons, ligações com as diversas geometrias, com a história, etc., facilitaria a compreensão de muitas idéias e, sem dúvida, ajudaria a atingir os objetivos que um bom ensino de Geometria requer. Isso, sem contar que o interesse dos

alunos pode ser fortemente influenciado com o grau de novidade que traz consigo a introdução de uma nova ferramenta para o ensino.

Assim nasceu o projeto de nome Geometrando – Caminhando no tempo com a Geometria, que está sendo desenvolvido por pesquisadores da UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina e conta com a participação da UDESC – Universidade do Estado de Santa Catarina. Tal projeto prevê o desenvolvimento de um *software* educacional voltado à aprendizagem da Geometria, tendo como público alvo os professores que trabalham com o ensino da matemática e tiveram suas formações comprometidas na área de Geometria, assim como alunos de segundo e terceiro graus.

Neste ambiente, que tem como metáfora a história da arte, o usuário poderá interagir com os elementos geométricos ligados, por analogias, a diversas épocas da história da arte. O sistema Geometrando contará, ainda, com o auxílio de um software de autoria, o *Macromedia Director*, devido à facilidade deste programa em termos de compatibilidade com outros, além de sua adaptabilidade para um ambiente em rede. A complexidade do sistema Geometrando, assim como a diversidade de assuntos nele desenvolvida faz com que vários profissionais estejam engajados neste projeto. Assim, cada pesquisador trabalhou com alguns módulos, cabendo a abordagem, nesta dissertação, de três tópicos relacionados à Geometria Espacial: pirâmide, tronco de pirâmide e prisma.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos Gerais

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver, como parte integrante do “Geometrando” três tópicos de Geometria Espacial: pirâmide, tronco de pirâmide e prisma, utilizando como metáfora a História da Arte, considerando como abordagem pedagógica o construtivismo.

1.3.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos temos:

- Proporcionar o estudo da Geometria utilizando uma ferramenta que possibilite a interatividade;
- Desenvolver um ambiente que proporciona, através das várias mídias, diversas formas de visualizar o mesmo objeto geométrico, facilitando assim a aprendizagem do usuário;
- Capacitar os usuários com os conhecimentos básicos contemplados num módulo de Geometria que disponibilize, através da Arte, conteúdos específicos de pirâmide, tronco de pirâmide e prisma;
- Utilizar fatos da história das pirâmides do Egito e da América Central e do Sul, fornecendo dados verídicos para que o usuário possa trabalhar com áreas de figuras planas e calcular o volume dos monumentos históricos;
- Desenvolver uma abordagem construtivista adequada ao ensino;
- Realçar, considerando os itens preliminares, a postura de investigador no aprendiz;
- Promover a aprendizagem da Geometria, por meio de elementos visuais e sonoros, onde as construções geométricas permeiam outros sentidos.

1.4 Hipóteses de Trabalho

1.4.1 Hipótese Geral

As constantes mudanças que a inovação tecnológica vêm promovendo numa sociedade cada vez mais globalizada como a nossa, trazem consigo a emergência de um exigente mercado de trabalho; e este exigente mercado de trabalho está cada vez mais necessitado de profissionais competentes que dominem a ciência e a tecnologia.

Introduzir um sistema informatizado nos estabelecimentos de ensino - formadores desses profissionais - para o ensino da Geometria pode proporcionar ao educando:

- A oportunidade de aprender a utilizar os recursos computacionais tão requisitados nesta sociedade informatizada.
- O desenvolvimento do raciocínio abstrato e do pensamento lógico dedutivo, uma vez que a Geometria, conforme mencionou-se na seção 1.2, é um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar.
- Uma aprendizagem não linear, respeitando as características individuais de cada usuário.

1.4.2 Hipóteses Específicas

Alguns pressupostos serão tomados como verdadeiros:

- Os recursos da tecnologia facilitam a concretização deste ambiente: com a chegada do computador e o rápido avanço da informatização, a realidade de ensino formal (repasse de conteúdo muitas vezes desprovido de visualização) pode ser modificada e reestruturada;
- Pesquisas recentes, entre elas a de Gardner (1994), nos mostram que os estudantes possuem em larga medida, tipos de mente diferentes e que, por isso, aprendem, lembram, executam e compreendem as coisas de maneiras diferentes, portanto, não podemos ignorar estes dados, precisamos diversificar as formas de abordagens e utilizar uma “pedagogia centrada no compreender”. Torna-se relevante, então, a construção de um módulo de ensino com uma riqueza visual, sonora e de animação, contemplando assim as características individuais de cada usuário; sendo a interatividade e a não linearidade as principais características deste processo de ensino-aprendizagem;
- Um indivíduo com o suporte computacional (módulo de ensino de Geometria) que abordará tópicos de pirâmide, tronco de pirâmide e prisma, voltado aos conceitos e aplicações, dispondrá de uma interface interativa e com um forte e dinâmico *feedback*, mais rapidamente poderá gerenciar sua aprendizagem, conquistando novos e alternativos conhecimentos.

1.5 Limitações do Trabalho

Faz-se necessário registrar que, embora o Construtivismo tenha sido a abordagem pedagógica utilizada no desenvolvimento deste trabalho, que é, como mencionado, parte integrante do Geometrando, optou-se por não escrever um capítulo tratando deste assunto, uma vez que outros integrantes do Projeto já o abordaram em suas dissertações; entre eles, Motta (2000) e Pereira (2001).

1.6 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está estruturado em 6 capítulos, a seguir descritos:

O capítulo 1 tem caráter introdutório e apresenta o estabelecimento do problema, os objetivos gerais e específicos, as hipóteses que integram o trabalho além da estrutura desta dissertação.

O segundo capítulo é composto de:

- Um histórico da Geometria desde a sua origem até os dias atuais;
- Uma biografia simplificada dos principais matemáticos que estudaram a Geometria;
- Um histórico sobre as pirâmides egípcias: como surgiram, como se desenvolveram, que faraós as construíram, etc., assim como um relato sobre as pirâmides construídas na América Pré-Colombiana;
- E, finalmente, um comentário sobre alguns artistas que se utilizaram dos prismas nas suas obras de arte.

No capítulo 3, intitulado Hipermídia e Educação, falamos de Multimídia, do Hipertexto, do computador como recurso didático, dos principais tipos de software educacionais e de como ensinar e aprender diante das novas mídias.

O capítulo 4 é reservado à Ergonomia devido a importância que os aspectos ergonômicos possuem em qualquer ambiente educacional hipermídia. Neste capítulo transcrevemos a definição de ergonomia de acordo com vários autores. A ênfase maior é dada às Ergonomias de Software e Cognitiva.

A apresentação do protótipo é feita no capítulo 5; as conclusões do trabalho, bem como as recomendações para trabalhos futuros estão no capítulo 6. As referências bibliográficas citadas neste trabalho estão após o capítulo 6, assim como os anexos, onde se encontram os fluxogramas dos três tópicos aqui abordados (pirâmide, tronco de pirâmide e prisma).

2. CONTEXTUALIZAÇÃO DA GEOMETRIA NO SOFTWARE DESENVOLVIDO

“Atribuo especial importância à visão que tenho da Geometria, porque sem ela eu
não teria sido capaz de formular a teoria da relatividade”.
(Einstein, 27/01/1921)

**Segundo Davis (1985), a definição de matemática muda
a cada geração e cada matemático sério, em seu
contexto, formula uma nova definição de acordo com
seu entendimento. Uma definição pouco sofisticada,
adequada a um dicionário é que a matemática é a
ciência da quantidade e do espaço. Ampliando um
pouco esta definição, poder-se-ia acrescentar que a
matemática também trata do simbolismo relacionado
com as quantidades e o espaço. Ou ainda, seria uma
ciência que investiga relações entre entidades
definidas abstrata e logicamente.**

As ciências da quantidade e do espaço, em sua forma mais simples, são chamadas de aritmética e geometria. Esta segunda trata, em parte, de problemas de medidas espaciais: áreas, volumes, distâncias. Ocupa-se, também, com aspectos do espaço que possuem grandes atrativos estéticos ou um elemento de surpresa. Exemplos disso são: em qualquer paralelogramo, as diagonais se cortam ao meio; em qualquer triângulo as três medianas se cortam em um ponto comum; podemos cobrir um piso com ladrilhos na forma de triângulos equiláteros ou hexágonos, mas nunca com pentágonos regulares.

Mas a geometria se vista de acordo com o modelo introduzido por Euclides, em 300 a.C., possui outro aspecto de muita importância que é sua apresentação como uma ciência dedutiva.

Sobre isto, Davis (1985, p.32) afirma que "... partindo de um número de idéias elementares, que são supostas evidentes, e baseando-se em algumas poucas regras de manipulação matemática e lógica, a geometria euclidiana constrói uma urdidura¹ de deduções de complexidade crescente."

Assim, podemos concluir que desde os gregos a geometria tem tido um aspecto dual. Afirma-se que é uma descrição precisa do espaço em que vivemos, e que é, também, uma disciplina intelectual, uma estrutura dedutiva.

Acreditamos que para fazer uma verdadeira apreciação de um ramo da matemática se faz necessário algum conhecimento da história desse ramo pois a matemática é, em grande parte, um estudo de idéias, e uma compreensão autêntica das idéias não é possível sem uma análise de suas origens. Faz-se, a seguir, portanto, um breve histórico da geometria.

2.1 A Origem da Geometria

De acordo com Eves (1992), a história da geometria deve ter-se iniciado provavelmente em tempos muito remotos na Antigüidade, a partir de origens muito modestas, depois cresceu gradualmente até alcançar a dimensão enorme que tem hoje. As primeiras considerações que o homem fez a respeito da geometria são, inquestionavelmente, muito antigas. Parecem ter-se originado de simples observações provenientes da capacidade humana de reconhecer configurações físicas, comparar formas e tamanhos. A noção de distância foi, sem dúvida, um dos primeiros conceitos geométricos desenvolvidos. A necessidade de delimitar a terra levou à noção das figuras geométricas simples, tais como retângulos quadrados e triângulos. Outros conceitos geométricos, como as noções de paralela e perpendicular, teriam sido sugeridos pela construção de muros e moradias.

¹N.A.: É o conjunto de fios dispostos no tear, e por entre os quais passam os fios da trama.

Segundo Boyer (1996), Heródoto, assim como Aristóteles consideravam que a geometria teve origem juntamente com a civilização egípcia, não só pela agrimensura prática utilizada por aquele povo, mas também pela técnica de construções constatada naquela região.

Boyer (1996) sugere outras considerações em relação à origem da geometria: O homem neolítico (5000 a.C.) já utilizava geometria nos seus desenhos e figuras; seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência e simetria, que em essência são partes da geometria elementar. Na Índia, os mais antigos resultados geométricos encontrados formam o que se chamou de *Sulvasutras*, ou "regras da corda", *Śulva* ou *sulba* refere-se às cordas usadas para medidas, e *sutra* significa um livro de regras ou aforismos relativos a um ritual ou ciência) que tratavam de relações simples, aparentemente aplicadas à construção de templos e altares.

O desenvolvimento da geometria pode ter sido estimulado não somente por necessidades práticas de mensuração, mas, também, por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem. Dessa forma não nos arriscamos em precisar exatamente quando e onde ela surgiu.

Afirmações sobre a origem da geometria são arriscadas, pois os primórdios do assunto são tão ou mais antigos que a arte de escrever. Boyer (1996, p. 5) afirma: "Que os começos da matemática são mais antigos que as mais antigas civilizações é claro. Ir além e identificar categoricamente uma origem determinada no espaço e no tempo, no entanto, é confundir conjectura com história."

2.2 A Geometria em Algumas Culturas

2.2.1 A Geometria Babilônica

Segundo Eves (1992), os mais antigos registros do homem no campo da geometria datam por volta de 3000 a.C. Trata-se de algumas tábulas de argila cozida

que foram encontradas e desenterradas na Mesopotâmia. A partir desta data tem-se inúmeros exemplos concretos nos mostrando que a geometria babilônica antiga estava intimamente relacionada com a mensuração prática, tendo como marca principal seu caráter algébrico.

Para Struik (1992), tal como no Egito, a geometria babilônica veio da fundamentação de problemas práticos relacionados com a medição, mas a forma geométrica de um problema era, normalmente, apenas uma maneira de apresentar uma questão algébrica.

Os babilônios do período 2000-1600 a.C. conheciam as regras gerais para o cálculo de áreas de algumas figuras planas, tais como: retângulos, triângulos retângulos e isósceles, trapézio retângulo. Também conheciam a fórmula do volume do prisma reto com base trapezoidal; o volume de um tronco de cone ou pirâmide quadrangular aparece incorretamente como o produto da altura pela semi-soma das bases.

Os babilônios também sabiam que lados correspondentes de dois triângulos retângulos semelhantes são proporcionais, que a altura baixada do vértice de um triângulo isósceles sobre a base divide-as ao meio e que o ângulo inscrito num semicírculo é reto. O teorema pitagórico também já era conhecido, desde cerca de 2000 a.C.

2.2.2 A Geometria Egípcia

2.2.2.1 Sua Origem

Segundo Howarth (1993), durante séculos o rio Nilo inundou as terras do Egito depositando nelas uma lama tão fértil que os antigos egípcios perceberam que podiam obter duas colheitas por ano. Devido a esta abundância, conseguiram atingir um nível de vida e de lazer únicos na sua época; entre uma colheita e outra, o povo egípcio

tinha tempo para enriquecer a sua vida, tanto a terrena como a que esperavam gozar após a morte, dedicando-se intensamente às artes.

Em circunstâncias tão favoráveis, os egípcios obtiveram progressos na medicina, na matemática e na astronomia, inatingíveis noutras regiões.

De acordo com Boyer (1996), Heródoto - o historiador, acreditava que a geometria tenha surgido no Egito, justamente da necessidade daquele povo em fazer novas medições de terra todos os anos após as inundações do Nilo. Assim, tem-se fortes indícios para acreditar que o vale do rio Nilo, no Egito antigo, foi o local onde a geometria de observação (subconsciente) transformou-se em científica.

Aristóteles, que nasceu por volta do ano 340 a.C., e é considerado um dos homens mais eruditos de todos os tempos, acreditava que o desenvolvimento da geometria no Egito se deu basicamente do lazer sacerdotal e dos rituais, isto é, os sacerdotes tinham o lazer necessário para desenvolver o conhecimento teórico e ritual, porque a geometria era utilizada para traçar bases para os templos sagrados.

Assim, acreditamos que o desenvolvimento da geometria no Egito se deu tanto para fazer as demarcações de terras devido às cheias do Nilo, como para realizar as construção de templos e sua rica decoração.

2.2.2.2 Seu Desenvolvimento

As informações que se podem retirar dos calendários e pedras tumulares são limitadas e nossas idéias sobre a contribuição egípcia seriam muito imprecisas se dependêssemos somente de material de origem ceremonial e astronômica, pois a matemática vai além de contar e medir, assuntos esses, tratados nas inscrições hieroglíficas.

Felizmente temos outras fontes de informações a respeito da geometria egípcia antiga, são os papiros que resistiram ao desgaste do tempo por mais de três milênios e meio.

De acordo com Eves (1992) os de natureza matemática são os de Moscou e Rhind – textos matemáticos que contém, respectivamente, 25 e 85 problemas, dos quais 26 são de geometria; a maioria desses problemas provém de fórmulas de mensuração necessárias para calcular áreas de terras e volumes de celeiros. Tais Papiros datam de aproximadamente 1850 a.C. e 1650 a.C. O Papiro de Rhind mede cerca de 0,30 metros de largura e 5 metros de comprimento; atualmente está no British Museum (exceto uns poucos fragmentos que estão no Brooklin Museum).

Segundo Boyer (1996) este Papiro foi comprado em 1858 numa cidade à beira do Nilo, por um antiquário escocês, Henry Rhind: por isso é conhecido como Papiro de Rhind; também é chamado de Papiro Ahmes em honra ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C.

É possível que parte do conteúdo desses papiros tenham sido contribuições de Imhotep, o lendário arquiteto do faraó Zoser, responsável pelo projeto da primeira pirâmide de degraus, cuja construção primorosa envolveu geometria prática.

O Papiro de Moscou, ou de Golonishev, comprado no Egito em 1893, tem quase o comprimento do de Rhind, mas possui somente um quarto da largura deste. Quase todos os exemplos presentes neste papiro tratam de problemas da vida prática, e não difere muito dos de Ahmes, exceto dois, que têm significado especial. Um deles trata do volume do tronco de uma pirâmide de base quadrada. Eves (1992, p. 6) afirma:

É notável a existência, no papiro Moscou, de um exemplo numérico da fórmula correta do volume do tronco de pirâmide de bases quadradas, onde h é a altura e a e b são os comprimentos dos lados das bases. Nenhum outro exemplo inquestionavelmente genuíno desta fórmula se encontra na matemática pré-helênica, e, como demonstrá-la exige alguma forma de cálculo integral, sua descoberta pelos egípcios certamente deve

ser considerada como exemplo ímpar de indução. Eric Temple Bell referiu-se a este feito, com propriedade, como ‘a maior pirâmide egípcia’.

$$V = \frac{h(a^2 + ab + b^2)}{3}$$

Fórmula do volume do tronco de pirâmide de bases quadradas

Na verdade, este problema numérico trata do volume de um tronco de pirâmide quadrada com altura de seis unidades, quando as arestas das bases superior e inferior medem duas e quatro unidades respectivamente. O escriba indica que se deve tomar os quadrados dos números dois e quatro e adicionar à soma desses quadrados o produto de dois por quatro, vinte e oito será o resultado. Esse é, então, multiplicado por um terço de seis; obtendo como resultado 56.

Como os egípcios chegaram a este resultado não se sabe. Uma origem empírica para a regra sobre o volume da pirâmide parece ser possível, mas não para o do tronco. Para esse uma base teórica é mais provável. Os egípcios podem, mentalmente, ter decomposto o tronco em paralelepípedos, prismas e pirâmides. Substituindo as pirâmides e prismas por blocos retangulares iguais, um agrupamento plausível dos blocos leva à fórmula egípcia.

Sobre os conteúdos de geometria presentes nos Papiros de Rhind e Moscou, Fontes (1969) afirma que são em número de 17 e não 26, contradizendo Eves (1992, 1997).

Como o conteúdo dos Papiros está na forma de problemas, acreditamos que cada autor classifique, de acordo com seus critérios, quais envolvem geometria e quais não, por isso a diferença entre os números citados anteriormente.

Segundo Eves (1997), ao contrário da opinião popular, a matemática no Egito Antigo nunca alcançou o nível obtido pela matemática babilônica. Este fato pode ser consequência do desenvolvimento econômico mais avançado na Babilônia; tal desenvolvimento deu-se pelo fato da Babilônia estar localizada numa região que era rota de grandes caravanas, ao passo que o Egito se manteve em semi-isolamento. Até mesmo

os rios Eufrates e Tigre contribuíram para este desenvolvimento, uma vez que eles necessitavam de obras de engenharia e esforços administrativos maiores do que os do sereno rio Nilo.

Parafraseando este autor, é inegável a contribuição do povo egípcio no que diz respeito à origem da geometria, mas temos que concordar que a matemática egípcia ficou muito tempo estagnada, e na verdade o povo egípcio passou um longo tempo utilizando a matemática dos seus antepassados e nada de novo foi criado.

2.2.3 A Geometria Grega

Ao contrário do que ocorreu com a geometria dos antigos egípcios e babilônios, não há quase nada registrado sobre a geometria grega primitiva.

2.2.3.1 Proclus - Sumário Eudemiano

Segundo Eves (1992) nossa principal fonte de informações referente à geometria grega primitiva é o chamado *Sumário Eudemiano*, escrito por Proclus, que recebeu este nome, pois se baseia no trabalho escrito por Eudemo, um discípulo de Aristóteles. Este sumário constitui várias páginas do *Comentário sobre o primeiro livro de Os Elementos de Euclides*, e é um breve esboço do desenvolvimento da geometria grega desde os tempos mais primitivos até Euclides.

É importante registrar que Proclus viveu no século V d.C., portanto mais de um milênio depois do início da matemática grega. Porém ele escreveu o Sumário, pois ainda teve acesso a muitos trabalhos históricos e críticos que se perderam, salvo alguns preservados por ele próprio e por outros.

2.2.3.2 Tales de Mileto

Segundo este Sumário a geometria grega parece ter começado com o trabalho de Tales de Mileto na primeira metade do século VI a.C, que residiu temporariamente no Egito, trazendo a geometria em sua volta para a Grécia, onde começou a aplicar à matéria procedimentos dedutivos da filosofia grega.

Tales é considerado um dos sete sábios da Antigüidade e foi ele quem iniciou a utilização de métodos dedutivos em geometria; por esse feito foi muitas vezes saudado como "o primeiro matemático verdadeiro". São creditados a ele alguns resultados geométricos muito elementares, cujo valor não dever ser medido pelo seu conteúdo, mas pelo fato de que ele os baseava em raciocínios lógicos, e não em intuição e experimentação. Pela primeira vez um estudioso da geometria se comprometeu com uma forma de raciocínio dedutivo, por mais parcial e incompleto que fosse.

Os gregos insistiram em que os fatos geométricos deviam ser estabelecidos, não por procedimentos empíricos, como faziam os egípcios, mas por raciocínios dedutivos; as verdades geométricas deviam ser obtidas no gabinete de estudos, e não no laboratório. Em suma, os gregos transformaram a geometria empírica dos egípcios e babilônios antigos no que poderíamos chamar de geometria “sistematizada” ou “demonstrativa”; eis o grande diferencial da contribuição dos gregos com relação ao desenvolvimento da geometria.

De acordo com Eves (1997), algumas experiências com o método demonstrativo foram se consubstanciando e se impondo, e a feição dedutiva da matemática, considerada por muitos como sua característica fundamental passou ao primeiro plano. Assim, a matemática, no sentido moderno da palavra, nasceu nessa atmosfera de racionalismo e em uma das novas cidades comerciais localizadas na costa oeste da Ásia Menor.

É importante registrar que os gregos não hesitavam nada em absorver elementos de outras culturas, de outra forma não teriam aprendido tão depressa como passar à frente de seus predecessores; o povo grego transformou a geometria em algo muito diferente do conjunto de conclusões empíricas produzidas pelos egípcios ou babilônios.

2.2.3.3 Pitágoras de Samos

Outro importante geômetra grego mencionado no Sumário é Pitágoras. Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C. na ilha de Samos, uma das ilhas do mar Egeu próximas de Mileto, a cidade natal de Tales. Embora alguns relatos afirmem que Pitágoras foi discípulo de Tales, isto é pouco provável dada a diferença de meio século entre suas idades. Assim como Tales, Pitágoras também viajou pelo Egito e Babilônia o que explica, talvez, a semelhança de ambos no trato com a matemática.

Quando do seu retorno à Grécia, Pitágoras estabeleceu-se em Crotona, na costa sudeste do que agora é a Itália, fundou uma sociedade secreta, chamada escola pitagórica, uma irmandade unida por mistérios, ritos cabalísticos e ceremoniais e que se empenhava no estudo de filosofia, matemática e ciências naturais.

Ao contrário de Tales, que era um homem de negócios, Pitágoras era um profeta e um místico; a escola fundada por ele era politicamente conservadora e tinha um código de conduta rígido. O vegetarianismo era imposto a seus membros, pois eles acreditavam na transmigração das almas, consequentemente podia-se matar um animal que fosse a nova moradia da alma de um amigo morto.

Segundo Eves (1992), apesar da natureza mística de muitos estudos pitagóricos, os membros da sociedade produziram, durante os primeiros duzentos anos da escola, uma grande quantidade de sólida matemática. Desenvolveram as propriedades das retas paralelas e usaram-nas para provar que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a dois retos; desenvolveram uma teoria das proporções bastante completa, que usaram para deduzir propriedades de figuras semelhantes; tinham ciência da existência de pelo menos três dos poliedros regulares: o cubo, o octaedro e o dodecaedro e descobriram a incomensurabilidade do lado e da diagonal de um quadrado, não importando o quanto pequena fosse a unidade de medida utilizada.

De acordo com Boyer (1996), nunca antes ou depois a matemática teve um papel tão grande na vida e na religião como entre os pitagóricos; para eles a matemática se relacionava mais com o amor à sabedoria do que com as exigências da vida prática.

Sobre o trabalho dos pitagóricos é importante frisar que muitos conhecimentos utilizados por eles já eram conhecidos pelos babilônios de tempos mais antigos, porém o que merece elogios foi a forma com que os aspectos dedutivos da geometria foram consideravelmente explorados e aprimorados por eles. Cadeias de proposições em que umas derivam de outras anteriores começaram a surgir. O Sumário eudemiano afirma que um pitagórico, **Hipócrates de Quio**, foi o primeiro a tentar, com sucesso pelo menos parcial, uma apresentação lógica da geometria sob a forma de uma única cadeia de proposições baseada em algumas definições e suposições iniciais. Tentativas melhores foram feitas por **Leon**, **Teudius** e outros.

2.2.3.4 Euclides - “Os Elementos”

Só por volta de 300 a.C. Euclides escreveu sua obra memorável, "Os Elementos", uma cadeia dedutiva única de 465 proposições compreendendo de maneira clara e harmoniosa geometria plana e espacial, teoria dos números e álgebra geométrica grega. Esta obra é considerada a mais importante no campo da geometria de toda a história.

Euclides ainda escreveu vários outros tratados de geometria, sendo que temos algum conhecimento a respeito de oito deles.

Após Euclides (300 a.C.), vieram **Arquimedes** (287 a.C.) e **Apolônio** (225 a.C.), considerados os três geômetras gregos mais importantes da Antigüidade; é por causa da obra deles que o período de cerca de 300 a 200 a.C. foi denominado "Idade Áurea" da matemática grega. Não seria exagero dizer que quase tudo o que se fez de

significativo em geometria, até os dias de hoje, e ainda hoje, tem sua semente original em algum trabalho desses três grandes eruditos.

Segundo Eves (1997) a história dos 300 primeiros anos da matemática grega foi obscurecida pela grandeza dos *Elementos* de Euclides, essa obra foi de tão grande valor que os trabalhos matemáticos gregos anteriores acabaram sendo descartados e por fim se perderam para nós.

“Nenhum trabalho, exceto a Bíblia, foi tão largamente usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico. Mais de mil edições impressas dos Elementos já apareceram desde a primeira delas em 1482; por mais de dois milênios esse trabalho dominou e ensino da geometria”. (Eves, 1997, p. 167).

É provável que os Elementos de Euclides sejam, na sua maior parte, uma compilação bem sucedida e um arranjo sistemático de trabalhos anteriores. Não há dúvida que Euclides teve que dar muitas demonstrações e aperfeiçoar outras tantas, mas o grande mérito de seu trabalho reside na seleção feliz de proposições e no seu arranjo numa seqüência lógica, presumivelmente a partir de umas poucas suposições.

2.2.3.5 Arquimedes

Arquimedes, um dos maiores matemáticos de todos os tempos e certamente o maior da Antigüidade, não nasceu em Alexandria, centro da atividade matemática da época, mas em Siracusa, cidade situada na ilha da Sicília. Nasceu por volta de 287 a.C. e morreu durante o saque de Siracusa em 212 a.C.

Há registros que Arquimedes estudou por algum tempo na universidade de Alexandria, e mantinha comunicação com os matemáticos de lá.

Durante a Segunda Guerra Púnica, a cidade de Siracusa ficou sitiada pelos romanos sob o comando do general Marcelo entre os anos 214 a 212 a.C.; Arquimedes então inventou engenhosas máquinas de guerra para conservar o inimigo à distância: catapultas móveis, de alcance ajustável, para arremessar pesos por sobre os navios inimigos; cordas, polias e ganchos para levantar e espatifar os navios romanos.

Sobre a justificativa da sua afirmação: "Dê-me uma alavanca que moverei a Terra" conta-se que ele conseguiu mover, sozinho e sem esforço, apenas com a ajuda de um sistema de polias compostas, um navio pesadamente carregado que não podia ser retirado do cais sem a ajuda de muitos homens.

Segundo consta, Arquimedes era capaz de concentrações mentais intensas e há relatos sobre sua distração quando se empenhava na resolução de algum problema. Solicitado pelo rei Hierão para verificar se uma coroa possuía de fato um dado peso em ouro ou se havia prata oculta em meio ao ouro; o concentrado matemático deu com a solução durante um banho público, descobrindo a primeira lei da hidrostática - que um corpo, quando mergulhado num fluido, recebe um empuxo de intensidade igual ao peso do volume de água deslocado. Na sua excitação, Arquimedes teria se esquecido de vestir-se e saiu nu pelas ruas correndo para sua casa e gritando, "*Eureka, eureka!*". (Achei, Achei!).

Como ele resolveu o problema? Ele simplesmente colocou a coroa num dos pratos de uma balança e um peso igual de ouro no outro e depois repetiu essa operação sob a água. O prato com a coroa ergueu-se, mostrando que ela continha algum material, menos denso que o ouro.

Segundo Eves (1997), Arquimedes explorou muito sua geometria em figuras desenhadas em cinzas de lareiras ou no óleo com que besuntava seu corpo após os banhos. De fato, diz-se que ele morreu quando, mergulhado em seus raciocínios, preocupava-se com um diagrama traçado num tabuleiro de areia. De acordo com uma versão, isso ocorreu durante a pilhagem de Siracusa, quando ele ordenou a um soldado

romano para se afastar de seu diagrama; o saqueador, incontinente, teria atravessado o corpo do ancião com um lança.

Os trabalhos de Arquimedes são obras-primas de exposição matemática. Além de exibirem grande originalidade e rigor nas demonstrações, são escritos numa linguagem altamente acabada e objetiva. Cerca de dez tratados se conservam até os nossos dias e há vestígios de outros extraviados.

Três dos trabalhos remanescentes de Arquimedes se dedicam à geometria plana: *A Medida de um Círculo*, *A quadratura da Parábola* e *Sobre as Espiraais*. Dois dizem respeito à geometria espacial: *Sobre a Esfera e o Cilindro* e *Sobre os Cones e os Esferóides*. Também dois sobre matemática aplicada: *Sobre o Equilíbrio de Figuras Planas* e *Sobre os Corpos Flutuantes*.

Todas as narrações da vida de Arquimedes concordam que ele dava pouco valor aos seus engenhos mecânicos, comparados aos produtos do seu pensamento; sem dúvida ele estava muito mais interessado em princípios gerais que em aplicações práticas.

2.2.3.6 Apolônio

Apolônio, assim como Arquimedes, não nasceu em Alexandria, mas em Perga, na Panfilia (sul da Ásia Menor), por isso é conhecido como Apolônio de Perga; é possível que ele tenha sido educado em Alexandria e parece ter passado algum tempo lá ensinando na Universidade.

Segundo consta era rival de Arquimedes e tratou de vários assuntos estudados por ele.

Apolônio escreveu uma obra chamada *Resultado rápido* que parece ter tratado de processos rápidos de calcular. Nela diz-se que o autor obteve uma

aproximação de p melhor do que a dada por Arquimedes. A maior parte de sua obra desapareceu. Tem-se o título de algumas obras perdidas: *Dividir em uma razão; Cortar uma área; Sobre secção determinada; Tangências, Inclinações e Lugares planos*. Seis das obras de Apolônio estavam incluídas junto com dois dos tratados mais avançados (hoje perdido) de Euclides, numa coleção chamada “Tesouro da análise”. Mas sua fama se deve principalmente à *Secções Cônicas*, uma obra extraordinária, graças a qual Apolônio, não Euclides, mereceu dos antigos o nome de “o Grande Geômetra”. Com cerca de 400 proposições em seus oito livros, é um estudo exaustivo dessas curvas que supera completamente os trabalhos anteriores sobre o assunto. Os nomes elipse, parábola e hipérbole foram introduzidos por Apolônio e foram tomados da terminologia pitagórica antiga, referente à aplicação de áreas.

2.2.3.7 Ptolomeu

Segundo Boyer (1996), outro matemático importante foi Ptolomeu, que nasceu por volta de 100 d.C.; ele escreveu a mais influente e significativa obra trigonométrica da Antigüidade, *Syntaxis Matemática*, obra composta de treze livros.

Eves (1997) afirma que o trabalho grego definitivo sobre astronomia foi escrito por Ptolomeu por volta de 150 d. C. Baseado nos escritos de **Hiparco**, esse tratado de influência científica rara é famoso por sua compacidade e elegância; dentre outras descobertas importantes feita por este matemático está uma proposição geométrica ainda hoje conhecida como o “Teorema de Ptolomeu” : se ABCD é um quadrilátero (convexo) inscrito num círculo, então $AB \cdot CD + BC \cdot DA = AC \cdot BD$; isto é, a soma dos produtos de lados opostos de um quadrilátero inscritível é igual ao produto das diagonais.

A prova disso se faz traçando BE de modo que o ângulo ABE seja igual ao ângulo DBC e observando a semelhança dos triângulos ABE e BCD. [fig. 2.1].

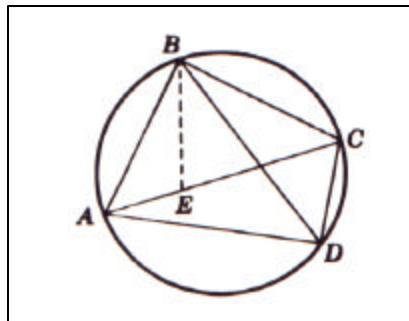


Figura 2.1: Ilustração do “Teorema de Ptolomeu”

Segundo Eves (1997), os sucessores imediatos de **Euclides**, **Arquimedes** e **Apolônio** prolongaram por algum tempo a tradição geométrica grega, mas esta começou a declinar firmemente pois os novos estudiosos deram preferência à astronomia, à trigonometria e à álgebra.

Por este motivo a geometria clássica ficou sem um bom defensor, após a morte de Apolônio, por mais de quatro séculos. Só cerca de 500 anos mais tarde, por volta de 320 d.C surgiria o último dos geômetras gregos criativos, Papus de Alexandria, que, com muita competência e entusiasmo, bem que se empenhou em reacender o interesse pela geometria.

2.2.3.8 Papus de Alexandria

Papus é autor de oito livros que compõem a obra ‘*Coleção Matemática*’, uma combinação de guia da geometria da época, acompanhado de comentários, com numerosas proposições originais, aprimoramentos, extensões e notas históricas; devemos muito do nosso conhecimento da geometria grega a esse tratado, com suas citações ou referências a trabalhos de mais de trinta matemáticos da Antigüidade. Papus também escreveu comentários sobre os *Elementos* e os *Dados* de Euclides.

De acordo com Eves (1997) dos oito livros que compunham a obra, perderam-se o primeiro e parte do segundo. O livro V dedica-se amplamente à discussão

da isoperimetria, ou comparação de áreas de figuras que são limitadas por perímetros iguais e de volumes de sólidos que são limitados por áreas iguais. O livro VII é historicamente muito importante, pois dá uma descrição dos trabalhos que constituem

O Tesouro da Análise, uma coleção que pretendia reunir o material que se considerava essencial como bagagem do matemático profissional. Eves (1992, p.12) afirma que:

“... após Papus, a geometria grega deixou de ser uma disciplina vívida: apenas sua memória foi perpetuada por escritores menores e comentadores (n.a. comentarista). Na geometria grega antiga encontramos o manancial do assunto, no que se refere à forma e ao conteúdo. É inestimável a importância desse legado notável para toda a geometria subsequente.”

2.2.4 A Geometria no Oriente

Segundo Eves (1992) o período que se inicia com a queda do Império Romano, na metade do século V, e se estende até o século XI é conhecido como alta Idade Média europeia. Houve, neste período, uma decadência na civilização europeia; o ensino quase deixou de existir, o saber grego por pouco não desapareceu e grande parte das artes e ofícios transmitidos pelo mundo antigo foram esquecidos.

Durante este período estéril do ensino, os povos do Oriente, especialmente **hindus** e **árabes**, tornaram-se os maiores depositários da matemática. Os hindus tiveram um importante papel no atual sistema de numeração posicional, os árabes em trigonometria e álgebra, porém de geometria quase nada produziram de importante.

No entanto, o papel importante desempenhado pelos árabes em geometria foi o de preservação. O mundo deve ao povo árabe o reconhecimento por seus esforços continuados para traduzir satisfatoriamente os clássicos gregos.

Na **China**, de acordo com Eves (1992), a geometria surgiu a partir da necessidade de achar distâncias, volumes, etc., e era aritmética por natureza. Ao

contrário dos gregos, os chineses nunca desenvolveram a geometria de maneira abstrata e sistemática, a aritmética e o conceito de número sempre foram necessários.

Os primeiros trabalhos chineses envolvendo geometria e que chegaram até nós foram escritos entre os séculos III e I a.C., mas vários especialistas os consideram comentários ou compilações de trabalhos mais antigos; alguns historiadores acreditam que as origens destes trabalhos são do século XII a.C. O período de maior produtividade da geometria chinesa situa-se entre 500 e 200 a.C.

Em geral, a matemática primitiva dos chineses é comparável à de outras culturas pré-renascentistas. Seus desenvolvimentos na arte de calcular, na álgebra e nos campos práticos afins, como agrimensura e engenharia, são realmente notáveis. Só os gregos, porém, foram capazes de desenvolver a geometria como um corpo sistemático de conhecimento.

Num trabalho primitivo, o Chou Pei Suan Ching, considerado o mais antigo dos clássicos matemáticos, há um breve estudo do triângulo retângulo (3,4,5). Uma figura está incluída, mas não há nenhuma demonstração formal do teorema pitagórico. Há também uma passagem a respeito de sombras que pode ser interpretada de modo a mostrar que os chineses da época reconheciam as razões entre lados correspondentes de triângulos retângulos semelhantes.

Outro trabalho, o Chiu Chang Suan Shu (Nove capítulos sobre a arte da matemática), escrito por volta de 250 a.C., lida em parte com áreas de figuras planas e os volumes de vários sólidos. Os enunciados dos problemas são seguidos de respostas dadas em forma de prosa, muitas delas equivalentes ou aproximadamente equivalentes a fórmulas que foram desenvolvidas muito mais tarde na matemática ocidental.

Há vestígios de geometria teórica, surgido por volta de 330 a.C., no *Mohist Cânon*. Este aparece como um grupo de definições da geometria que não empregam conceitos aritméticos; infelizmente este trabalho está muito fragmentado e não dá

qualquer indicação de ter sido elaborado por uma cultura que ultrapassasse esse estágio elementar. Esta tentativa de desenvolver um sistema geométrico mais formal parece ter tido pouca ou nenhuma influência sobre as gerações seguintes de matemáticos chineses.

Foi só no século XVII que Euclides passou a fazer parte permanentemente do conhecimento matemático chinês; Matteo Ricci, um jesuíta traduziu os seis primeiros livros de Euclides no período entre 1603 e 1607. Os demais livros de Euclides foram traduzidos em 1857.

2.2.5 A Geometria Moderna

2.2.5.1 Geometria Analítica

Estima-se que Descartes tenha descoberto a geometria analítica por volta de 1648 quando escreveu uma carta a um amigo holandês dizendo que tinha feito avanços significativos na aritmética e na geometria. Porém, somente três ou quatro anos depois, um outro amigo chamou a atenção para o problema das três e quatro retas de Pápus. Sob a errônea impressão de que os antigos não tinham conseguido resolver esse problema, Descartes aplicou a ele seus novos métodos e resolveu-o sem dificuldade. Isso fez com que percebesse o poder e a generalidade de seu ponto de vista, e em consequência escreveu a obra bem conhecida, *La géométrie*, que levou a geometria analítica ao conhecimento de seus contemporâneos.

Segundo Boyer (1996), a filosofia e a ciência de Descartes eram quase revolucionárias em sua ruptura com o passado, em compensação sua matemática tinha fortes elos com a tradição anterior. Talvez porque a matemática cresça por acréscimos, com pouca necessidade de descartar irrelevâncias, ao passo que a ciência cresce em

grande parte por substituições quando melhores são encontradas. Assim Descartes fundou a Geometria Analítica, motivado por uma tentativa de volta ao passado.

Atualmente geometria cartesiana é sinônimo de geometria analítica, mas o objetivo fundamental de Descartes era muito diferente daquele dos textos modernos. Eis uma frase dele “Todo problema de geometria pode facilmente ser reduzido a termos tais que o conhecimento dos comprimentos de certos segmentos basta para a construção”.

(Boyer, 1996, p.231).

Como essa afirmação indica, o objetivo é geralmente uma construção geométrica, e não necessariamente a redução da geometria à álgebra.

Se Descartes tinha um rival em capacidade matemática, era Fermat, mas este não era um matemático profissional como o primeiro. Entretanto por volta de 1629 Fermat se propôs a “reconstruir” o *Lugares planos* de Apolônio, baseado em alusões contidas na *Coleção matemática* de Papus, foi quando descobriu o princípio fundamental da geometria analítica: “Sempre que numa equação final encontram-se duas incógnitas, temos um lugar, a extremidade de uma delas descrevendo uma linha, reta ou curva.” (Boyer, 1996, p.238).

De acordo com Boyer (1996), é uma pena que Fermat não tenha publicado quase nada em toda vida (sua obra circulava em forma de manuscrito até sua publicação em *Varia opera mathematica*), pois sua exposição era muito mais sintética e didática que a de Descartes. Além disso, sua geometria analítica era um tanto mais próxima da nossa, no fato de serem as ordenadas usualmente tomadas perpendicularmente ao eixo das abscissas.

Mais tarde (1801 – 1868) Julius Plücker tornou-se o primeiro especialista em geometria analítica.

2.2.5.2 Geometria Descritiva

Segundo Boyer (1996), Gaspar Monge um dos cientistas franceses mais conhecidos na época da revolução francesa, desenvolveu a geometria descritiva por volta de 1780. Sua obra principal, *Géométrie descriptive*, não foi publicada na época porque seus superiores achavam que era do interesse da defesa nacional conservá-la secreta. Na verdade, sua reputação como físico e químico era maior do que a de matemático, talvez tivesse sido este o motivo pelo qual a sua geometria não fora devidamente apreciada.

A geometria descritiva não foi a única contribuição de Monge à geometria, pois na École Polytechnique ele ministrou também um curso sobre “aplicação da análise à geometria”. Assim como o termo “geometria analítica” ainda não era comum, também não havia “geometria diferencial”, mas o curso dado por Monge era essencialmente uma introdução a esse campo.

2.2.5.3 Geometria Diferencial

Segundo Boyer (1996), o novo ramo da geometria iniciado por Gauss em 1827 é chamado geometria diferencial, e pertence talvez mais à análise do que ao campo tradicional da geometria.

Genericamente falando, a geometria usual se interessa pela totalidade de um diagrama ou figura, ao passo que a geometria diferencial se concentra nas propriedades de uma curva ou superfície numa vizinhança imediata de um ponto. Euler e Monge algumas vezes são considerados como pais da geometria diferencial, porém só com o aparecimento do tratado clássico de Gauss, *Disquisitiones circa superficies curvas* é que existiu um volume inteiramente dedicado ao tema.

2.2.5.4 Geometria Riemanniana

De acordo com Eves (1992) o desenvolvimento da geometria não-euclidiana só ocorreu por volta do século XIX, mais de dois milênios depois de Euclides. Foi desenvolvida por três pessoas: Lobachevsky, Bolyai e Gauss. O primeiro a publicar um trabalho foi Nicolai Lobachevsky, professor da Universidade de Kazan. Janos Bolyai, um húngaro, publicou seu desenvolvimento como um apêndice de um trabalho de seu pai, Farkas (ou Wolfgang) Bolyai; e paralelamente, porém em lugares diferentes, Gauss, o grande matemático alemão, desenvolveu seu trabalho.

Pouca atenção se deu então ao assunto, até 1866, quando G.F. Bernhard Riemann sugeriu uma geometria em que duas retas nunca são paralelas e a soma dos ângulos de um triângulo é maior que dois ângulos retos.

Segundo Boyer (1992), Riemann (1826 –1866) viu que a geometria nem sequer deveria tratar obrigatoriamente de pontos ou retas ou do espaço no sentido ordinário, mas de coleções de n-uplas que são combinadas segundo certas regras.

A seguir dissertaremos sobre um dos tópicos da geometria espacial, as pirâmides, e posteriormente sobre os prismas, por serem assuntos dos quais trataremos no nosso trabalho.

2.3 Pirâmide

Temos conhecimento da existência de pirâmides em outras localidades fora do Egito, como na Babilônia, por exemplo, mas nos ateremos somente às pirâmides egípcias por se tratarem das maiores e mais famosas da Antigüidade.

De acordo com a enciclopédia Delta Universal, pirâmides são grandes estruturas com bases quadradas e quatro lados lisos, que têm forma triangular e convergem para um vértice, no topo.

A definição acima é um tanto simplória, referindo-se apenas à pirâmide de base quadrada não obedecendo aos rigores matemáticos, mas, a nosso ver, vem de encontro

ao conceito que a maioria das pessoas têm a respeito deste sólido geométrico, por isso achamos importante registrá-lo.

O item a seguir trata-se de um histórico deste sólido que tanto fascínio exerceu, e ainda exerce nas pessoas. Teremos a oportunidade de viajar pelo tempo através da história das pirâmides construídas há mais de 4.500 anos no Egito.

2.3.1 As pirâmides no Egito

A primeira pirâmide que se tem conhecimento teve origem no Egito no ano 2650 a.C. Entre 2630 a 1640 a.C. os faraós do Egito tinham o hábito de mandar construir para si próprios túmulos em forma de tronco de pirâmides, e mais tarde, monumentos em forma de pirâmides para guardar seus restos mortais.

A cidade de Menfis, hoje quase que completamente desaparecida, foi o centro administrativo e religioso do Baixo Egito, até 641 d.C. A necrópole menfita, ao longo de mais de 30 Km de comprimento na orla do deserto, na margem ocidental do Nilo, é constituída por seis grandes agrupamentos de pirâmides. Os mais famosos são o de Gizé, por conter a pirâmide de Quéops, a maior e mais famosa pirâmide construída até hoje e o de Saccara, por conter o maior número de pirâmides; ao todo, são conhecidas em Saccara, 15 pirâmides reais. Muitas delas perderam a sua forma original, estritamente geométrica, e estão reduzidas a montes artificiais.

As mais famosas pirâmides são as construídas há 45 séculos, no Egito. Cada uma delas foi construída para proteger o corpo de um rei egípcio. Os egípcios pensavam que o corpo de um homem tinha de ser preservado e protegido para que sua alma pudesse viver para sempre, por este motivo construíram pirâmides gigantescas para este fim.

Eles enfaixavam o cadáver com ataduras de linho impregnadas de resina, preservando assim a forma do corpo mesmo após a carne se desfazer em pó. Essa técnica simples produzia resultados impressionantes. Os vestígios de um braço envolto em linho, que se acredita ter pertencido ao faraó Zer, foram descobertos em uma mastaba, espécie de sepultura, quase 5 mil anos após sua morte.

A técnica do embalsamamento foi se aperfeiçoando e no início da IV Dinastia, por volta de 2.600 a.C., os egípcios deram os primeiros passos no sentido de conseguirem uma verdadeira mumificação.

"Através de um corte no abdome do faraó, retiravam seus órgãos internos e os colocavam num vaso que ficou conhecido como canopo, no qual havia uma solução salina de **natrão**. A cavidade corporal era então seca e preenchida com linho embebido em resina. Em seguida, cuidavam da parte externa do corpo, maquiando o rosto com tinta verde e vestindo o cadáver enfaixado com roupas elegantes e jóias".
(História em Revista, 1989, p. 59).

Os faraós do Egito depois de mortos e mumificados eram guardados em grandes túmulos. Enterrava-se o corpo do rei no interior ou no subsolo de uma pirâmide, em uma câmara secreta repleta de tesouros de ouro e de objetos preciosos.

Mas não foi sempre assim, antes do surgimento da primeira pirâmide, os faraós, a fim de proteger seus restos mortais por toda a eternidade, mandavam construir sólidas sepulturas, conhecidas como mastabas, que ainda não tinham o formato das famosas pirâmides.

"Feita para durar eternamente, ela era construída com tijolos de barro cozidos ao sol e possuía teto plano e laterais inclinadas. No interior havia compartimentos repletos de oferendas - alimentos, móveis, ferramentas e armas - para o bem estar do rei morto em sua outra vida. Sob o edifício havia um poço que levava a uma câmara subterrânea escavada na rocha e revestida

de tijolos. Ali era depositado o corpo do faraó."
p.59).

(História em Revista, 1989,

De acordo com esta descrição as mastabas, portanto, não tinham o formato de pirâmides e sim do tronco de uma pirâmide.

Em torno das mastabas havia sepulturas destinadas aos fiéis criados do rei, inclusive concubinas, anões da corte e até animais de estimação. Há indícios de que cerca de 580 membros da corte do faraó Zer, que governou o Egito por volta de 2.900 a.C., foram sacrificados para continuarem servindo ao seu senhor no além.

Felizmente este absurdo não durou para sempre e, com o tempo, tais sacrifícios foram abolidos.

Por volta de 2.650 a.C., o então faraó Zósé ordenou ao seu vizir, Imhotep, a construção da sua mastaba. Imhotep além de médico e principal conselheiro do faraó, se revelou um grande arquiteto quando da realização desta tarefa. "Nessa época o poder dos faraós tornara-se absoluto, e todos os egípcios - do mais alto monarca ao mais humilde escravo - estavam sujeitos às suas ordens. Como se proclamassem sua sublime posição Zósé, ordenou a construção em Saccara da primeira grande estrutura em pedra da história - uma casa eterna que se elevaria em direção ao céu". (História em Revista, 1989, p. 60).

Nascia então o que mais tarde chamou-se de "Pirâmide de Degraus". A Pirâmide de Degraus é a pirâmide mais antiga que se tem conhecimento, conserva-se, até hoje, ao sul do Cairo, no lugar da antiga cidade de Saccara. Acredita-se ser esta a única pirâmide de degraus que foi concluída.

Imhotep modificou radicalmente a concepção da mastaba. Utilizando-se milhares de blocos de calcário, o que se construiu foram seis mastabas de tamanhos decrescentes, uma sobre a outra, resultando assim a "Pirâmide em Degraus" (Fig. 2.2), nome que indica sua finalidade espiritual. Como dizia um texto sagrado: "Uma escada para o céu

foi colocada para ele (o faraó), de modo que, por ela possa subir ao céu". (História em Revista, 1989, p. 60).



Figura 2.2: Pirâmide de Degraus

De acordo com Baines (1996), a Pirâmide em Degraus tinha 60 metros de altura e media 140 por 118 metros na base, logo se trata de uma pirâmide de base retangular e não quadrada. Da base da pirâmide, um amplo poço central levava à câmara mortuária do faraó, cercada de galerias repletas de oferendas funerárias em mais de 40 mil jarros de pedra.

A primeira pirâmide de lado plano só iria surgir 50 anos mais tarde, em cerca de 2.600 a.C., durante o reinado de Snofru, o primeiro soberano da IV Dinastia; era o desenvolvimento natural da anterior pirâmide de degraus, ela ainda se conserva em Medum, ao sul de Mênfis,. Começou a ser construída como uma pirâmide de oito degraus, e, em seguida, os degraus foram nivelados com revestimento de pedras (calcário de Tura) para dar à construção lados planos, lisos e oblíquos, configurando as laterais uniformes de uma verdadeira pirâmide. "Muitos estudiosos acreditavam que a forma da pirâmide tinha uma significação religiosa para os egípcios. Os lados oblíquos podiam ter feito lembrar aos egípcios os raios inclinados do Sol, pelos quais a alma do rei morto poderia subir aos céus e reunir-se aos deuses". (Encyclopédia Delta Universal, 1987, p. 6423)

Assim, a pirâmide foi concebida como uma representação em pedra da refulgência do sol por entre as nuvens, com suas laterais representando a inclinação dos raios solares.

Dizia uma inscrição dirigida ao faraó numa pirâmide: “Possa o céu fortalecer os raios do Sol para vós, de modo que possais ascender ao céu como o olho de Ra”. Em honra a Ra, os templos adjacentes às pirâmides eram orientados para o leste e suas entradas voltadas para o nascente”. (A ERA DOS REIS DIVINOS, 1989, p. 63).

As obras-primas que se erguiam às margens do Nilo são testemunhos das aspirações divinas dos faraós e da extraordinária autoridade que exerciam. O formato da pirâmide não só propiciava a elevação da alma do morto aos céus como também refletia o princípio que organizava a sociedade egípcia: o faraó ficava no ápice, e um círculo de altos funcionários, sacerdotes e escribas eram sustentados em seus sublimes empreendimentos pela enorme massa de camponeses e artesãos, que, nos escalões mais inferiores, realizavam todo o trabalho.

As três pirâmides de Gizé

Sem dúvida alguma, as pirâmides mais impressionantes e famosas foram as construídas em Gizé, cerca de 30 quilômetros ao norte do palácio de Mênfis, na margem ocidental do Nilo. São as maiores e mais bem preservadas pirâmides egípcias. A maior de todas as três foi construída para o rei Quéops. A Segunda era o túmulo de rei Quefrém e a terceira pertencia ao rei Miquerinos. (Fig. 2.3)

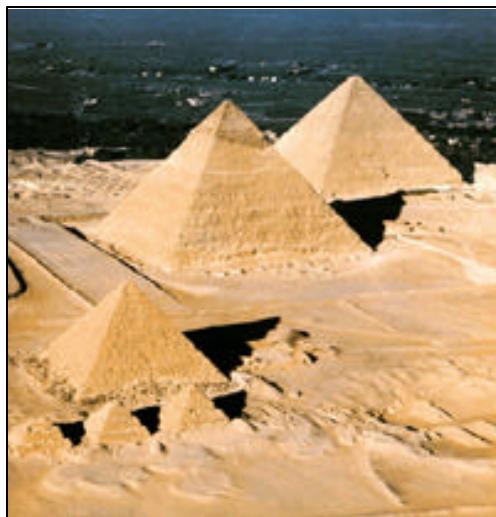


Figura 2.3: As três pirâmides de Gisé

A pirâmide de Quéops, chamada *A Grande Pirâmide*, mais tarde seria celebrada não apenas como um monumento a Khufu, mas como uma das maravilhas do mundo. Iniciada por volta de 2575 a.C. para abrigar os restos mortais de Khufu, o faraó da IV Dinastia conhecido na história pelo nome grego de Quéops, a construção absorveu os recursos do reino durante a maior parte dos 23 anos que o faraó permaneceu no trono.

Elá foi construída com precisão geométrica - é uma maravilha da arte de construir:

“A base é um quadrado quase perfeito, com lados de cerca de 230 metros (variam entre si menos de 20 centímetros); laterais que se inclinam a um ângulo de 41^0 ; um ápice quase 150 metros acima da superfície do deserto. Foram utilizados na construção cerca de 2,3 milhões de blocos rochosos, que pesavam em média 2,5 toneladas cada um; muitos chegavam a pesar 15 toneladas. Os grandes blocos de calcário foram cortados com tanta perícia que, depois de instalados, era impossível enfiar uma faca entre eles.”
(História em Revista, 1989, p. 75)

A Grande Pirâmide pode ser considerada de base quadrada, uma vez que a razão entre seus lados não passa de 0,087% , ou seja, uma diferença quase desprezível. Sua base tem cerca de $52900\ m^2$. De acordo com uma estimativa, sua área poderia conter as catedrais de Florença e Milão, juntamente com a de São Pedro, em Roma, e a de São Paulo, em Londres e ainda sobraria espaço. E sua altura é aproximadamente a de um edifício moderno de 50 andares.

De acordo com Eves (1997), estes números diferem um pouco. Segundo consta o erro relativo envolvendo os lado da base quadrada é inferior a $1/14000 = 0,000071428$ e o erro relativo envolvendo os ângulos retos dos vértices da base não excede $1/27000 = 0,000037037$.

Atualmente a pirâmide não possui mais sua altura original, algumas de suas pedras superiores desapareceram e assim passou a ter a altura de 137 metros.

“Essa pirâmide foi quase de certeza saqueada durante o período de instabilidade política e social que se seguiu ao colapso do poder central depois do fim do Império Novo, embora faltem provas concretas disso. A reutilização de blocos decorados de Quéops começou em el-Lischt durante o reinado de Amenemhet I. Os exploradores modernos encontraram a Grande Pirâmide vazia, apenas com um sarcófago de granito maciço na câmara funerária do 3º plano de construção indicando a sua finalidade original”. (Baines, 1996, p. 156)

O antigo historiador grego Heródoto afirmou que 400 mil homens trabalharam anualmente, durante 20 anos, na construção da Grande Pirâmide. Os arqueólogos põem em dúvida essa cifra, mas os índices verdadeiros ainda não puderam ser determinados.

Mesmo atualmente a construção da Grande Pirâmide levantaria consideráveis problemas tecnológicos e de gestão. Considerando que o reinado de Quéops durou 23 anos, a obra deve ter durado este tempo para ser concluída, o que significa que todos os anos cerca de 100 000 grandes blocos (uma média de 285 por dia), pesando cada um, aproximadamente 2,5 toneladas precisaram ser extraídos, talhados e transportados para o local da construção e colocados no seu devido lugar. À medida que a pirâmide era construída, a tarefa de colocação dos blocos ficava mais difícil, seja pela altura do monumento, seja pelo espaço que ficava cada vez mais reduzido, na plataforma de trabalho no alto da pirâmide.

Os egípcios não dispunham de instrumentos sofisticados, os pedreiros de Khufu, usavam talhadeiras de cobre e martelos de dolorito; ainda não dispunham sequer do mais primitivo sistema de roldanas e os veículos com rodas ainda não tinham sido inventados. Portanto os problemas relacionados com o transporte e a colocação dos blocos devem ter sido enormes.

Dada a incerteza quanto aos métodos que os egípcios utilizavam e o grande número de pessoas que trabalharam diretamente na grande construção, ou em serviços auxiliares como, por exemplo, na construção das rampas inclinadas ao longo das quais se

arrastavam os blocos, na manutenção das ferramentas, no fornecimento de comida e água, qualquer estimativa da dimensão da força de trabalho continua sendo uma mera conjectura.

Ao lado da Grande Pirâmide, o filho de Quéops, Quéfren, mandou construir seu complexo funerário: Uma pirâmide construída em escala menor que a de seu pai, e, junto a ela a estátua da Grande Esfinge, com 73 metros de comprimento, corpo de leão e o rosto do próprio Quéfren. A esfinge foi construída com o objetivo de ser a guardiã daquele local sagrado.

Embora mais modesta, a pirâmide de Quéfren tem uma altura comparável àquela da Grande Pirâmide, devido ao um ligeiro aumento da inclinação das suas faces.

Em termos de recursos humanos e materiais o custo da construção dessas pirâmides foi exorbitante.

“Tais projetos gigantescos colocavam à prova os limites da autoridade real. Em termos políticos e econômicos, os custos de se convocar essa massa de trabalhadores e sustentá-la durante décadas deve ter sido alto demais, pois o sucessor de Quéfren, Menkaure (ou Miquerinos), contentou-se com uma sepultura de dimensões mais modestas. A última das três pirâmides construídas em Gizé não chegava a um terço do tamanho das outras”.

(História em Revista, 1989, p. 75)

Só para efeitos comparativos, para frisar o quão modesta era a pirâmide de Miquerinos em relação às duas pirâmides anteriores, vejamos os números: a Grande Pirâmide originalmente tinha a altura de 146 metros, a pirâmide de Quéfren possuía 143,5 metros enquanto a de Miquerinos media apenas 66,5 metros.

Por não sacrificar tanto seu povo em construções monstruosas, Miquerinos seria lembrado pelos egípcios como um soberano benevolente e devoto, ao passo que Quéops e Quéfren passariam à história como cruéis tiranos.

O Sucessor de Miquerinos, Shepseskaf, contentou-se em construir uma mastaba para depositar seus restos mortais, em vez de uma pirâmide, mas após seu breve reinado, os faraós da V dinastia (por volta de 2475 a.C.) voltaram a construir pirâmides, embora de dimensões relativamente modestas.

A seguir dissertaremos sobre as pirâmides na América Pré-Colombiana. Estas pirâmides por possuírem o teto plano, possuem, na verdade, o formato de um tronco de pirâmide. Achamos conveniente a sua abordagem uma vez que tronco de pirâmide é um dos assuntos da nossa dissertação.

2.3.2 As Pirâmides na América Pré-Colombiana

A América Central assim como o território em que se assenta o México e alguns países da América do Sul foram palcos de apreciáveis civilizações chamadas Pré-Colombianas.

Bethell (1998) acredita que o México, a Guatemala, El Salvador, Honduras e, em menor grau, a Nicarágua e a Costa Rica, assim como o Equador, o Peru e a Bolívia, nos Andes centrais, têm suas raízes profundamente enterradas no subsolo de suas civilizações Pré-Colombianas.

Estes povos da América Central e do Sul construíram pirâmides de degraus com tetos planos, que aproveitavam como plataformas para seus templos. (Carter, 1995).

Os índios Mochicas, do Peru, também construíram grandes pirâmides de tijolos. No Templo do Sol, havia uma pirâmide com terraços de tijolos no topo de uma plataforma de degraus.

Embora ainda hoje estas construções sejam chamadas de pirâmides o que foi construído, na verdade, foram troncos de pirâmides, uma vez que estas construções possuíam teto

plano, o que caracteriza um tronco de pirâmide e não uma pirâmide, em termos matemáticos.

As pirâmides de degraus, mencionadas acima, são, matematicamente falando, troncos de pirâmides colocados uns sobre os outros, o que dá a forma de degraus nas faces da pirâmide.

Faremos, a seguir, um breve relato das principais civilizações meso-americanas: seus povos, costumes, história e suas pirâmides.

2.3.2.1 Os Olmecas: período Formativo Inicial (1500 a 220 a.C.)

Segundo García (1997), os Olmecas foram os primeiros a desenvolver uma arte e religião focadas num complexo conjunto de divindades. Foram a grande força civilizadora, e o seu papel na Meso-América foi semelhante ao dos Sumérios na Mesopotâmia ou ao dos Chineses na Ásia Oriental.

Pelo que consta, a origem da civilização Olmeca se deu nas terras baixas e pantanosas do Sul de Vera Cruz e na vizinha Tabasco, em frete do golfo do México. A região é basicamente uma planície costeira com ocasionais colinas baixas. Nas paisagens Olmecas talvez o fator mais significativo seja as enormes inundações que têm lugar durante a época das chuvas, quando a água dos rios cobre todos os locais mais baixos.

Quando essa água desaparece, deixa uma rica camada de lama fértil; estas são as terras mais produtivas do México, e foi talvez esta situação, semelhante à do Nilo, combinada com uma população em crescimento rápido, o que deu origem à complexa cultura dos Olmecas.

Segundo Bethell (1998), os Olmecas foram os primeiros a erguer grandes complexos de construções, principalmente para fins religiosos. O Centro de La Venta (900 a 400 a.C.), por exemplo, incluía pirâmides rebocadas de barro, túmulos circulares e alongados, altares entalhados na pedra, grandes compartimentos de pedra, fileiras de colunas,

tumbas, sarcófagos, colossais cabeças de basalto (ver fig. 2.4) e outras esculturas menores.



Figura 2.4: Cabeça de um governante esculpida pelos Olmecas numa única pedra de basalto. Seu peso foi calculado em 20 toneladas. (García1997, p.95)

Segundo García (1997), encontra-se em La Venta a “Grande Pirâmide”, que na verdade é um monte com 30 metros de altura com a forma de um cone alongado, e que se calcula conter mais de 100.000 metros cúbicos de terra. Não se sabe se esconde ou não algum grande túmulo Olmeca porque nunca foi sondado. Para construir este monumento calculou-se que foram necessários 800.000 homens/dia e que a elite que vivia nesse complexo necessitaria de uma população de apoio, de cerca de 18.000 pessoas.

Os Olmecas, segundo Bethell (1998), adoravam um deus-jaguar onipresente. As oferendas encontradas em funerais são provas da existência de um culto aos mortos aliado a uma crença na vida após a morte. Eles tanto acreditavam na vida após a morte, que os cães de estimação eram sacrificados para fazer companhia aos seus donos na Terra dos Mortos.

A influência Olmeca, provavelmente através do comércio e talvez também de uma espécie de empenho religioso missionário aparece manifesta em muitos sítios arqueológicos da região próxima ao golfo do México e Planalto Central, em Oaxaca, na terra dos Maias, e no oeste do México.

2.3.2.2 Os Maias: Período Clássico Inicial (300 a 900 d.C.)

A civilização Maia apareceu por volta do no século IV d.C. na Península de Yucatán , onde hoje ficam o México, Belize, partes de El Salvador e Honduras.

De acordo com Bethell (1998), as aldeias construídas por este povo, as margens dos rios, ou em geral, dentro de uma densa floresta tropical, compreendiam não só santuários para os deuses e palácios para os líderes religiosos, como também bairros residenciais.

Os sábios e os sacerdotes maias possuíam uma cultura extremamente sofisticada; tinham vários calendários de altíssima precisão. Várias centenas de anos antes que os hindus desenvolvessem a idéia, já utilizavam o conceito do zero e possuíam um símbolo para denotá-lo, herdado talvez dos Olmecas. “Quem quer que consiga decifrar completamente a escrita maia irá descobrir um universo de idéias e símbolos, o núcleo do cosmo maia. Por enquanto podemos, pelo menos, afirmar que a civilização na Mesoamérica clássica, da qual derivou todo o desenvolvimento ulterior, alcançou seu apogeu com os maias.” (Bethell,1998, p.32)

Com relação às pirâmides, García (1997, p. 114) afirma: “...a civilização maia caracterizou-se por enormes pirâmides-templos construídas de calcário e forradas a estuque...”.

Dentre estas pirâmides destacamos:

- A “Pirâmide do Castelo” com 24 metros de altura, localizada em Chichén-Itzá (centro da península de Yucatán). Esta pirâmide ostenta uma mistura do estilo Maia e Tolteca. (Fig. 2.5).



- A “Pirâmide do Advinho” (Fig. 2.6), ou “Pirâmide do Mágico”, situada em Uxmal é curiosa por possuir a base elíptica.
- A “Pirâmide do Templo das Inscrições” (Fig. 2.7), localizada em Palenque, a cerca de 50 quilômetros da parte inferior do rio Usumacinta, foi erguida sobre patamares retangulares em cujo topo fica o templo, também retangular, e com frontão trabalhado em relevo.

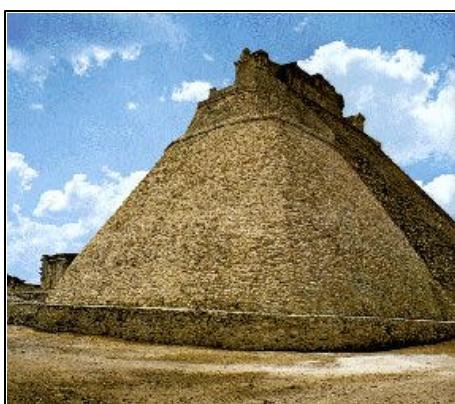


Figura 2.6: Pirâmide do Advinho
(Encyclopédia Multimídia
da Arte Universal)



Figura 2.7: Pirâmide do Templo das
Inscrições
Palenque, México. (Santos, 1996)

Algumas cidades importantes

O vale do México, após o declínio da influência Olmeca, mergulhou numa relativa obscuridade e atraso cultural; foi diante deste cenário, e paralelamente à civilização Maia que ocorreu a ascensão de algumas cidades como Monte Albán, (atual Oaxaca central), El Tajin e a mais importante delas, Teotihuacan. Em todas estas cidades há vestígios da construção de pirâmides.

- **Monte Albán** período Clássico (400 a 800 d.C.) “No período Clássico Monte Albán era um grande centro ceremonial construído em pedra, com praças, terraços, plataformas-templos e uma muito grande pirâmide, ainda por escavar.” (García,1997, p. 112).
- **El Tajin: período Clássico (500 a 900 d.C.)** “Em El Tajin, a estrutura mais notável é a Pirâmide dos Nichos (Fig. 2.8), uma pirâmide quadrangular em degraus com uma escadaria na face virada a leste e 365 nichos que a lenda diz terem contido um ídolo para cada dia do ano.” (García,1997, p.111).



Figura 2.8: Pirâmide dos Nichos
(Enciclopédia Multimídia da Arte Universal)

- **Teotihuacan:** período Formativo (0 a 600 d.C.). Segundo García (1997), nenhuma cidade, estado ou cultura exerçeram mais influência sobre o resto da Meso-América do que Teotihuacan, nem sequer os Olmecas, os Toltecas ou os Astecas. Esta grande metrópole (estima-se uma população entre 125.000 a 150.000 pessoas) situa-se no vale de Teotihuacan, uma bem irrigada planície a nordeste do vale do México, onde o rio San Juan e os seus afluentes vão desaguar no lago Texcoco.

O número de habitantes de Teotihuacan não se pode afirmar com certeza. Bethell (1998, p.30) com relação a este assunto, afirma que: “A metrópole de Teotihuacan, que em seu apogeu, por volta dos séculos V ou VI d.C., se estendia por cerca de vinte quilômetros quadrados, contava com uma população de pelo menos 50 mil habitantes.”

Segundo Gomes (1966) a cidade sagrada de Teotihuacan parece datar de 500 anos antes da nossa era. Centro religioso de suma importância, a cidade possuía mais de 2.000 templos, sendo chamada a cidade dos deuses.

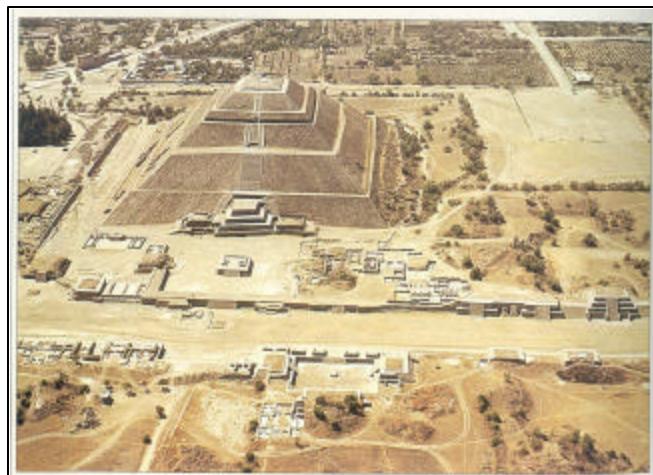
Nestas construções eram empregados grandes blocos de pedra, monólitos de extraordinário peso, e cujo transporte e suspensão até a altura de seus grandiosos monumentos, numa época de técnica rudimentar, ainda se constitui num segredo.

Na cidade de Teotihuacan podemos encontrar, ainda hoje, duas grandes pirâmides, a Pirâmide da Lua e a Pirâmide do Sol (Fig. 2.9), esta última, a maior delas foi construída no início do século I d.C.; com 60 metros de altura e 1300 m³ de aterro é a típica pirâmide mexicana, truncada, bem diferente das pirâmides egípcias. Parece uma colina artificial, mas só tem acesso por uma encosta, onde uma íngreme escadaria escavada na própria pedra liga os diversos patamares. (Enciclopédia Novo Conhecer, 1977)

García (1997), descreve esta pirâmide como a mais imponente estrutura de Teotihuacan, composta por quatro grandes camadas atingindo 70 metros de altura, (não 60 como diz a fonte anteriormente citada), onde provavelmente existia a estrutura de um templo com um telhado plano.

Já Gomes (1966) afirma que a altura desta pirâmide é de 76 metros, ocupando a sua base uma superfície de mais de 46.000 metros quadrados.

De qualquer forma pode-se ter uma idéia do quanto alta era esta pirâmide, o equivalente a, no mínimo, um prédio de 20 andares.



2.3.2.3 Os Toltecas

Figura 2.9: Pirâmide do Sol García ,1997, p. 106)

Segundo Gomes (1966), os Toltecas vieram do Norte, por uma direção desconhecida e estabeleceram-se no Estado de Anahuac, no México, por volta do sétimo século de nossa era.

Ainda segundo este autor, nenhuma certeza existe quanto à data exata do estabelecimento dos Toltecas; a sua história é puramente lendária, colhida através das lendas tradicionais dos povos que os sucederam. Os historiadores que se ocuparam desse povo nunca encontraram qualquer manuscrito ou registro que os orientasse como elementos autênticos no estudo da sua cultura.

Os Toltecas eram excelentes agricultores e conheciam muito das mais úteis artes mecânicas, ao contrário dos Olmecas que desconheciam a metalurgia. Além de trabalharem os metais, inventaram um mecanismo para medir o tempo, o qual foi adotado pelos Astecas.

Segundo García (1997), quando os conquistadores espanhóis chegaram em Tollan (atual estado mexicano de Hidalgo), antiga capital dos Toltecinos, encontraram seus descendentes coloniais falando de um povo anterior denominado Toltecas, que tinham criado uma cultura maravilhosa. Tollan mais tarde passou a ser chamada de Tula, o que quer dizer “Lugar dos Juncos”.

De acordo com Gomes (1966), os espanhóis encontraram em Tula os restos de grandes edifícios construídos pelos Toltecas, bem como as ruínas de templos e monumentos religiosos em cuja construção eram considerados mestres. Desta habilidade na arte da construção, lhes veio o nome Toltecas, que quer dizer “arquitetos”.

Pelas ruínas que subsistiram ao tempo, Tula deve ter sido uma metrópole impressionante. A pirâmide principal (Fig. 2.10) é um templo ao deus Quetzalcoatl (a serpente emplumada). Nela, distingue-se um estilo bem diferente daquele das tradicionais pirâmides. Não estava isolada num espaço aberto: era precedida por um vasto pórtico, do qual restam apenas as bases dos pilares. As paredes da pirâmide são decoradas com baixos-relevos que reproduzem símbolos talvez dedicados a Quetzalcoatl: águias, abutres, coiotes, jaguares e serpentes. (Encyclopédia Novo Conhecer , 1977).

Gomes (1966, p. 111) afirma que: “A arte Tolteca, que se caracteriza pela forma piramidal, exerceu considerável influência na arquitetura mexicana. A sua feição principal é o emprego de troncos piramidais superpostos, volumes simples combinados com aqueles, e raramente o emprego de cilindros ou formas arredondadas.”

Pela descrição feita por Gomes percebe-se que, na verdade, as chamadas pirâmides americanas, como já havíamos mencionado, eram de fato, troncos superpostos e não pirâmides propriamente ditas.

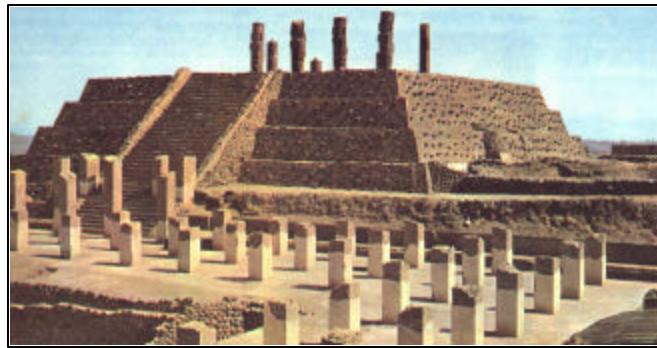


Figura 2.10: A Pirâmide -Templo de Quetzalcoatl
(Enciclopédia Novo Conhecer, 1977, p. 550)

2.3.2.4 Os Astecas ou Mexicanas: Período Pós-Clássico (950 a 1519 d.C)

Os Astecas vieram das remotas regiões do Norte. Povo nômade, chegaram aos limites de Anahuac, provavelmente no princípio do século décimo terceiro. O centro da cidade que servia de capital ao império Asteca encontrava-se numa ilha, de mesmo nome: Tenochtitlán, no centro do lago Texcoco; hoje quase que completamente coberta pela moderna cidade do México.

A pequena ilha serviu de refúgio e nela se construiu a fortaleza do povo Asteca. No interior da muralha que circundava a cidade, alinhavam-se pelo menos 25 pirâmides, construídas de blocos de pedra talhada, ricamente decoradas com esculturas ou pinturas que reproduzem símbolos ou cenas reais. Sobre as pirâmides, que possuíam tetos planos, erguiam-se os templos. Estes, com arquitetura solene e rebuscada, toda dedicada ao culto dos deuses, apresentavam inúmeros altares e capela, além de vastos espaços destinados aos jogos sagrados e às danças rituais.

Os Astecas, na realidade, descendiam da nobreza tolteca, eram conhecidos como "povo do sol" e estavam pré-destinados a conquistar todas as outras nações, capturando vítimas para o sacrifício ao deus sol - Huitzilopochtli , fonte de toda a vida. (Enciclopédia Novo Conhecer, 1977).

Ainda segundo esta fonte, conta-se que sobre uma pirâmide de 30 metros de altura foi construído um grande templo, como elas eram dedicadas aos cultos aos deuses, cerca de 70 mil cativos foram sacrificados e seus corações, ainda palpitantes, oferecidos aos deuses. Os corpos das vítimas eram pintados e comidos pela multidão em delírio.

Durante os dois séculos que precederam a conquista européia, eram os astecas que realizavam sua expansão na América. Apoiados numa organizada força militar, conquistaram vastos territórios e inúmeros povos. Quando chegaram ao planalto de Anahuac (vale do México) e fundaram sua capital, por volta de 1320, trouxeram poucos elementos à tradição arquitetônica da região. O que fizeram foi assimilar e adaptar os conhecimentos dos vários povos. (Enciclopédia Novo Conhecer ,1977).

Suas construções, no entanto, são grandiosas, de técnica perfeita, e revelam sabedoria na escolha dos locais. A única inovação, em termos de arquitetura, parece estar na pirâmide-templo do tipo da de Tenayuca (a 10 km da cidade do México), chamada "Pirâmide Dupla".

Essa pirâmide parece ter tomado seu aspecto definitivo após várias construções sucessivas. No último estágio, o templo foi circundado por uma plataforma de pedra onde se instalaram 138 serpentes de alvenaria, com cabeça esculpida em pedra.

Segundo García (1997), apesar de nos primeiros tempos os Astecas terem talvez possuído uma organização social e política de nível tribal, no séc. XIV, quando os espanhóis lá chegaram, já tinham atingido o nível da sociedade de classe.

Ainda segundo este autor, Fernando Cortés e os seus seguidores quando chegaram em Tenochtitlán, arrasaram metódicamente os templos, substituindo-os por igrejas. A

arquitetura doméstica sofreu o mesmo destino, pois o objetivo espanhol era não só conquistar como colonizar. As grandes pirâmides-templos gêmeas, do centro da cidade, dedicadas aos deuses da Chuva (Tlaloc) e da Guerra (Huitzilopochtli), foram desmanteladas para fornecerem materiais para a catedral metropolitana. As propriedades reais de Tenochtilán foram usurpadas para residências palaciais espanholas.

Assim, a maior parte do que se sabe sobre a antiga capital Asteca provém de relatos antigos, escritos pouco depois da conquista espanhola. Os relatos históricos sobre o grande templo, descrevendo-o como centro físico e cosmológico do mundo Asteca, foram confirmados por intensas escavações recentes efetuadas nas pirâmides derrubadas.

Em abril de 1521, os espanhóis acabaram derrubando a última e uma das maiores civilizações do Novo Mundo; deixaram a cidade em ruínas e repleta de corpos dos seus bravos defensores. Terminavam, portanto, três mil anos de civilização meso-americana.

A seguir, dissertaremos sobre a figura espacial denominada prisma. Diferentemente da pirâmide e do tronco de pirâmide (que encontramos com facilidade na arquitetura do Antigo Egito e da América Pré-Colombiana, respectivamente), o enfoque que daremos a este sólido não é arquitetônico. Embora esta figura geométrica esteja presente em quase todas as construções modernas, optamos por explorá-la como um elemento utilizado nas diversas obras de arte dos mais variados artistas, proporcionando ao usuário uma forma diferenciada de estudo deste sólido.

2.4 Prisma

2.4.1 Man Ray

Uma obra onde podemos facilmente visualizar um prisma é a obra do artista dadaísta Man-Ray, intitulada “**Mire Universelle**”. (Fig. 2.11). Nesta obra o artista utilizou quatro

sólidos geométricos: um cilindro, um cone, uma pirâmide e um prisma hexagonal regular.

Man Ray (Emanuel Rabinovitch) foi fotógrafo, pintor e cineasta. Nasceu na Filadélfia em 1890 e morreu em 1976. Suas obras mais interessantes são as fotográficas, mas não faltaram em seu extenso catálogo os quadros de antimecanismos e as colagens.



Figura 2.11: “Mire Universelle” do artista dadaísta Man-Ray
(Encyclopédia Multimídia da Arte Universal)

Formou-se em ou seus primeiros quadros em conhecidas galerias nova-iorquinas. Em 1921 estabeleceu-se em Paris, onde começou a experimentar a técnica do rayograma (inventada por ele, são fotos em que dispensava a câmera), realizando uma exposição individual que se chamou Champs Délicieux (Campos Deliciosos). A obra de Man Ray representou um grande avanço dentro das técnicas fotográficas: a luz deixou de ser um meio, para se tornar parte do objeto fotografado. (Encyclopédia Multimídia da Arte Universal)

Man Ray pertenceu ao movimento dadaísta, que surgiu no ano de 1916 por iniciativa de um grupo de artistas que, descontentes de uma sociedade que consideravam responsável pelos estragos da Primeira Guerra Mundial, decidiram romper deliberadamente com

todos os valores e princípios estabelecidos por ela anteriormente, inclusive os artísticos. A própria palavra dadá não tem outro significado senão a própria falta de significado, sendo um exemplo da essência desse movimento iconoclasta.

No Dadaísmo não são questionados apenas os princípios estéticos, como fizeram expressionistas ou cubistas, mas o próprio núcleo da questão artística. Negando toda possibilidade de autoridade crítica ou acadêmica, considera-se válida qualquer expressão humana, inclusive a involuntária, elevando-a à categoria de obra de arte. Efêmera, mas eficaz, a arte dadaísta preparou o terreno para movimentos vanguardistas tão importantes como o surrealismo e a arte pop, entre outros. (Encyclopédia Multimídia da Arte Universal)

2.4.2 George Grosz

O artista expressionista George Grosz, na sua obra, sem título, (figura 2.12) também se utilizou de um prisma, desta vez um paralelepípedo reto-retângulo.

George Grosz (1893-1959) foi um pintor nascido em Berlim, que em sua obra empreendeu uma crítica ácida aos valores da sociedade, através de uma pintura isenta de sentimentalismos e beirando o grotesco e o cômico. Os passos iniciais de Grosz estão registrados nos manifestos dadaístas alemães. Em suas primeiras obras dadaísticas, o pintor estabelece concretamente sua posição diante da obra de arte e do artista. Ele considerava que a divinização tanto de um quanto do outro era uma verdadeira afronta ao gênero humano. A miséria, a fome e outros sofrimentos provocados pela guerra levaram-no a refletir sobre a verdadeira função da arte. Depois de uma viagem à Rússia, Grosz começou a pintar óleos de conteúdo satírico e ambíguo. Seu talento criativo e sua técnica permitiram-lhe expressar com exatidão tudo o que ele concebia como aberração da humanidade. Surgiram assim seus famosos retratos disformes e grandes cenas de personagens mecânicos e autistas. No entanto, Grosz não via o dadaísmo senão como um veículo para expressar seu pensamento político, por isso sentiu-se mais identificado com um grupo de pintores de motivações expressionistas, que se autodenominou Neue

Sachlichkeit (Nova Objetividade) e que tentava dar vazão a sua visão crítica e exasperada da sociedade.” (Enciclopédia Multimídia da Arte Universal).



Figura. 2.12: “**Sem Título**” do artista expressionista George Grosz
(Enciclopédia Multimídia da Arte Universal)

O expressionismo, movimento do qual pertenceu Grosz, foi a primeira vanguarda artística do século XX que utilizou a deformação da realidade para dar forma à visão subjetiva do artista. Seus quadros foram os primeiros nos quais o objeto representado se distancia totalmente do modelo original. O termo expressionismo (com o sentido de retorcer, em alemão) foi utilizado pelo galerista Georg Levin em 1912. Sua visão, totalmente pessoal e às vezes agressiva da realidade, se formou mediante uma intensa deformação e abstração das formas e uma acentuação de linhas e contornos. Suas descobertas estilísticas seriam decisivas para os movimentos plásticos, tanto abstratos quanto figurativos, que surgiram mais adiante no século XX. Uma das descobertas mais inovadoras foi a aplicação das teorias musicais à composição plástica. (Enciclopédia Multimídia da Arte Universal).

2.4.3 Carlo Carrà

O artista surrealista Carlo Carrà também se utilizou dos paralelepípedos-retângulos em suas pinturas. Pode-se ver na obra intitulada “O ídolo hermafrodita”, (Fig. 2.13) três destes prismas.

O pintor Carlo Carrà(1881-1966), mesmo sendo um dos fundadores do movimento futurista, não conseguiu evitar a leitura dos princípios cubistas aos quais se entregou em seus últimos anos. Junto com Giorgio De Chirico, ele se separaria finalmente do futurismo para se dedicar àquilo que eles próprios dariam o nome de Pintura Metafísica.

Enquanto ganhava seu sustento como pintor-decorador freqüentava as aulas de pintura na Academia Brera, em Milão. Em 1900 fez sua primeira viagem a Paris, contratado para a decoração da Exposição Mundial. De lá mudou-se para Londres. Ao voltar, retomou as aulas na Academia Brera e conheceu Boccioni e o poeta Marinetti. Um ano mais tarde assinou o Primeiro Manifesto Futurista, redigido pelo poeta italiano e publicado no jornal Le Figaro. Nessa época iniciou seus primeiros estudos e esboços de Ritmo dos Objetos e Trens, por definição suas obras mais futuristas. Numa segunda viagem a Paris entrou em contato com Apollinaire, Modigliani e Picasso. A partir desse momento começaram a aparecer as referências cubistas em suas obras. Carrà não deixou de comparecer às exposições futuristas de Paris, Londres e Berlim, mas já em 1915 separou-se definitivamente do grupo. Juntou-se a Giorgio De Chirico e realizou sua primeira pintura metafísica. Em suas últimas obras retornou ao cubismo. Publicou vários trabalhos, entre eles La Pittura Metafísica (1919)

e La Mia Vita (1943). (Encyclopédia Multimídia da Arte Universal)

Segundo García-Bermejo (1994), o surrealismo, movimento no qual pertenceu Carlo Carrà surge no início dos anos vinte graças a um grupo de poetas, liderado por André Breton, procedentes do dadaísmo parisiense. Contra o anárquico impulso de destruição que imperava entre os dadaístas, o surrealismo pretendia definir uma via artística alternativa à tradicional. Atrás desse propósito esconde-se a utopia, comum a todas as vanguardas, de um homem novo, inserido em uma nova sociedade. Os surrealistas buscam esse objetivo liberando o mundo do inconsciente e do impulso revelado pela psicanálise de Freud. Sonhos e desejos são, portanto, o material favorito dos surrealistas e os processos utilizados para aflorá-los à superfície são conhecidos como *escrituras automáticas*, através dos quais se ludibriava a vontade consciente do sujeito. Em 1924 Breton publica o primeiro manifesto surrealista, podendo assim dar-se o grupo por oficialmente constituído. Dali une-se aos surrealistas em 1929, tendo lido em 1922 *A interpretação dos sonhos*, de Freud e, pelo menos desde 1926, sua pintura já incorporava temas oníricos e inconscientes. Dalí propõe objetivar e sistematizar o delírio, prolongando o sonho durante a vigília. O artista dará o nome de “paranóico-crítico” a esse método e o desenvolverá em numerosos textos produzidos ao longo dos anos trinta.



Figura. 2.13 - “O ídolo hermafrodita”, do artista surrealista Carlo Carrà
(Encyclopédia Multimídia da Arte Universal)

3. HIPERMÍDIA E EDUCAÇÃO

"O futuro é determinado pelas escolhas do presente. Os professores têm a opção de se recostar e deixar as mudanças invadirem seu mundo e, só então, reagir; ou de participar ativamente na modelagem do futuro".

(JUNG, Burga e ALLEY, Robert)

Almeida (1988) já afirmava que a utilização da informática nas escolas era tema bastante polêmico: utilizar ou não utilizar a informática como mais uma ferramenta para o ensino era um questionamento constante na mente de alguns educadores.

Passados 12 anos a questão hoje não é mais discutir se a tecnologia será aceita ou não, mas como ela será integrada à formação dos estudantes e dos professores, uma vez que o computador já está presente em toda parte, em nossa sociedade, e a escola não tem porque evitar que seja, ela também, usuária dessa tecnologia. Tem-se, na verdade, que definir quais os objetivos de sua inserção na escola e de que maneira professores e alunos podem se beneficiar com isto.

3.1 Multimídia

De acordo com vários autores, entre eles Bugay & Ulbricht (2000), a combinação de meios, usados simultaneamente ainda que produzidos isoladamente, foi denominado de Multi Mídia, exatamente como referência às múltiplas possibilidades do uso das várias mídias.

O termo Multimídia, entretanto, como o empregamos hoje, engloba todo o espectro audiovisual, passando a ser um conjunto de possibilidades de produção e utilização

integrada de todos os meios de expressão e de comunicação, coordenado por um programa de computador.

Simplificadamente podemos considerar a Multimídia como sendo a união de várias mídias, ou seja, a união de todos os elementos relacionados à transmissão de informações como textos, sons, imagens, gráficos, vídeos, etc., usando a mídia como um grande canal de conhecimentos.

3.2 Hipertexto

3.2.1 O Hipertexto: Origem

A idéia de hipertexto foi enunciada pela primeira vez por Vannevar Bush em 1945 em um artigo intitulado “*As we may think*”. O autor propôs um assistente mecânico poderoso para auxiliar os processos repetitivos comuns para a extração de material de arquivos existentes. O dispositivo possibilitaria a organização de informações por associação de imagens e textos de forma totalmente interligada. Bush partia do princípio de que o “raciocínio humano” não funciona por hierarquias de palavras, classificadas em organogramas conceituais, mas, sim, através das mais variadas associações que percorriam uma complexa rede de trilhas desconexas de representações. Bush não intencionava reproduzir esta característica reticular, mas respeitá-la, daí, imaginariamente, surge um dispositivo que deveria possibilitar a organização das informações por associação: Memex (*memory extender* - expansor de memória). O Memex organizaria os dados (imagens e textos) de forma totalmente interligada; se acessássemos algum conceito, este traria junto consigo uma rede imensa de associações. Embora nunca tenha sido implantado, sua teoria foi descrita em algumas publicações (Baron, 1995).

No célebre artigo “*As we may think*” Bush afirma que a mente humana funciona através de associações. Ela pula de uma representação para outra ao longo de uma rede intrincada, desenha trilhas que se bifurcam, tece uma trama infinitamente mais complicada do que os bancos de dados de hoje ou os sistemas de informações de fichas

perfuradas existentes em 1945; por esse motivo dificilmente seria possível produzir o processo reticular que embasa o exercício da inteligência, então Bush propõe que ao menos nos inspiremos nele (Lévy, 1998).

O Memex imaginado por Bush, era um dispositivo para mecanizar a classificação e a seleção por associação paralelamente ao princípio da indexação clássica. Para a fabricação deste dispositivo, seria necessário criar, antes de mais nada, um imenso reservatório multimídia de documentos, abrangendo ao mesmo tempo imagens, sons e textos. Certos dispositivos periféricos facilitariam a integração rápida de informações, outros permitiriam transformar automaticamente a palavra em texto escrito. A seguir seria preciso miniaturizar esta massa de documentos, e para isso Bush previa a utilização do microfilme e da fita magnética, descobertos naquela época. Tudo isso deveria caber em um ou dois metros cúbicos e o acesso às informações seria feito através de uma tela de televisão munida de alto-falantes. Um simples comando permitiria criar ligações independentes de qualquer classificação hierárquica entre uma dada informação e uma outra. Uma vez estabelecida a conexão, cada vez que determinado item fosse visualizado, todos os outros que tivessem sido ligados a ele poderiam ser instantaneamente recuperados, através de um simples toque em um botão.

Estas conexões, que ainda não se chamavam hipertextuais, fornecem ao Memex uma espécie de memória auxiliar do cientista, uma parte fundamental do próprio processo de pesquisa e de elaboração de novos conhecimentos. (Lévy, 1998).

Bush, na verdade, só estava prevendo a tecnologia que estava por vir, uma vez que a tecnologia de 1945 não poderia suportar o Memex. Sua percepção sobre o processamento humano da informação e a visão da tecnologia futura eram, sem dúvida, revolucionários. Somente quando o computador e os softwares associados evoluíram é que alguns dos conceitos de Bush puderam ser postos em prática. A explosão de informação científica, já naquela época, dificultava até mesmo aos especialistas terem acesso às informações de sua área; criar um mecanismo que permitisse às pessoas

encontrar as informações mais rapidamente do que no papel foi um dos motivos pelo qual Bush desenvolveu sua proposta para o Memex. (Bugay, 1999).

3.2.2 Xanadu

No início dos anos 60, Theodore Nelson inventou o termo hipertexto para exprimir a idéia de escrita e leitura não linear em um sistema de informática que ele denominou Xanadu. Desde então, Nelson persegue o sonho de uma imensa rede acessível em tempo real contendo todos os tesouros literários e científicos do mundo, uma espécie de Biblioteca de Alexandria de nossos dias. Milhões de pessoas poderiam utilizar Xanadu para escrever, se interconectar, interagir, comentar textos, filmes, anotar comentários, etc. (Lévy, 1998).

A visão de Xanadu nunca foi implantada. Ainda que milhares de hipertextos tenham sido elaborados desde as primeiras visões de Bush e Nelson, até o momento nenhum deles teve a amplitude imaginada por estes pioneiros. Na verdade, a idéia básica do Xanadu é a de um hipertexto universal, onde pudéssemos encontrar nele tudo o que já foi escrito pela humanidade até os dias de hoje. Lévy (1998, p.29) afirma que “Xanadu, enquanto horizonte ideal ou absoluto do hipertexto, seria uma espécie de materialização do diálogo incessante e múltiplo que a humanidade mantém consigo mesma e com seu passado.”

3.2.3 A Definição de Hipertexto

Segundo Lévy (1998), um hipertexto, tecnicamente falando, é um conjunto de nós ligados por conexões. Os nós podem ser palavras, páginas, imagens, gráficos ou partes de gráficos, seqüências sonoras, documentos complexos que podem, eles mesmos, ser hipertextos. Todos estes elementos de informação não são ligados linearmente, como em uma corda com nós, mas cada um deles, ou a maioria, estende suas conexões em estrela, de modo reticular. Navegar em um hipertexto significa, portanto, percorrer um caminho em uma rede que pode ser tão complicada quanto possível pois cada nó pode, por sua vez, conter uma rede inteira. “Funcionalmente, um hipertexto é um tipo de

programa para a organização de conhecimentos ou dados, a aquisição de informações e a comunicação.” (Lévy, 1998, p. 33); tudo isto disposto de uma forma não linear.

Pierre Lévy aponta seis características fundamentais para o hipertexto:

- Princípio da metamorfose: remete para a mudança e o jogo entre as interfaces;
- Princípio da heterogeneidade: os nós e as conexões de uma rede hipertextual são heterogêneos. Podemos fazer todos os tipos de associações que pudermos imaginar; variação de dados em imagens, sons, etc., em linguagens múltiplas (multimodais, multimidiáticas, analógicas e digitais);
- Princípio da multiplicidade e encaixe das escalas: característica “fractal” do hipertexto, redes dentro de redes;
- Princípio da exterioridade: aspecto “infinito” de crescimento da rede; seu crescimento e sua diminuição, sua composição e sua recomposição dependem de um exterior indeterminado;
- Princípio da topologia: a rede hipertextual não está no espaço, ela é o próprio espaço; nos hipertextos tudo funciona por proximidade, por vizinhança. O curso dos acontecimentos é uma questão de topologia, de caminhos;
 - Princípio da mobilidade dos centros: a rede não tem um centro, mas sim vários centros.

Há ainda, um sétimo princípio sobre o qual Lévy não escreveu, o Princípio palionódico, que diz que o hipertexto é uma estrutura nodal, com nós entre palavras, imagens, documentação, músicas, vídeos, etc...

3.3 Hipermídia

Assim como outros autores, Bugay & Ulbricht (2000) definem a hipermídia como a associação da multimídia com o hipertexto.

Rhéaume (1993) define hipermídia como sendo uma base de dados textuais, visuais, gráficos e sonoros, onde cada ilha de informação é denominada de nó ou quadro.

Podemos dizer que a hipermídia é, na verdade, um sistema de base de dados que fornece um método não-sequencial de acesso às informações; é uma forma de transmitir conhecimento com o auxílio de um computador; é um sistema caracterizado pelo tipo de informação que é especificada, manipulada, editada, armazenada e recuperada de forma não linear pelo usuário. Diferente de um livro, o leitor pode saltar através de ligações para outras partes do texto que estão disponíveis de uma maneira não linear; não existe uma única ordem de leitura do texto.

O usuário interage com o mesmo percorrendo os arquivos da forma que lhe for mais conveniente, sempre controlado e orientado pelo computador. Ou seja, a ação de obter a informação é do usuário, o computador só organiza de maneira lógica o fluxo de informações. Assim, a hipermídia se difere de outras mídias, principalmente por manter o usuário como um elemento ativo que procura a informação, não limitando-se a somente recebê-la.

E, finalmente, segundo Martin (1992), a hipermídia fornece ao usuário ferramentas de interação, permitindo navegar dentro de um documento não mais apenas de forma linear, mas de forma interativa: ao clicar em um botão, o computador responde mostrando uma imagem, um vídeo ou um som. Com sua estruturação, a hipermídia pode auxiliar o usuário a reaproximar diferentes elementos de informação para compará-los, confrontá-los ou analisá-los, possibilitando ao estudante adquirir diferentes abordagens sobre um mesmo assunto. É ainda através da hipermídia que o som transforma o computador em uma ferramenta mais adaptável e amigável ao usuário, proporcionando satisfação e aumentando sua criatividade; e a animação, por sua vez, simplifica dados complexos, facilitando sua compreensão.

Diante do que foi exposto parece fácil constatar que a hipermídia interativa adequa-se particularmente aos usos educativos, uma vez que ela propicia, entre outras coisas, o envolvimento pessoal do aluno no processo de aprendizagem.

Lévy (1998, p.40), com relação a este assunto afirma que: “Quanto mais ativamente uma pessoa participar da aquisição de um conhecimento, mais ela irá integrar e reter aquilo que aprender. Ora, a multimídia interativa, graças à sua dimensão reticular ou não linear, favorece uma atitude exploratória, ou mesmo lúdica, face ao material a ser assimilado. É, portanto, um instrumento bem adaptado a uma pedagogia ativa”.

Não estamos defendendo aqui o uso da tecnologia, em especial da hipermídia, a todo custo e de qualquer maneira, pois ela é resultado da ação do ser humano e, como tal, não é essencialmente boa ou má. Seus efeitos dependem, sempre, do modo como ela é utilizada. Por isso a informática nas escolas não deve ser encarada como algo que solucionará todos os problemas de ensino e aprendizagem, que sabemos ser muitos, mas sim como uma poderosa ferramenta que, com seus inúmeros recursos sendo bem utilizados, poderá servir como aliada nesse processo complexo.

O próprio Bill Gates (1995, p.246) afirma que:

“A informação trazida pelos avanços tecnológicos, em sua melhor representação, os computadores, não irá resolver os graves problemas que muitas escolas enfrentam atualmente, como violência, drogas, altas taxas de evasão, professores mais preocupados com a sobrevivência do que com a Educação e estudantes esquivando-se de vândalos no caminho para escola. Além de nos preocuparmos em oferecer uma nova tecnologia, temos de resolver os problemas fundamentais”.

Segundo (Sandholtz et al, apud Santos, 2000, p.1), se faz necessário ressaltar o fundamental papel dos professores frente a este processo, pois eles são os principais agentes na implementação de mudanças na dinâmica pedagógica.

O professor deve receber orientação e ser apoiado no uso das novas tecnologias, tendo um período de adaptação para passar da forma tradicional dentro da qual foi formado, para a nova postura de orientador.

Segundo Santos (2000), para que os professores assumam uma posição mais atuante e crítica quanto à utilização dos recursos informatizados na escola, se faz necessária uma superação da dicotomia entre a visão cética, que são aqueles que se utilizam da carência material do nosso sistema educacional, entre outras coisas, para não utilizar a informática na escola e aqueles que assumem uma posição de indiferença, e a visão otimista, onde encontramos todos aqueles que acreditam na potencialidade da tecnologia como resposta às necessidades do sistema educacional, sem, contudo, perceber a importância de uma maior compreensão dos efeitos e das condições desses recursos.

Ainda Santos (2000, p.3) afirma que:

Para que se tenha professores preparados para integrar tais recursos a suas práticas pedagógicas, é fundamental estabelecer quando e como intervir em seu processo de formação, com vistas a essa absorção positiva e crítica (...) No que se refere, assim, à formação, é essencial compreendê-la dentro de uma trajetória que leve o educador de uma situação inicial de usuário dos recursos tecnológicos para a de professor que os integre a seu trabalho".

Moran (1995, p. 24) diz o seguinte:

As tecnologias de comunicação não mudam necessariamente a relação pedagógica (...) As tecnologias de comunicação não substituem o professor, mas modificam algumas das suas funções (...) As tecnologias permitem um novo encantamento na escola, ao abrir suas paredes e possibilitar que alunos conversem e pesquisem com outros alunos da mesma cidade, país ou do exterior, no seu próprio ritmo (...) O processo de ensino-aprendizagem pode ganhar assim dinamismo, inovação e poder de comunicação inusitados."

Nunca tivemos tantas tecnologias fantásticas de comunicação ao nosso alcance, devemos procurar ter, portanto, uma postura crítica diante da sua utilização, pois a tecnologia não é neutra, seus efeitos dependerão do alcance a ela destinada pelo professor dentro de suas atividades docentes; reconhecer toda a sua potencialidade e saber tirar proveito dela sem, contudo, achar que ela resolverá todos os problemas ou que ela por si só é alto-suficiente é, a nosso ver, um excelente começo. Diante de tantas possibilidades de mudanças e inovações, conseguir encontrar o ponto de equilíbrio entre o deslumbramento e a resistência é, sem dúvida, o nosso maior desafio.

3.4 O Computador como Recurso Didático

3.4.1 Principais Tipos de Softwares Educacionais

De acordo com Litwin (1997) as formas de utilização dos computadores como recurso didático podem ser classificadas nas seguintes modalidades:

- tutorial;
- exercícios ou prática;
- demonstração;
- simulação;
- jogo.

Modalidade Tutorial

Nesta modalidade, como o próprio nome sugere, o programa atua como um tutor. O sistema é que “instrui” o aprendiz, fornecendo-lhe informações; a verificação da aprendizagem normalmente é feita por testes de múltipla escolha; e, dependendo dos resultados obtidos, o sistema permite que o aluno avance para novas lições ou repita algumas das anteriores.

Os conhecimentos, de um modo geral, são avaliados quantitativamente; mas também há programas tutoriais que, para avaliar o rendimento do aluno acrescentam fatores como a quantidade de tentativas para obter a resposta correta, o tempo de resposta, o tipo de erro, e o caminho seguido para completar a lição. Esses programas têm sido denominados como Sistemas Tutoriais Inteligentes (ITS – *Intelligent Tutorial Systems*).

Tutorial Inteligente: Os ITS são programas de computador com propósitos educacionais que incorporam técnicas de inteligência artificial (IA), geralmente utilizando-se da tecnologia educacional. Segundo Wenger (1987), a principal função dos ITS é agir como um “veículo de comunicação”; mas independente do paradigma utilizado, um dos objetivos fundamentais é comunicar o conhecimento e ou as estratégias para o estudante resolver problemas dentro de um determinado domínio.

Para Jonassen & Wang (1993), para um ITS ser considerado “inteligente” deve satisfazer os seguintes itens:

- O conteúdo do tema ou especialidade deve ser codificado de modo que o sistema possa acessar as informações, fazer inferências ou resolver problemas.
- O sistema deve ser capaz de avaliar a aquisição deste conhecimento pelo estudante.
- As estratégias tutoriais devem ser projetadas para reduzir a discrepância entre o conhecimento do especialista e o conhecimento do estudante.

Modalidade de exercício ou prática

São sistemas que trabalham exercícios de instrução programada ou exercícios para o desenvolvimento de habilidades específicas, através de repetição, associação simples, múltipla escolha, etc...

Estes programas podem servir para melhorar a exercitação, corrigir os resultados e detectar erros. A vantagem deles é que permitem a correção imediata do erro. Mas um bom programa de exercícios deveria: apresentar os problemas de forma gradual segundo o nível de dificuldade correspondente a cada aluno e ter condições de detectar erros sistemáticos.

Tais sistemas foram desenvolvidos, diferentemente do tutorial, como um complemento de ensino, seu objetivo principal é favorecer a assimilação.

Modalidade demonstração

Estes programas permitem ao aluno visualizar na tela o que ocorre quando modificamos uma ou mais variáveis num determinado processo. Pode observar as consequências da mudança da velocidade, da distância, do tempo, na queda dos copos; de uma dieta segundo a idade, peso, a estatura, a atividade de uma pessoa, etc.

Modalidade de simulação

Esta modalidade apresenta situações semelhantes à vida real. Mediante a simulação podem ser representadas situações extremas (como temperaturas muito altas ou muito baixas), situações perigosas ou de difícil acesso (como a variação do tempo por exemplo).

Assim, o computador oferece a possibilidade de ensinar temas de enorme dificuldade de compreensão e de difícil ou impossível demonstração por outros meios. Além de permitir confrontar um modelo sintetizado mediante simulação com outro real associado, analisá-lo ou controlá-lo.

Modalidade Jogo

Esta é a modalidade que mais atrai os adolescentes aos computadores, uma vez que muitos deles já os conhecem através dos videogames. Os jogos de maior valor pedagógico são os que promovem habilidades cognitivas complexas, como o xadrez, os quebra-cabeças, os jogos de memória, etc.

Blackwell (1993), faz uma classificação muito mais abrangente; além dos itens mencionados acima, destacamos os seguintes:

Modalidade Autoria

São programas que codificam o que o usuário quer realizar. O usuário não precisa conhecer linguagem de programação, pode criar outros programas seguindo fórmulas e receitas. Exemplos: Authoware, Superlink Hyperstudio.

Modalidade Aplicativos

São programas que realizam uma tarefa determinada, mas que não é limitada a uma operação. Exemplos: processador de texto; planilha eletrônica, banco de dados.

Modalidade Comunicação

São programas que permitem a um computador conversar com outros computadores, através de protocolos próprios. Exemplos: Bitcom, Quiklink, etc.

Modalidade de Correio Eletrônico

São programas que permitem a troca de mensagens eletrônicas entre usuários conectados a uma rede de computadores. Exemplos: Pegasus, Eudora, Outlook Express, etc.

Modalidade Navegadores na WWW

São programas que permitem a navegação hipertextual através dos sites da WWW. Exemplos: Netscape Navigator, Microsoft Internet Explorer, etc.

3.4.2 Multimídia na Sala de Aula

De acordo com Dede (1990), a introdução de tecnologias de multimídia nas salas de aula poderá sobrecarregar professores e alunos com massas de dados intelectualmente indigeríveis. Para evitar que isto ocorra se faz necessário criar estruturas que usem ferramentas de informação como suporte ao ensino de habilidades do pensamento, ferramentas de multimídia para estimular a cognição e a motivação do aprendiz.

Ainda, segundo este autor, os projetos de multimídia surgem da premissa de que o papel mais apropriado para a multimídia nas escolas não é aumentar a distribuição de dados no ensino convencional, mas promover um novo modelo de ensino-aprendizagem baseado na navegação e criação de teias de conhecimento pelo aprendiz através de um processo de pesquisa formal. As habilidades de pensamento que suportam a pesquisa estruturada são melhor adquiridas sob as condições de:

- Construção ativa do conhecimento por alunos ao invés de ingestão passiva da informação;
- Uso de ferramentas de coleta de informação que permitam aos alunos experimentarem hipóteses ao invés de dados já analisados;

- Uso de múltiplas representações para o conhecimento, de modo que o conteúdo possa ser adaptado aos estilos de aprendizagem individuais;
- Interação colaborativa com seus pares, semelhantes às abordagens baseadas em equipes que caracterizam os locais de trabalho na época atual;
- Instrução individualizada que objetive a intervenção do professor para as dificuldades correntes de cada aprendiz;
- Avaliação dos sistemas que meçam habilidades de ordem superior ao invés da recordação de fatos.

Segundo Dede (1990), reconceitualizar a multimídia agora é importante porque, em breve, a fusão de computadores e telecomunicações levará ao desenvolvimento de ambientes virtuais altamente realísticos que serão interativos e colaborativos. Tais aplicações tecnológicas perigam esmagar seus usuários a menos que eles incorporem ferramentas que ajudem alunos e professores a dominar habilidades cognitivas para sintetizar conhecimento a partir dos dados; isto exige que mudemos o enfoque do uso de multimídia nos currículos atuais: de máquinas de transmissão de grandes quantidades de dados, para ferramentas que estruturem a pesquisa.

De acordo com Hawkins (1995), para que exista uma boa aprendizagem por parte do aluno se faz necessário um ambiente onde os alunos possam enfrentar idéias e realmente interpretar o que estão fazendo e não simplesmente absorver informações; onde precisem tomar decisões, conversar entre si sobre uma idéia ou um problema; onde um problema possa ocupar uma sala inteira, em lugar de ser apenas uma série de respostas a problemas. É mister um ambiente onde os alunos possam cogitar as idéias que aprendem e trabalhar com elas.

A profusão de informações presentes nas multimídias pode levar a confundir informação com conhecimento. Professores devem saber como cada meio comunica para poder usar ou elaborar produtos multimídia. Podemos ter materiais de multimídia fantásticos, softwares maravilhosos, mas não podemos garantir sucesso na utilização dos mesmos, uma vez que este sucesso depende da forma como serão utilizados pelos

professores, pois a interpretação deste material será feita por eles. Portanto, é indispensável que o professor receba informações e orientações constantemente e troque experiências com os seus colegas.

3.4.3 Ensinar e Aprender Diante das Novas Mídias

Com o avanço das tecnologias, abrem-se novas perspectivas na área educacional e consequentemente, surge um novo paradigma sobre o papel do professor frente a esta realidade.

Segundo Litwin (1997), a tecnologia posta à disposição dos estudantes tem por objetivo desenvolver as possibilidades individuais, tanto cognitivas como estéticas, através das múltiplas utilizações que o docente pode realizar nos espaços de interação grupal.

Ainda de acordo com Litwin (1997), desconhecer a urdidura que a tecnologia, o saber tecnológico e as produções tecnológicas teceram e tecem na vida cotidiana dos estudantes nos faria retroceder a um ensino que, paradoxalmente, não seria tradicional, mas sim, ficcional.

Não podemos produzir uma educação dissociada do mundo e da vida, ao mesmo tempo que, em todas as direções que olharmos as várias mídias se fazem presentes. Precisamos reconhecer a sua importância e fazer uso destes recursos para realizarmos uma educação mais próxima do cotidiano do aluno. Familiarizá-lo com este meio, que certamente já faz parte da sociedade em que vive, se tornou, a nosso ver, uma das tarefas do professor.

Nunca houve transformações tão grandes em um intervalo de tempo tão pequeno quanto nos dias atuais. Segundo Zuchi (2000), para que possamos planejar a construção de ambientes de aprendizagem coerentes com as atuais necessidades, é preciso levar em consideração os novos cenários que indicam inúmeras e significativas mudanças na educação. Não podemos produzir uma educação dissociada do mundo e da vida, precisamos reconhecer a importância de focalizar no processo de aprendizagem mais do

que a transmissão de conteúdos já que a quantidade do saber é menos relevante do que a qualidade. Aprender é saber realizar. Este novo paradigma implica em aprender a aprender, uma vez que para acompanhar a rápida evolução das tecnologias se torna necessário o desenvolvimento desta habilidade, além da capacidade de reflexão e de saber buscar informações para adquirir novos conhecimentos, que são as exigências da sociedade moderna.

Ainda, segundo esta autora, precisamos investir no progresso da tecnologia educacional, criar e disponibilizar ferramentas que possam auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, pois enquanto crianças carentes formavam seus primeiros conceitos brincando com barro, as crianças da era industrial faziam o mesmo empilhando blocos e as crianças do futuro, certamente, irão afiar suas capacidades conceituais diante de um monitor.

Diante das novas mídias a comunicação torna-se mais e mais sensorial, mais e mais multidimensional, mais e mais não linear. As técnicas de apresentação são mais fáceis hoje e mais atraentes do que anos atrás.

Considerando que a geração atual quase não lê, usar na comunicação elementos de imagem, animação e som poderá ser de fundamental importância para despertar a atenção e o interesse dos alunos e motivar a aprendizagem.

Segundo Moran (2000), é preciso modificar a forma de ensinar e aprender, mudar para um ensinar mais compartilhado, orientado, coordenado pelo professor, mas com profunda participação dos alunos, individual e grupalmente, onde as tecnologias serão as grandes aliadas no processo. Ensinar e aprender exigem hoje muito mais flexibilidade, menos conteúdos fixos e processos mais abertos de pesquisa e de comunicação. Temos informações demais e dificuldade em escolher quais são significativas para nós, é preciso conseguir integrá-las dentro da nossa mente e da nossa vida.

As tecnologias podem trazer hoje dados, imagens, resumos de forma muito mais rápida e atraente do que o professor poderia fazê-lo, portanto o papel principal do professor, diante desta nova realidade será o de ajudar o aluno a interpretar dados, a relacioná-los, a contextualizá-los, já que a aquisição da informação dependerá cada vez menos do professor, e mais do aluno. O professor será um facilitador, que deverá ajudar para que cada um consiga avançar no seu próprio processo de aprender.

Para o desenvolvimento de um bom hipermídia educacional é de fundamental importância que os aspectos ergonômicos sejam levados em consideração, a fim de que o usuário possa construir seu conhecimento com muito mais desempenho, de uma forma mais eficiente e agradável. Por este motivo o capítulo seguinte trata da Ergonomia, dando maior ênfase às Ergonomias de Software e Cognitiva.

4. CONSIDERAÇÕES ERGONÔMICAS PARA O SOFTWARE DESENVOLVIDO

“Neste final de século, o novo paradigma da organização do trabalho é, sem dúvida, a produção ergonomicamente correta, baseada numa visão antropocêntrica da organização, onde o trabalho não é visto como *tripalium*, algo obtido através da coação e do sofrimento, mas como *ergon*, motivo de satisfação, de prazer e de realização pessoal, onde o Homem possa desenvolver toda a sua potencialidade criativa.”

(Santos et al 1997, p.296)

4.1 Ergonomia: Origem e evolução

A ergonomia nasceu da necessidade de responder a questões importantes levantadas por situações de trabalho insatisfatórias. Segundo Dul (1995), ela desenvolveu-se durante a II Guerra Mundial quando, pela primeira vez, fisiologistas, psicólogos, antropólogos, médicos e engenheiros trabalharam juntos para resolver os problemas causados pela operação de equipamentos militares complexos. O resultado desse esforço

interdisciplinar entre a tecnologia e as ciências humanas foi tão gratificante, que foram aproveitados pela indústria no pós-guerra.

De acordo com Dul (1995), o interesse nesse novo ramo do conhecimento cresceu rapidamente na Europa e nos Estados Unidos. Em 1949 foi fundada na Inglaterra a Sociedade de Pesquisa em Ergonomia e em 1961 foi criada a Associação Internacional de Ergonomia (IEA), que realizou seu primeiro congresso em Estocolmo. Atualmente, ela representa as associações de ergonomia de quarenta diferentes países. No Brasil, a Associação Brasileira de Ergonomia foi fundada em 1983 e também é filiada a IEA.

A origem do termo Ergonomia, no entanto, remonta a 1857. Segundo Iida (1990), o polonês Woitej Jarstezbowsky publicou um artigo intitulado “Ensaios de ergonomia ou ciência do trabalho, baseada nas leis objetivas da ciência sobre a natureza”, mas foi só a partir da fundação, no início da década de 50, da *Ergonomics Research Society*, na Inglaterra, que a ergonomia se expandiu no mundo industrializado.

Segundo Moraes (1989), entre 1960 e 1980 ocorreu um rápido crescimento e expansão da ergonomia. Nos anos 80, a revolução dos computadores coloca a ergonomia em cartaz. Fala-se de computadores ergonomicamente projetados de “*user-friendly software*” e os fatores humanos no escritório passaram a ser o assunto de muitos artigos de jornais e revistas que lidavam com computadores e pessoas.

Atualmente a ergonomia já está difundida em quase todos os países e já podemos assistir a inúmeros eventos, de âmbito nacional e internacional, visando a apresentação e a discussão dos resultados de pesquisa que as diversas instituições de ensino e pesquisa vêm realizando anualmente.

4.2 Ergonomia: Conceituação

O termo ergonomia é derivado das palavras gregas *ergon* (trabalho) e *nomos* (regras). Nos Estados Unidos, usa-se também, como sinônimo, *human factors* (fatores humanos).

Várias são as definições da Ergonomia. Alguns autores a classificam como Ciência, outros como Tecnologia. Alguns destacam os aspectos sistemáticos e comunicacionais, enquanto outros focalizam a questão da adaptação da máquina ao homem.

Para uma melhor compreensão, apresentaremos algumas definições que podem ser encontradas em Moraes (1989, p.8):

Segundo a *Ergonomics Research Society* da Inglaterra a Ergonomia pode ser definida como: “O estudo do relacionamento entre o homem e o seu trabalho, equipamento e ambiente, e particularmente a aplicação dos conhecimentos de anatomia, fisiologia e psicologia na solução dos problemas surgidos desse relacionamento.”

No IV Congresso Internacional de Ergonomia realizado em 1969, a Ergonomia foi assim definida: “A Ergonomia é o estudo científico da relação entre o homem e seus meios, métodos e espaço de trabalho. Seu objetivo é elaborar, mediante a contribuição de diversas disciplinas científicas que a compõem, um corpo de conhecimentos que, dentro de uma perspectiva de aplicação, deve resultar numa melhor adaptação ao homem dos meios tecnológicos e dos ambientes de trabalho e de vida”.

Wisner (1987) define ergonomia como: “O conjunto dos conhecimentos científicos relativos ao homem e necessários para a concepção de ferramentas, máquinas e dispositivos que possam utilizar com o máximo de conforto de segurança e de eficácia”.

Dul (1995) afirma: “Resumidamente, pode-se dizer que a ergonomia se aplica ao projeto de máquinas, equipamentos, sistemas e tarefas, com o objetivo de melhorar a segurança, saúde e eficiência no trabalho”.

Ainda, segundo este autor, a ergonomia difere-se de outras áreas do conhecimento pelo seu caráter interdisciplinar pois ela se apóia em diversas áreas do conhecimento humano e pela sua natureza aplicada configurada na adaptação do posto de trabalho e do ambiente às características e necessidades do trabalhador.

Iida (1990) apresenta uma das mais simples, ampla e completa definição de ergonomia: “a adaptação do trabalho ao homem” - constitui-se num arcabouço de disciplinas voltadas à estruturação dos conhecimentos sobre o homem e a dinâmica de seu trabalho.

Portanto pode-se concluir que a ergonomia se preocupa com os aspectos humanos do trabalho em qualquer situação onde este é realizado.

Souza (1994) afirma que: “Em qualquer situação onde existe o trabalho humano, a ergonomia encontra campo para aplicar seus conhecimentos, colhidos das diversas disciplinas que a apóiam e que fornecem o embasamento que permite sua intervenção com o fim de modificar a situação de trabalho em prol do homem”.

De acordo com Fonseca (1995), pode-se afirmar que os ambientes onde os conhecimentos ergonômicos são difundidos apresentarão melhores condições para que ali se processe uma gestão com melhor qualidade de vida no trabalho e consequentemente maior produtividade. E ainda, para que a ergonomia seja praticada na plenitude de seus conceitos é necessário um ambiente participativo.

Desta forma, é fundamental que o trabalho incorpore o conceito ergonômico, e assim seja possível obter níveis de qualidade de vida no trabalho satisfatórios a toda sociedade.

4.3 Ergonomia e as Novas Tecnologias

A humanidade tem conseguido acumular os seus conhecimentos e transmiti-los de geração a geração desde que inventou a linguagem e a escrita. Para Iida (1990), o conjunto desses conhecimentos, quando se relaciona com produtos, métodos e processos produtivos, chama-se tecnologia.

Com o avanço tecnológico, muitas tarefas tornaram-se tão complexas, exigindo a manipulação de tantas informações, que o homem teve a sua capacidade rapidamente saturada, tornando-se inevitável a utilização de máquinas e principalmente de computadores. Estamos numa era de mudanças, e as mudanças nunca ocorreram tão rapidamente quanto neste final de século XX e início de século XXI.

A rápida expansão das tecnologias de comunicação e informação, especialmente da telemática, tem levado um número crescente de pessoas a interagir com produtos e sistemas informatizados nas diversas áreas da atividade humana. A utilização do computador como ferramenta de trabalho, meio de comunicação, entretenimento e educação entre outros, cria situações, segundo Wisner (1987), em que a atividade do usuário está longe de ser puramente mental. Muitas atividades têm hoje em dia um componente cognitivo intenso e complexo.

A tecnologia informatizada propiciou novos desafios para a Ergonomia. Novos dispositivos de controle, apresentação de informações via telas de computador e o impacto da nova tecnologia sobre as pessoas gera novas necessidades, como o surgimento de novos campos de atuação da ergonomia, entre eles: a ergonomia de software e a ergonomia cognitiva.

4.4 Ergonomia de Software

Sperandio (1988) definiu que a ergonomia de software é um caso particular de adaptação do trabalho ao homem: a adaptação do sistema informático à inteligência humana. Esta adaptação à inteligência começa com a adequação da ferramenta à representação do usuário.

Silva (1998), afirma que esta área de estudos, preocupada com a questão da qualidade dos produtos informatizados, procura conhecer como o usuário:

- percebe a tarefa a ser executada;
- interage com a máquina e,
- processa o conhecimento que possui, transpondo seu modelo mental para o sistema computacional.

Para Santos (1997), a adaptação dos sistemas de apresentação das informações, dos comandos e dos softwares às características de funcionamento do Homem atende, a dois aspectos parcialmente distintos:

- As características psicofisiológicas gerais do ser humano, levando-se em conta as situações de trabalho as mais desfavoráveis. Neste sentido, procura-se dimensionar o tamanho dos caracteres alfanuméricos para que eles sejam visíveis, mesmo para os operadores que porventura tiverem alguma dificuldade visual. Da mesma forma, procura-se limitar as solicitações da memória de curto termo e respeitar os estereótipos os mais corriqueiros;
- À adaptação do sistema de apresentação de informação e de diálogo à dinâmica das ações do operador. Para cada situação de trabalho a ser concebida procurar-se-ão meios de prever as características pertinentes da estrutura da ação futura dos operadores.

Existem diversas ferramentas de ergonomia que fornecem regras, normas e critérios gerais para melhorar a concepção e a avaliação da Interface Homem-Computador. Abordaremos, na seqüência, as recomendações e critérios ergonômicos desenvolvidos por Scapin e Bastien (Bastien & Scapin, 1992, 1993 e 1995). Estes estudos têm origem no *Institut National de Recherche em Informatique et en Automatique* (INRIA), na França, constituindo-se em um conjunto de princípios ergonômicos a serem respeitados.

São eles: a compatibilidade, a homogeneidade, a concisão, a flexibilidade, o *feedback*, a carga informacional, o controle explícito e a gestão de erros. Estes critérios têm as seguintes características:

4.4.1 Compatibilidade

As características dos usuários devem ser levadas em conta na organização das entradas, saídas e do diálogo, de forma que sejam compatíveis entre si. Reduzir a necessidade de traduções, interpretações, transportes ou referências à documentação.

4.4.2 Homogeneidade

As escolhas do projeto, quanto aos objetos da interface, devem ser idênticas para contextos idênticos. Este critério se aplica igualmente à localização e ao formato como à sintaxe e à denominação. Os procedimentos, opções e informações são melhor reconhecidos, localizados e utilizados quando seu formato, localização ou sintaxe são estáveis de uma tela a outra, de uma sessão a outra e mesmo de uma aplicação a outra. Por serem mais previsíveis estes sistemas proporcionam um melhor aprendizado. A falta de homogeneidade no posicionamento das opções de menu, por exemplo, pode aumentar consideravelmente o tempo de busca.

4.4.3 Concisão

A capacidade da memória de curto termo do operador humano é limitada. Convém reduzir a carga cognitiva dos usuários. Quanto menos entradas, menor a probabilidade de cometer erros, e quanto mais sucintos forem os itens, menor será o tempo de leitura.

4.4.4 Flexibilidade

É a capacidade da interface de reagir segundo o contexto e segundo as necessidades e preferências dos diversos usuários potenciais, tanto durante seu aprendizado como na execução normal da tarefa. Quanto mais numerosas forem as diferentes opções de efetuar uma mesma tarefa, maiores serão as possibilidades do usuário dominar uma delas durante seu aprendizado. Deve-se proporcionar flexibilidade nos meios disponíveis, pra que o usuário possa personalizar a interface e adaptá-la às suas estratégias ou habilidades no trabalho e levar em consideração a experiência do usuário, permitindo que o sistema respeite o seu nível de experiência.

4.4.5 Feedback Imediato

Diz respeito às respostas do sistema às ações dos usuários. A qualidade e rapidez do feedback são dois fatores importantes para o estabelecimento de satisfação e confiança

do usuário, assim como para o entendimento do diálogo, possibilitando um melhor entendimento do funcionamento do sistema.

4.4.6 Carga Informacional ou de trabalho

É que a probabilidade do erro humano aumenta com a fadiga mental. Convém minimizar ao máximo os tempos de tratamento da informação e o número de operações efetuadas pelo usuário. Alguns dispositivos que permitem reduzir os tempos de entrada são as teclas de função e os menus.

4.4.7 Controle Explícito

É o controle que o usuário tem sobre o aplicativo e sobre a interface. Refere-se também ao caráter explícito de suas ações. Quando as entradas dos usuários são explicitamente definidas, por eles próprios e sob o seu controle, as ambigüidades e os erros são limitados.

4.4.8 Gestão de Erros

A gestão de erros refere-se às possibilidades de evitar ou diminuir a ocorrência de erros e de corrigí-los, quando estes acontecerem. As interrupções provocadas pelos erros têm consequências negativas sobre a qualidade do diálogo, prolongando as interações e perturbando a planificação.

Para Silva (1998), os critérios, resumidamente apresentados acima, por serem muito gerais apresentam limitações quanto ao contexto e ao tipo de programa onde são aplicados, entretanto, oferecem ao projetista e avaliador um caminho mais seguro em relação ao usuário que vai interagir com o sistema. A preocupação com o usuário tem sido a principal vantagem desses critérios e a razão é a utilização dos preceitos ergonômicos no projeto e avaliação de software.

4.5 Ergonomia Cognitiva

Para se desenvolver um ambiente educacional hipermídia com características ergonômicas, faz-se necessário ter em mente a concepção de adaptar tais sistemas computacionais ao usuário e às suas tarefas. Para que isto ocorra de uma forma satisfatória utiliza-se a Ergonomia de Software, comentada na seção 4.4 e a Ergonomia Cognitiva, que será abordada na sequência, cujos objetivos são: obter conhecimento sobre a interação entre as capacidades e limitações do processamento de informações humanas e os sistemas artificiais de informação, estudar como se desenvolve o raciocínio humano, diminuir a distância entre as lógicas de utilização e de funcionamento e diminuir a carga cognitiva associada ao acesso à informação.

Veremos, a seguir, como um hipermídia educativo pode se utilizar da ergonomia cognitiva para se tornar mais eficiente no processo de ensino-aprendizagem.

4.5.1 Ambiente Propício à Exploração

Um dos objetivos da hipermídia é fornecer um ambiente de aprendizagem que facilita a exploração. Este tipo de ambiente fornece acesso imediato à amplas coleções de informações através de uma estrutura de conexões e pontos principais, baseada em estruturas semânticas.

Segundo (Jonassem, apud Palumbo, 1994), uma característica importante desses ambientes é que eles capacitam os usuários a juntar a informação de muitas maneiras e a tornar estas relações explícitas. Os estudantes devem ser encorajados a explorarem as informações, a fazerem relações e conexões associativas e, mesmo, alterar a base de conhecimento como um meio de atingir uma maior compreensão, dados suas experiências anteriores e estilo de aprendizagem.

Para Lévy (1998) os sistemas cognitivos humanos podem transmitir ao computador a tarefa de manter em dia representações que eles antes deviam elaborar com o auxílio de lápis e papel ou com os fracos recursos de sua memória de curto termo.

4.5.2 A Arquitetura do Sistema e a Memória Humana

Para Collier (1987), as conexões permitem que as informações relacionadas lógica e semanticamente sejam unidas em conjuntos conceituais. Usar esta arquitetura de representação permite aos sistemas de hipermídia refletir um pouco do poder associativo da memória humana.

De acordo com Lévy (1998), como a memória humana é estruturada de forma que nós aprendemos e retemos muito melhor tudo aquilo que esteja organizado de acordo com relações espaciais e que o domínio de uma área qualquer do saber implica, na maioria das vezes, na posse de uma rica representação esquemática; a hipermídia, ao contrário dos meios audiovisuais clássicos e dos impressos habituais, pode propor vias de acesso e instrumentos de orientação em um domínio do conhecimento sob a forma de diagramas, de redes ou de mapas conceituais manipuláveis e dinâmicos.

4.5.3 A Representação do Conhecimento

Segundo Palumbo (1994), para que um sistema hipermídia migre de um sistema de apresentação para um sistema de representação, mais atenção deve ser despendida nos processos básicos exigidos pela representação do conhecimento humano. Não é suficiente apresentar a informação numa tela de computador e supor que ela será transferida adequadamente e com exatidão, para a base de conhecimento do aprendiz. Mesmo modelos múltiplos de apresentação não asseguram tal transferência; para que isto ocorra é fundamental levar em consideração a questão da transferência do conhecimento humano.

Ainda sobre o papel da hipermídia como representação do conhecimento, Palumbo (1994) afirma que como uma arquitetura representativa, muito é feito da semelhança da hipermídia com os modelos atuais de memória de longo termo. De fato, a definição de representação como capacidade de pintar na mente uma idéia ou uma imagem leva a tais paralelos. Uma terminologia comum também promove esta relação: pontos centrais (nós) e conexões (links) são a metáfora tanto para os modelos de memória, como para os conjuntos semânticos na hipermídia.

Na verdade, o campo da ciência cognitiva tem se desenvolvido gradativamente a fim de conciliar os conceitos de representação de conhecimento psicológico, lingüístico e das ciências da computação e promover uma abordagem mais multidisciplinar para estudar esta importante área.

De acordo com Palumbo (1994), uma investigação específica dos aspectos fundamentais dos pontos centrais e das conexões é necessária se a hipermídia quiser se tornar um sistema sofisticado de representação de conhecimento.

4.5.4 A Construção do Conhecimento

Com relação ao peso semântico de um sistema hipermídia, Marshall (1987) defende que o peso precisa ser igualmente distribuído entre seus nós e links, já que nenhuma entidade é capaz de transmitir o significado associativo completo em isolamento.

Em se tratando de construção do conhecimento, a hipermídia pode ser uma eficiente ferramenta. Os usuários podem acessar uma base de conhecimento amplo e procurar informações que vão de encontro às suas necessidades particulares em termos de seu conhecimento anterior e de seu estilo preferido de aprender. Contudo, segundo Locatis *et al* (1989), simplesmente fornecer um sistema de apresentação avançado, ou mesmo um armazenamento de informação mais elaborado e um sistema de recuperação que se iguale à maneira pela qual o cérebro humano representa o conhecimento, não garante que ocorra uma aprendizagem mais eficiente.

Para se atingir uma maior aprendizagem é necessário um ambiente construtivista onde o usuário não somente passe os olhos pela base de informação, mas também tenha a habilidade de construir pontos principais adicionais e conexões mais promissoras.

4.5.5 Nível de Interatividade

Outro aspecto importante a se considerar em tais ambientes de aprendizagem, segundo Palumbo (1994), seria o nível de interatividade promovido pelo sistema. Enquanto um sistema que fornece ao usuário a escolha de direções, em termos de apresentação de informação, promove algum nível de controle do usuário e, portanto, interatividade, tal interação é focalizada num nível básico. Por outro lado, um sistema que também desafia o usuário aativamente unir as informações a outros pontos principais, para acrescentar informação adicional, e mesmo questionar e/ou estender as relações definidas pelo programador da hipermídia, fornece um nível superior de interatividade.

Raskin (1987), afirma que para se atingir o máximo potencial dos sistemas de hipermídia, os criadores de tais ambientes deveriam ter como objetivo habilitar os usuários a construirãoativamente informações através de conexões digitadas. A pesquisa desenvolvimentista na criação destes sistemas construtivos deveria ser mais fortemente fundamentada na literatura psicológica sobre o aprendizado e transferência de conhecimentos.

Segundo Palumbo (1994) o grau de excelência do controle centrado no usuário também precisa ser atingido, já que os ambientes puramente de descoberta não tendem a produzir a construção efetiva do conhecimento ou transferência para outros domínios. A construção dos ambientes hipermídia que apóiam a construção de ambientes meta-cognitivos e de solução de problemas, também merece atenção considerável.

4.5.6 Estilo de Aprendizagem

Para Ausubel (1968), um aspecto crucial e às vezes negligenciado da transferência de informação efetiva é verificar e ajustar os estilos de aprendizagem dos usuários.

Pesquisas sugerem que os alunos que são ensinados através de seus métodos preferidos, se saem melhor, são mais interessados na matéria, e solicitam outras situações instrucionais semelhantes. (Smith & Rezulli, 1984).

Portanto, combinar o estilo da apresentação da informação com o estilo de aprendizagem desejado pelo aluno, aumenta os resultados cognitivos e encoraja os alunos a se tornarem mais envolvidos no processo de aprendizagem.

4.5.7 Carga Cognitiva

Outro benefício da hipermídia baseada nos ambientes de aprendizagem individualizado é a possibilidade de diminuir a carga cognitiva associada ao acesso à informação a partir desse ambiente.

De acordo com Palumbo (1994), qualquer sistema de recuperação ou apresentação tem algum peso associado com sua operação; os usuários devem lidar com questões de aprendizado, eficiência, facilidade de lembrar-se, e freqüência de erro. A quantidade de

tempo que um usuário deve devotar a tais questões operacionais é diretamente proporcional a quantidade de tempo e de energia cognitiva exigidas para interagirem eficientemente com o sistema de informação. Por sua vez, a eficiência do uso é adversamente afetada; os sistemas que diminuem a carga cognitiva capacitam uma utilização mais eficiente.

Nielson (1990) apresenta cinco parâmetros utilizáveis que estão diretamente relacionados à carga cognitiva. Estes incluem a facilidade com que a operação do sistema hipermídia é aprendida, quão eficientemente o sistema pode ser usado, uma vez que o usuário tenha aprendido sua estrutura operacional efetiva, quão facilmente a operação do sistema é lembrada, a partir de uma interação com a próxima, o número e o custo de erros associados com a operação do sistema, e quão agradável é o uso do sistema.

Se os sistemas hipermídia podem otimizar a utilização dos parâmetros apresentados acima através das características de construção de conhecimento, isto diminuiria a carga cognitiva que eles requerem. Contudo, comparado a outros métodos de acesso à informação, a carga cognitiva pode ainda permanecer como uma das maiores desvantagens dos ambientes de hipermídia.

A questão de quanto e em que nível a informação deve ser apresentada ao usuário, é freqüentemente o centro das preocupações. Questões de quantos pontos principais, nós, exibidos simultaneamente devem ser permitidos em cada tela, e de quantas conexões qualquer ponto de informação deveria suportar, são questões que precisam de mais investigação.

Por enquanto, um dos sentimentos que prevalece nesta área é que o número de pontos principais exibidos e o número de conexões por ponto deveriam ser limitados em sete: uma conexão direta à avaliação de Miller (1956) dos limites de trabalho da memória humana.

Para finalizar, devemos ter em mente que tais ambientes devem promover o envolvimento do aluno. Os alunos precisam tornar-se construtores ativos de conhecimento, inherentemente desafiados a criar novos conhecimentos a partir da informação fornecida. Cada aluno aprende diferente, traz consigo experiências culturais e cognitivas diferenciadas, assim não podemos mais continuar projetando ambientes educacionais que tentam ensinar a todos da mesma forma; temos que aproveitar o potencial criativo e intelectual que nossa diversidade nos apresenta. Palumbo (1994) defende que precisamos começar a incorporar novos conhecimentos da ciência cognitiva para nosso sistema educacional. À medida que continuamos a ganhar uma compreensão mais ampla do processo de aprendizagem, isto precisa ser integrado com sucesso aos nossos sistemas instrucionais. A hipermídia detém o potencial de fornecer instrumentos para tal empreendimento.

Enfim, enquanto a hipermídia fornece um ambiente potencial para a construção de ambientes de aprendizagem individualizada, ela não fica sozinha em tal ambiente. Precisamos nos preocupar com outros fatores.

De acordo com Palumbo (1994), várias questões críticas, incluindo a construção de modelos mentais apropriados, a transferência de conhecimento, o estilo cognitivo de aprendizagem, e a carga cognitiva precisam ser investigados mais completamente, se a hipermídia quiser fornecer o tipo de ambiente para aprendizagem individual necessário para ir de encontro às necessidades de nossa sociedade que já entrou no século 21.

5. DESCRIÇÃO DO AMBIENTE HIPERMÍDIA

“Algo só é impossível até que alguém divida e acabe provando o contrário”.

(Albert Einstein)

5.1 Introdução

Neste capítulo vamos descrever o desenvolvimento dos conteúdos: pirâmide, tronco de pirâmide e prisma, integrantes do ambiente de aprendizagem hipermídia denominado “Geometrando: caminhando no tempo com a Geometria”.

A abordagem destes temas teve como base os princípios citados nos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1997: “(...) A aprendizagem matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadora, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática”.

Os três conteúdos: pirâmide, tronco de pirâmide e prisma estão inseridos num contexto envolvendo, cada qual em uma época, a história da arte. Isto nos permitiu empregar situações reais para desenvolver cada conteúdo, utilizando nos problemas apresentados lugares, objetos, personagens e dados verídicos, o que, a nosso ver, é fundamental para a apreensão do significado do objeto que está sendo estudado, atingindo, dessa forma, um dos princípios fundamentais citados nos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1997.

Também tomou-se como base os princípios dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias de 1999, onde foram associadas algumas das finalidades do ensino de Matemática no nível médio lá citadas, que têm como objetivo levar o aluno a:

- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo.

A forma como estes três tópicos foram desenvolvidos dentro do Geometrando contempla estas finalidades, pois: propicia ao usuário aplicar seus conhecimentos matemáticos em situações reais diversas, envolvendo a história e a história da arte nestas situações; desenvolve a capacidade de raciocínio, uma vez que a Geometria desenvolve o pensar geométrico e o raciocínio visual e, sem esta habilidade, o aluno dificilmente conseguirá resolver as situações de vida que forem geometrizadas; desenvolve a capacidade de resolução de problemas já que todo o conteúdo foi desenvolvido de forma que o aluno se depare com várias situações problemas durante o seu estudo; e estabelece conexões entre diferentes temas matemáticos uma vez que o aluno, sempre que desejar, pode recorrer a conceitos e definições ainda não aprendidos ou não assimilados através dos *links* disponíveis no Geometrando, ligando os vários tópicos de geometria.

5.2 O Geometrando

O projeto denominado “Geometrando: caminhando no tempo com a geometria”, já citado na seção 1.2 do capítulo I, prevê o desenvolvimento de um *software* educacional voltado à aprendizagem da Geometria, tendo como metáfora a história da arte.

Neste ambiente o usuário poderá visualizar animações bi e tridimensionais; contará com diversos *links* ligando as várias partes da Geometria, assim como a parte histórica do assunto em questão; poderá também, a seu critério, ouvir uma música de fundo, assim como a narração das telas.

O sistema disponibilizará um bloco de notas para as anotações pessoais do usuário, como também um glossário com as definições matemáticas; estará também à disposição do aprendiz um ícone para que o mesmo tenha a opção de imprimir os diversos sólidos planificados para que ele próprio possa construí-lo com o auxílio da tesoura e do papel.

A figura 5.1 mostra a arquitetura do sistema, criada para atender a todas as necessidades do projeto Geometrando.

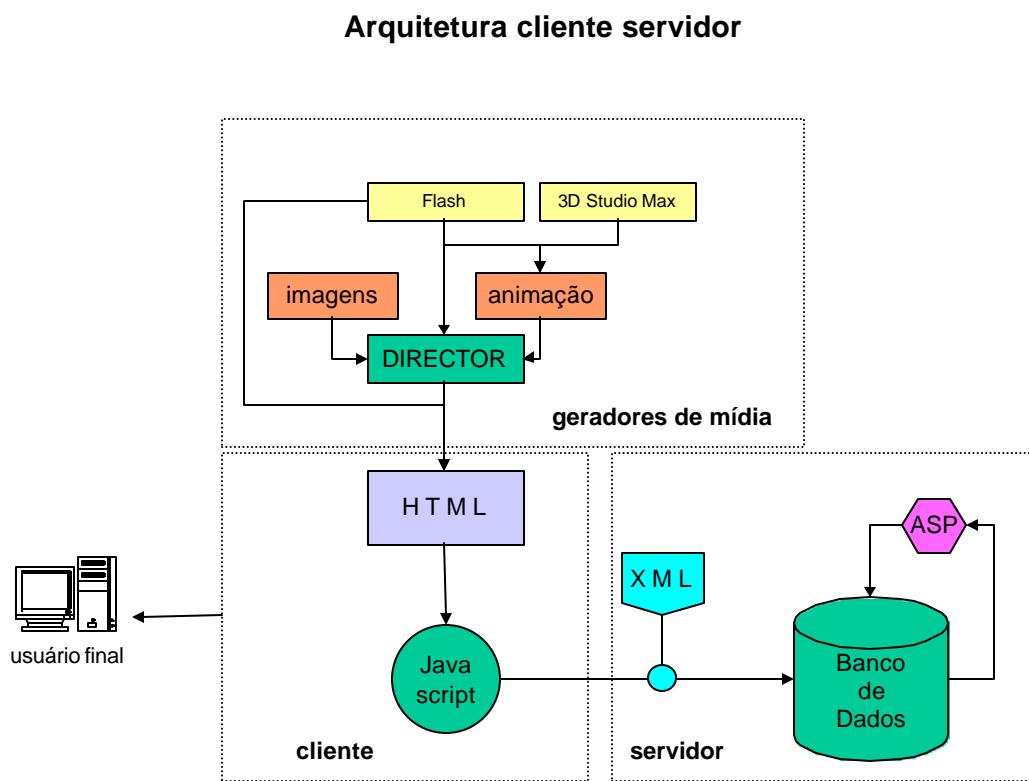


Figura 5.1: Arquitetura do Sistema

Na figura 5.2. é ap
 (Relatório de Atividades para o CNPq, 2001) → ponto de
 vista do usuário, onde aparecem, em linhas gerais, os 2 módulos que compõem o acesso.

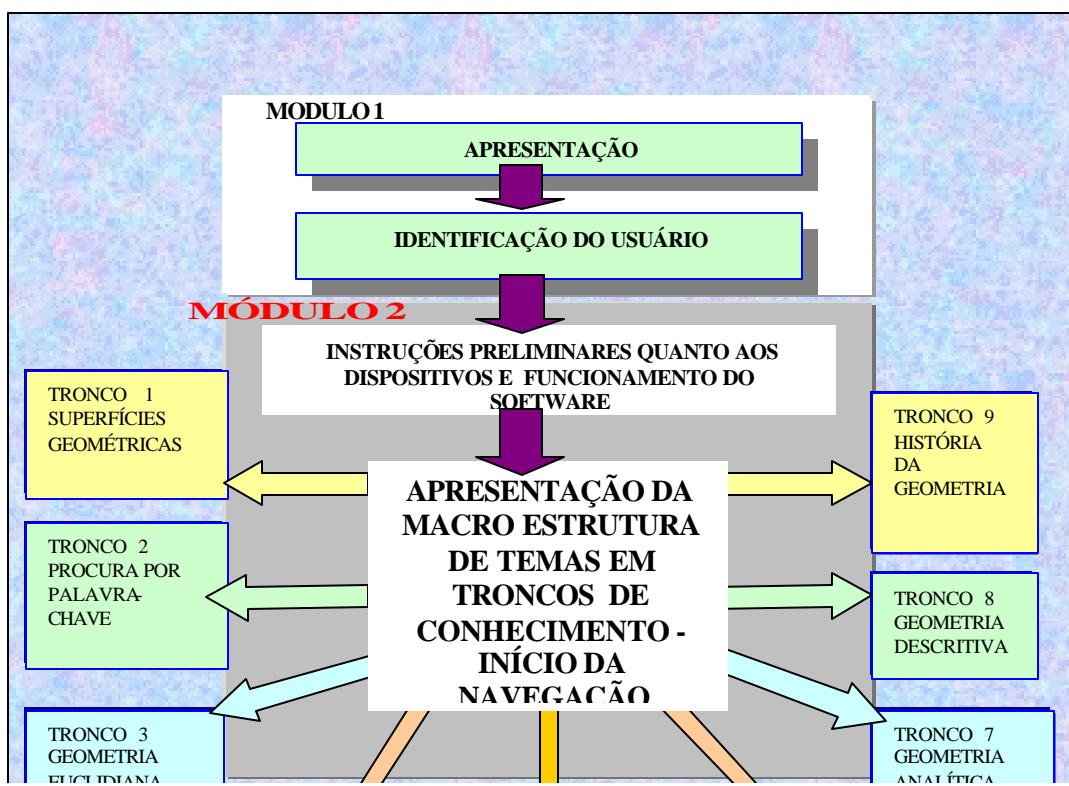


Figura 5.2: Estrutura do Geometrando sob a ótica do usuário
(Vanzin, 2001, p.6)

5.2.1 A Filosofia do Projeto

O projeto tem como coordenadora geral a professora Dra. Vânia Ribas Ulbricht, do Departamento de Expressão Gráfica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC); possui uma equipe de especialistas que desenvolvem o conteúdo matemático e criam os *historyboard*, que segundo Heckel (apud, Hiratsuka, 1996), são representações gráficas que esboçam as telas sequenciais de um filme, apontados como sendo uma técnica herdada da produção de mídias lineares (cinema e desenho animado) mas que são largamente usados nos processos de produção de sistemas multimídia; e finalmente os desenvolvedores do sistema que implementam os *historyboard*.

O projeto visa englobar a Geometria Euclidiana (plana e espacial), Geometria Analítica, Geometria Descritiva e outras Geometrias, de forma integrada, buscando resgatar a visão do todo; trata-se, portanto, de uma proposta que visa suprir a falta de integração entre as diferentes Geometrias que vem sendo ministradas tanto no segundo quanto no terceiro graus.

A inovação do projeto, portanto, está na forma integrada de se trabalhar as Geometrias e também na forma como os diversos conteúdos foram contextualizados, uma vez que a abordagem de todos eles se deu num período determinado da história da arte, utilizando-se os fatos e personagens da referida época para compor o enredo. Outro fator importante deste tipo de abordagem é o caráter interdisciplinar que o projeto assume, tanto solicitado nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio de 1999.

De acordo com a filosofia do projeto Geometrando, (<http://150.162.45.208/geometra2/>) o usuário será desafiado a construir sua base de conhecimento, a partir de figuras espaciais, escolhidas dentre àquelas referentes a momentos históricos diferentes. A cada novo desafio vencido pelo usuário, esse poderá sintetizar seu conhecimento adquirido e eventualmente avançar a partir de novos desafios que ele próprio visualize. O usuário, através de um passeio no tempo, entra em contato com a Geometria, com a qual deve interagir fazendo associações, abstrações, construindo assim seu conhecimento de forma associativa e sem as pressões das demonstrações que algumas vezes caracterizam o ensino da Geometria.

5.2.2 Módulos do Projeto

Como já foi citado anteriormente, o projeto é composto por uma coordenação geral, pelos geradores de conteúdos e pelos especialistas em informática que desenvolvem o sistema.

Os diversos conteúdos que integram a Geometria foram divididos em diferentes tópicos, dada a complexidade e a extensão de cada tema, conforme estrutura representada na figura 5.2 deste capítulo. Assim, cada integrante do grupo de geradores de conteúdo ficou responsável por alguns tópicos, sendo que a parte de pirâmide, tronco de pirâmide e prisma constituem o assunto desta dissertação.

5.3 Desenvolvimento dos Módulos

Para o desenvolvimento dos módulos fez-se, inicialmente, uma pesquisa bibliográfica sobre os temas em questão: pirâmide, tronco de pirâmide e prisma. A partir daí pôde-se então decidir qual a forma mais adequada de explorar cada um destes conteúdos.

Por razões óbvias decidiu-se abordar o tema pirâmide utilizando-se a história das pirâmides do Antigo Egito. O estudo de tais pirâmides está relatado na seção 2.3.1, do capítulo II desta dissertação, onde descrevemos a evolução das mastabas, antigos túmulos egípcios em forma de tronco de pirâmide, passando pelo aparecimento da pirâmide de degraus (2650 a.C.), da primeira pirâmide de lado plano (2600 a.C.) até as famosas pirâmides de Gisé. Envolvido na atmosfera que as gigantescas pirâmides de Gisé proporcionam, o usuário tem a oportunidade de conhecer mais sobre a história das pirâmides do Egito. Durante a navegação o aprendiz, de posse de alguns dados fornecidos, é conduzido de modo a construir seus conceitos a fim de calcular dados da pirâmide de Quéops como: área da base, volume, altura da face e área lateral, podendo construir, também, sua própria pirâmide, e imprimi-la se assim o desejar.

O conteúdo de tronco de pirâmide foi desenvolvido utilizando-se as pirâmides construídas na América Pré-Colombiana, por terem estas o teto plano que serviam de plataforma para o culto aos deuses, caracterizando assim, um tronco de pirâmide, não uma pirâmide propriamente dita. Este estudo encontra-se na seção 2.3.2, do capítulo II desta dissertação. Durante a navegação, o usuário pode perceber as diferenças entre uma pirâmide e um tronco de pirâmide; para isso utilizou-se como exemplos as pirâmides egípcias e as construídas por povos como os Maias e os Astecas. Várias pirâmides são mencionadas no protótipo, todas com seus respectivos *links*, possibilitando que o usuário possa conhecê-las melhor. Escolhemos a pirâmide dos Nichos, para que o aprendiz pudesse realizar cálculos como: volume, área da base maior, área da base menor, área total, altura da face, etc.

E, finalmente, para a abordagem dos prismas, utilizou-se não mais a arquitetura, como nos casos anteriores, mas, as pinturas e esculturas de alguns artistas que empregaram em suas obras de arte esta forma geométrica, conforme descrito na seção 2.4 do capítulo II. Durante o seu estudo o usuário terá a oportunidade de aprender, através dos diversos *links* disponíveis, sobre o movimento a que cada artista pertenceu (surrealismo, cubismo, dadaísmo, expressionismo e abstracionismo) bem como um pouco sobre a vida destes artistas (Carlo Carrá, Salvador Dalí, Raymond, Man Ray, George Grosz e Victor Vasarely). A classificação dos prismas assim como os seus elementos: área da base, área lateral, área total e volume são todos explorados a partir de elementos extraídos das obras dos referidos artistas.

5.4 Pirâmide

Este módulo inicia-se com uma tela de apresentação (figura 5.3), onde o usuário é informado que o Egito é a terra das Pirâmides e que o mesmo mergulhará neste cenário de mistérios para desvendar as propriedades matemáticas deste sólido geométrico.

A partir desta tela é feito um histórico sobre o surgimento das pirâmides: Os faraós do Antigo Egito tinham o hábito de mandar construir grandes túmulos (mastabas) para guardar seus restos mortais. Foi da evolução natural destes túmulos que surgiu, em 2.600 a.C., a pirâmide da forma como a conhecemos hoje.

O usuário então, é convidado a fazer alguns cortes na pirâmide para ver como pode ter sido o formato do túmulo que, com as modificações sofridas ao longo do tempo, originou a verdadeira pirâmide, (figura 5.4). Neste momento ele terá a oportunidade, com o auxílio do mouse, de fazer três cortes na pirâmide e visualizar o sólido resultante em cada corte para poder tirar as suas próprias conclusões com relação ao formato do mesmo. São apresentados os desenhos dos seguintes sólidos como opções de resposta: tronco de pirâmide, tronco de cone, prisma triangular e prisma hexagonal.



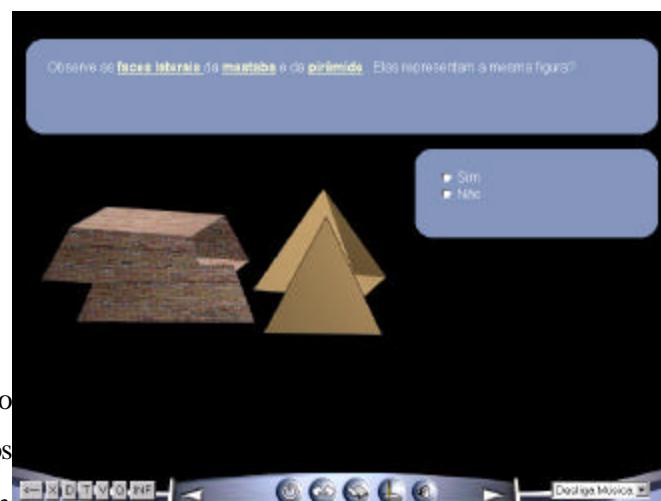
Se o usuário fizer a raciocinar acerca do mesmo problema fornecida. O sistema tela onde a questão segue adiante.



Figura 5.4: Cortes na Pirâmide Egípcia

De acordo com o que foi de já citadas na seção 3.1 do capítulo III, que um ambiente hipermídia proporciona no processo ensino aprendizagem; dentre outras coisas, o grau de interatividade, o envolvimento pessoal do aluno e a não linearidade do sistema merecem destaques.

Após o usuário ter concluído que uma mastaba era, na realidade, um tronco de pirâmide, o sistema explora o formato das faces laterais das pirâmides e das mastabas (tronco de pirâmide) para que fiquem claras as diferenças entre as duas (figura 5.5), assim como o número de faces laterais de pirâmides com diferentes bases, fazendo com que o usuário consiga classificar cada pirâmide de acordo com o formato do polígono da base. Neste momento, o usuário também terá a oportunidade de imprimir uma pirâmide planificada para depois construí-la com a ajuda de tesoura, cola e papel.



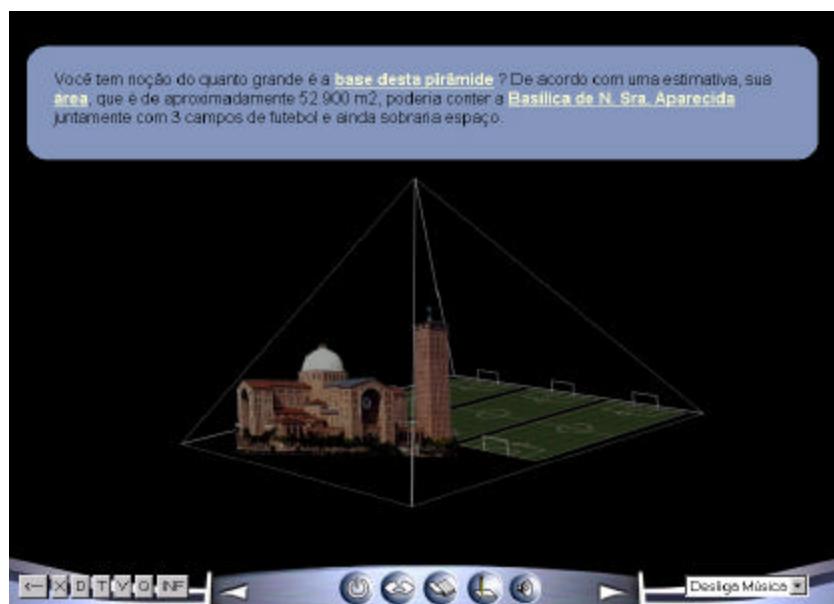
Após o usuário ter respondido à pergunta sobre as faces laterais, a abordagem dos estudos é feita a abordagem dos estudos. Para este estudo utiliza-se a maioria das famosas pirâmides, a pirâmide de Quéops,

Figura 5.5: Diferença no formato das faces laterais da pirâmide e do tronco de pirâmide

conhecida como a “Grande Pirâmide”, já descrita na seção 2.3 do capítulo 2. Ela é considerada uma das sete maravilhas do mundo. Começou a ser construída por volta de 2575 a.C. e absorveu os recursos do reino durante a maior parte dos 23 anos que o faraó Khufu permaneceu no trono.

5.4.1 Área da Base

A base da pirâmide de Quéops é quase um quadrado; seus lados medem cerca de 230 metros, variando entre si menos de 20 centímetros. Para o cálculo da área da base desta pirâmide, sugere-se que o usuário despreze a diferença entre os seus lados, que é de apenas 0.087%, considerando assim um quadrado de lado igual a 230 metros. Depois do usuário ter feito o cálculo desta área ele é instigado a pensar sobre o resultado obtido. “Você tem noção do quanto grande é a base desta pirâmide? De acordo com uma estimativa, sua área, que é de aproximadamente 52.900 m^2 , poderia conter a Basílica de N. Sra. Aparecida juntamente com 3 campos de futebol e ainda sobraria espaço”. (figura 5.6).



Após este círculo de estudo, o leitor deve ter uma ideia clara das dimensões da pirâmide de Quéops, que é a maior das três pirâmides de Giza. As outras duas, a Pirâmide de Kefren e a Pirâmide de Miquerinos, são menores em escala, mas também impressionantes em suas dimensões. As pirâmides de Giza são consideradas maravilhas do mundo antigo e continuam a fascinar pessoas ao redor do mundo até hoje.

Figura 5.6: Capacidade da área da base da Pirâmide de Quéops

links que o remetem a Geometria Plana sempre que o mesmo sentir necessidade.

Um elemento diferencial na forma como este tópico foi abordado é o fato de se procurar sempre estabelecer relações com algo que seja familiar para o aprendiz; a altura da Pirâmide de Quéops, por exemplo, que é de 150 metros, é equivalente a um edifício moderno de 50 andares, conforme mostra a figura 5.7.

O sistema constantemente desafia o usuário a ativamente unir as informações a outros pontos para acrescentar informação adicional, questionar, e estender relações. Como vimos na seção 4.5.5. do capítulo IV, isto fornece um nível superior de interatividade, contribuindo desta forma, para uma maior aprendizagem.

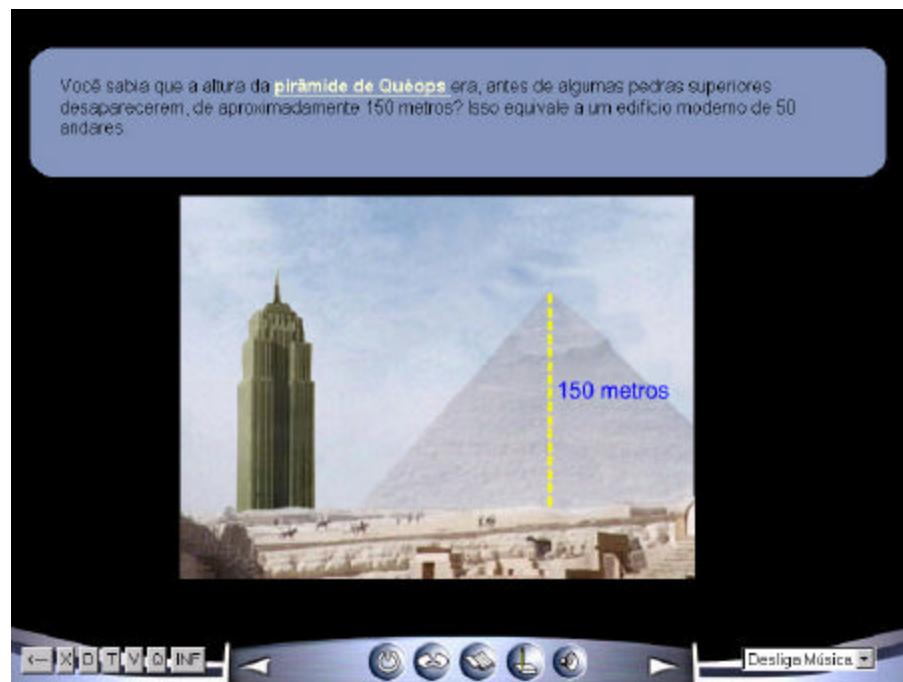


Figura 5.7: Altura da Pirâmide de Quéops

5.4.2 Altura da Face

Para o cálculo da altura da face da Pirâmide de Quéops, faz-se o seguinte questionamento: “Se quiséssemos escalar a pirâmide de Quéops, teríamos que fazê-lo por uma de suas faces laterais. A menor distância para chegar ao topo seria.”.

A () Percorrer a aresta lateral (L)

B () Percorrer a altura da face ou apótema da pirâmide (M)

C () Ir fazendo zigue-zague.

D () Qualquer caminho percorrido daria uma distância percorrida de 150 metros, já que é esta a altura da pirâmide.

Esta situação encontra-se ilustrada na figura 5.8.

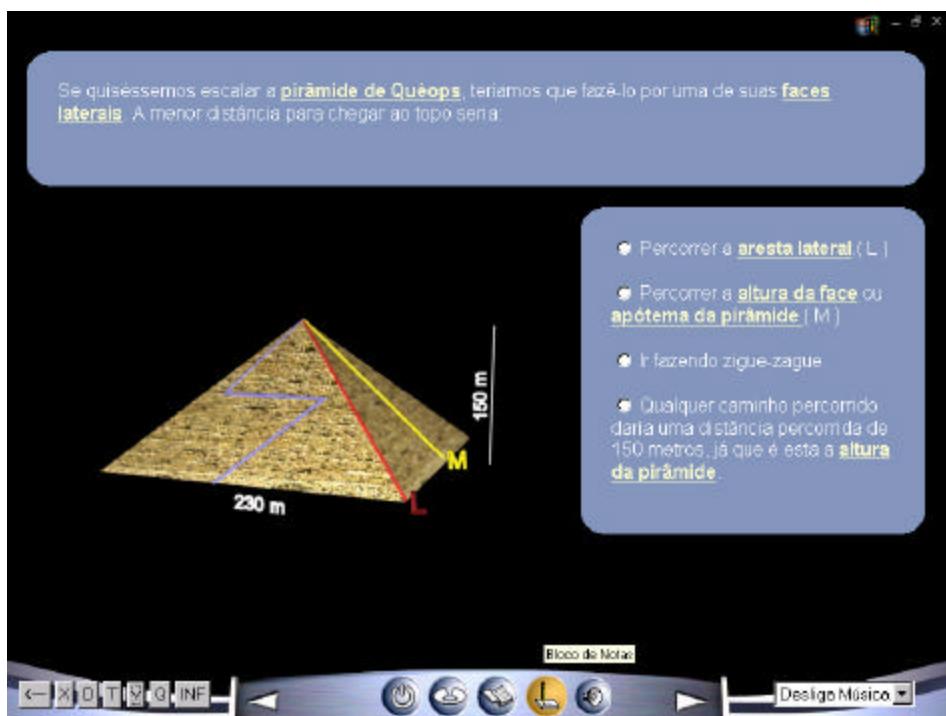


Figura 5.8: Altura da Face da Pirâmide de Quéops

Para cada opção errada feita pelo usuário o sistema o remete para outra tela com animações e questionamentos acerca do seu erro. Por exemplo, se a sua opção for o item A, o aprendiz é instigado a perceber o triângulo retângulo formado pela aresta lateral

(L), o apótema da pirâmide (M) e a metade do lado do quadrado ($\frac{l}{2}$). Através de uma

animação este triângulo desprende-se da figura e o usuário é perguntado se a sua resposta está correta, uma vez que (L) é a hipotenusa do triângulo retângulo, portanto, o maior dos lados deste triângulo. Se ainda assim o usuário não perceber o seu erro ele será remetido para um ambiente onde o mesmo poderá estudar sobre triângulos retângulos e o Teorema de Pitágoras.

Uma vez percebida a altura da face da pirâmide o usuário começa a explorar os triângulos retângulos existentes (figuras 5.9 e 5.10) para, então, deduzir as relações entre os diversos elementos: apótema da pirâmide, altura da pirâmide, altura da face da pirâmide, aresta lateral da pirâmide, apótema da base e lado do polígono da base.

Deduzidas estas relações o usuário chega então a resposta correta de 189 metros, ou seja, a altura da face é 39 metros a mais do que a altura da pirâmide que é de 150 metros.

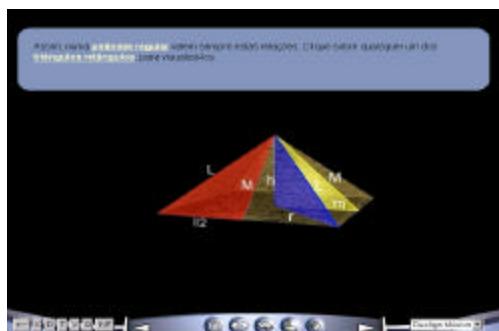


Figura 5.9: Triângulos Retângulos existentes na pirâmide

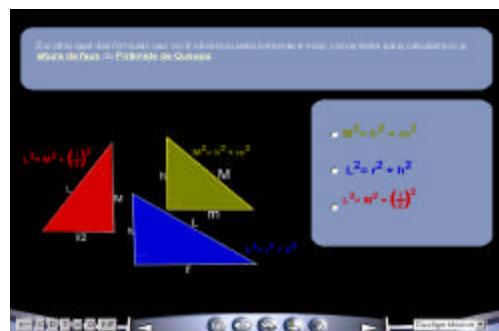


Figura 5.10: Triângulos Retângulos destacados da pirâmide

5.4.3 Área Lateral

Para o estudo da área lateral da pirâmide fez-se o seguinte questionamento: Se quiséssemos proteger a pirâmide de Quéops da ação do tempo, precisaríamos envolvê-la num material resistente. Quantos metros quadrados deste material gastaríamos para realizar esta tarefa?

O usuário é, então, convidado a planificar a pirâmide para melhor visualização da área que deve ser encapada. Assim ele conclui naturalmente que se trata de quatro triângulos isósceles, chegando aos $85.100\ m^2$ de material necessário para proteger as faces da pirâmide de Quéops.

5.4.4 Volume

Para deduzir a fórmula para o cálculo do volume de uma pirâmide o usuário se depara primeiramente com um prisma triangular; o mesmo é convidado a seccionar, com o auxílio do mouse, o referido prisma em três pirâmides de mesma base e altura do prisma e equivalentes entre si.

Após a realização dos cortes no prisma, um vídeo começa a rodar fazendo o processo inverso, ou seja, as três pirâmides (tetraedros) encaixam-se para formar novamente o prisma.

Assim o usuário é conduzido de forma a concluir que todo prisma triangular é a soma de três tetraedros equivalentes entre si.

Como o volume de qualquer prisma é dado por: $V = S_b \cdot h$, onde S_b é a área da base e h é a altura do prisma, facilmente conclui-se que o volume de qualquer pirâmide de mesma base e altura de um prisma triangular é igual a $\frac{1}{3}$ do volume deste prisma, já que foram necessárias três pirâmides para formar um único prisma.

O usuário ainda poderá fazer uma simulação utilizando o software *Cabri Java*, onde, com o auxílio do mouse, ele poderá arrastar o vértice da pirâmide para ver o que acontece com o volume da mesma se fixas sua base e sua altura, levando-o a concluir que mesmo em pirâmides não regulares, a relação: $V = \frac{1}{3} S_b \times h$ continua valendo.

5.5 Tronco de Pirâmide

As telas que iniciam este assunto, a exemplo do foi feito com o módulo de pirâmide, faz uma apresentação dos monumentos em forma de tronco de pirâmide construídos pelas civilizações pré-colombianas; embora estas construções tenham o formato de um de tronco de pirâmide elas recebem o nome de pirâmide.

Uma que merece destaque e que utilizamos para explorar o formato da face lateral é a Pirâmide do Sol, encontrada no vale do México. É a mais antiga e imponente que se tem conhecimento (figura 5.11).

A partir desta tela começa-se a explorar o formato das faces laterais destes troncos de pirâmide. Para que o usuário perceba bem as diferenças entre as faces laterais de uma pirâmide verdadeira (egípcia) e de um tronco de pirâmide (pré-colombiana) lhe é dado a opção de planificar a pirâmide e o tronco. A figura 5.12 mostra a tela que faz este questionamento.

The screenshot shows a mobile application interface. At the top, a blue rounded rectangle contains the text "A Pirâmide do Sol". Below it is a large image of the Pyramid of the Sun in Mexico. To the right of the image is a blue rounded rectangle containing text: "Uma das pirâmides encontradas no vale do México é a **Pirâmide do Sol**, a mais antiga e imponente que se tem conhecimento e se encontra na cidade de **Teotihuacan** - México." At the bottom, there is a blue rounded rectangle with the question "De acordo com o que você observou, a principal diferença na arquitetura das duas pirâmides é:". Below this question is another image of the Pyramid of the Sun. To the right of this image is a blue rounded rectangle containing two options: "o formato da **base** de cada pirâmide" and "o formato da **face lateral** de cada pirâmide".

Após alguns questionamentos e a visualização de animações o usuário conclui que as pirâmides encontradas no Continente Americano possuíam o teto plano, o qual servia de plataforma para o culto aos deuses. Matematicamente falando tratam-se, na verdade, de troncos de pirâmide.

Para verificar se a diferença entre pirâmide e tronco de pirâmide ficou clara, é feito o seguinte questionamento ao usuário: O que devemos fazer na pirâmide para que ela se transforme em um tronco de pirâmide?

- A () - Fazer um corte paralelo à base
- B () – Fazer um corte perpendicular à base
- C () – Diminuir a altura da pirâmide

Para cada opção errada feita pelo usuário o sistema o remete para outra tela onde o mesmo é questionado e levado a refletir melhor sobre a sua escolha. Por exemplo, se ele responde o item C como resposta correta, o sistema o envia para uma tela onde uma animação lhe mostra que quando diminuímos o tamanho da pirâmide, sem alterar o seu formato, suas características matemáticas ficam preservadas, ou seja, ela não muda de nome; portanto, o que se obtém é somente uma pirâmide mais baixa que a anterior, não um tronco de pirâmide.

Após o usuário ter explorado bem as diferenças entre uma pirâmide e um tronco de pirâmide, ter realizado alguns cortes na pirâmide e ter chego a conclusão que para se obter um tronco de pirâmide basta realizar um corte paralelo ao plano da base, começamos o estudo dos conceitos associados à área e ao volume do tronco de pirâmide. Para este estudo utilizou-se uma das pirâmides mais curiosas da América, a Pirâmide dos Nichos, localizada em El Tajín – México. As suas faces laterais estão cobertas por 365 nichos de 60 cm de profundidade, que a lenda diz terem contido um

ídolo para cada dia do ano, conforme já descrito na seção 2.3.2.2 do capítulo II. A figura 5.13 ilustra esta pirâmide.

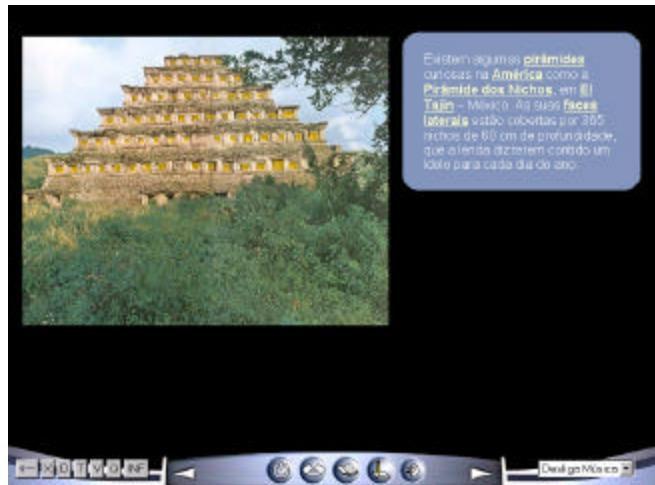


Figura 5.13: Pirâmide dos Nichos.

5.5.1 Área da Base

Para o cálculo da área da base do tronco de pirâmide utilizou-se a medida real da base da Pirâmide dos Nichos que é um quadrado de aproximadamente 35 metros de lado.

Caso o usuário não responda corretamente a medida da área deste quadrado, o sistema faz uma animação de modo que a base da pirâmide fique dividida em quadradinhos representando 1 m²; desta forma o estudante poderá contar quantos quadradinhos seriam necessários para preencher a área do quadrado da base e refletir sobre a resposta dada anteriormente. Também estará disponível uma pilha de quadradinhos que, ao clique do mouse, se movimentam para preencher a área desejada.

5.5.2 Altura da Face

Para calcular a altura da face do tronco de pirâmide, o usuário é convidado a clicar sobre a Pirâmide dos Nichos a fim de transformar as suas faces laterais em faces lisas para melhor visualização do seu formato, desconsiderando, desta forma, os degraus e os nichos existentes neste tronco de pirâmide.

A Pirâmide dos Nichos, talvez a estrutura mais antiga de El Tajin, 600 d.C., mede aproximadamente 18 metros de altura. Para o cálculo da altura da face desde monumento, considerou-se, hipoteticamente, que o teto deste tronco de Pirâmide formasse um quadrado de 10 metros de lado.

A figura 5.14 mostra a tela onde o usuário é questionado sobre quais das três opções de trapézios retângulos inseridos no interior do tronco de pirâmide está correto de acordo com os dados fornecidos. Neste momento, o usuário tem a sua disposição *links* que o remetem a geometria plana onde o mesmo pode relembrar conceitos como o de apótema, altura e áreas de figuras planas.

Após o usuário ter respondido corretamente, o sistema lhe dá a oportunidade de deslocar, através de um clique, a altura do trapézio transformando-o num triângulo retângulo, a partir daí ele utiliza o teorema de Pitágoras e pode chegar facilmente a altura da face deste tronco de pirâmide.

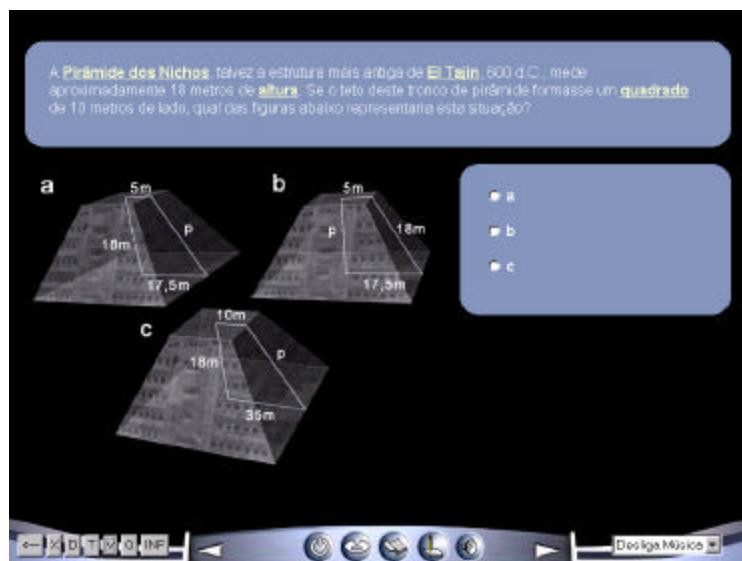


Figura 5.14: Questionamento sobre a altura da face da Pirâmide dos Nichos.

5.5.3 Área Lateral e Área Total

Para o cálculo da área lateral, o usuário, após ter calculado corretamente a altura da face da Pirâmide dos Nichos, é convidado a destacar uma das faces desta pirâmide, conforme figura 5.15. Uma vez percebido o seu formato ele tem a opção de relembrar qual o procedimento correto para calcular a área de um trapézio; só depois do cálculo da área de uma das faces é que lhe é perguntado o quanto gastaria de papel para cobrir todas as faces laterais desta pirâmide, isto é, quanto mede a sua área lateral. Para que o usuário perceba que se trata de quatro faces laterais o sistema permite a planificação do tronco de pirâmide para uma melhor visualização.

O Cálculo da área total surge naturalmente depois do usuário ter calculado a área da plataforma para o culto aos deuses, isto é, a área da base menor da pirâmide dos Nichos, que consideramos ser um quadrado de 10 metros de lado.

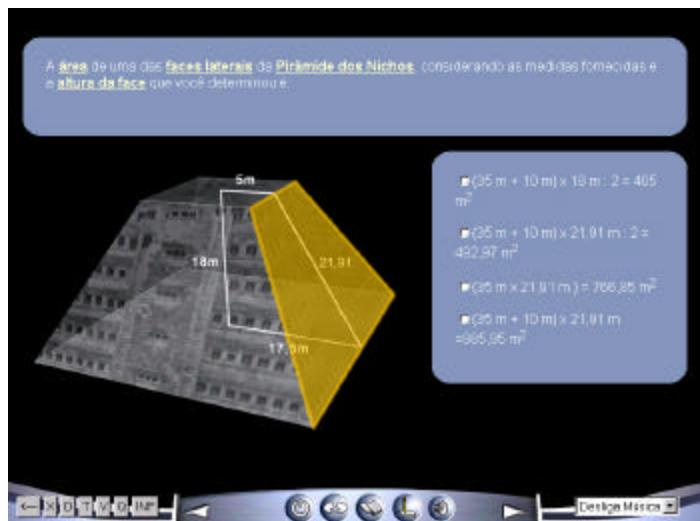
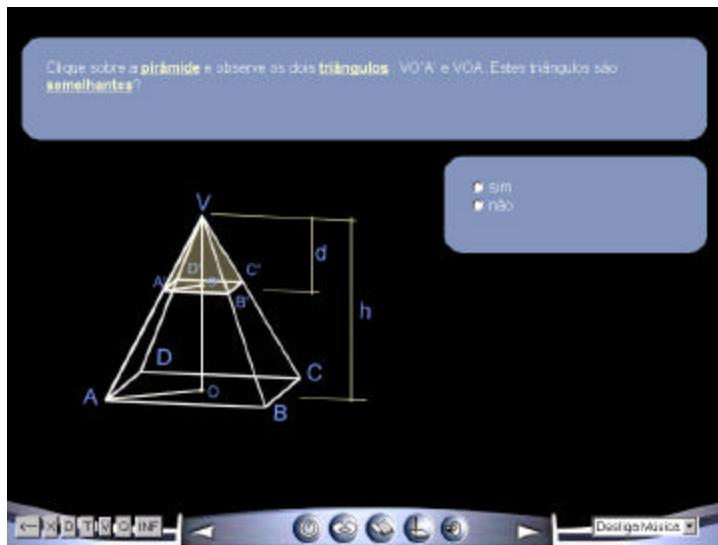


Figura 5.15: Face lateral destacada na Pirâmide dos Nichos

5.5.4 Relações entre Pirâmide e Tronco de Pirâmide

Para estudar as relações entre pirâmide e tronco de pirâmide o usuário é convidado a observar as duas pirâmides existentes no desenho. Uma cuja altura é h e a outra cuja altura é d , conforme figura 5.16.



Quando o usuário clica sobre a pirâmide e observa os dois triângulos $VO'A'$ e VOA . Estes triângulos são semelhantes? Depois de algumas animações o usuário conclui que os triângulos $VO'A'$ e VOA são semelhantes e que as relações: $\frac{VA'}{VA} = \frac{VB'}{VB} = \frac{VC'}{VC} = \frac{VD'}{VD} = \frac{d}{h} = k$ são válidas, ou seja, as arestas laterais e a altura ficam divididas na mesma razão que denominaremos de k .

Figura 5.16: Relações entre Pirâmide e Tronco de Pirâmide

Da mesma forma o usuário é levado a observar e posteriormente concluir que os polígonos $A'B'C'D'$ e $ABCD$ são semelhantes, portanto a razão entre as áreas desses polígonos é igual ao quadrado da razão de semelhança entre eles. A figura 5.17 ilustra esta situação. Então temos:

$$\frac{\text{Área } A'B'C'D'}{\text{Área } ABCD} = \frac{Sb}{SB} = \left(\frac{d}{h}\right)^2 = k^2, \text{ onde } SB \text{ é a área do polígono maior e } Sb \text{ é a área do polígono menor.}$$

Assim como, cada face lateral das duas pirâmides é formada por triângulos semelhantes, então a razão entre as áreas laterais das duas pirâmides é igual ao quadrado da razão de semelhança, ou seja, $\frac{Sl'}{Sl} = \left(\frac{d}{h}\right)^2 = k^2$.



5.5.5 Volume

Para determinar a fórmula do volume de um tronco de pirâmide o usuário se depara, inicialmente, com uma pirâmide pentagonal seccionada; ele é instigado a raciocinar acerca do volume da pirâmide inicial e da pirâmide que surgiu após realização do corte. Então o seguinte questionamento lhe é feito: Observe as duas pirâmides. Vamos considerar V_{VABCDE} o volume da pirâmide maior, e $V_{VA'B'C'D'E'}$ o volume da pirâmide menor. Se V_t é o volume do tronco de pirâmide, responda:

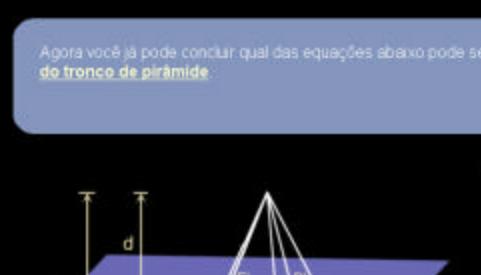
A () $V_t = V_{VABCDE} - V_{VA'B'C'D'E'}$

B () $V_t = V_{VA'B'C'D'E'} - V_{VABCDE}$,

C () $V_t = V_{VA'B'C'D'E'} + V_{VABCDE}$,

Depois do usuário ter respondido corretamente que o volume do tronco de pirâmide se obtém subtraindo-se do volume da pirâmide maior o volume da pirâmide menor ele conclui que a fórmula para o cálculo do volume de um tronco de pirâmide é $V_t = \frac{1}{3} SB.h - \frac{1}{3} Sb.d$, já que o volume de qualquer pirâmide é um terço da área da base multiplicada pela altura. Esta situação encontra-se ilustrada na figura 5.18.

Agora você já pode concluir qual das equações abaixo pode ser usada para calcularmos o [volume do tronco de pirâmide](#).



$V_t = \frac{1}{3} SB.h - \frac{1}{3} Sb.H$

$V_t = \frac{1}{3} SB.h - \frac{1}{3} Sb.d$

$V_t = \frac{1}{3} Sb.H$

Após o usuário ter chegado à conclusão que o volume de um tronco de pirâmide se obtém subtraindo do volume da pirâmide maior o volume da pirâmide menor, demonstra-se, seguindo-se este raciocínio, a fórmula para a obtenção do volume de um tronco de pirâmide de bases paralelas. Vejamos:

Sejam B a área da base maior, b a área da base menor, H a altura do tronco, d a altura da pirâmide menor, h a altura da pirâmide maior, V_1 o volume da pirâmide menor, V_2 o volume da pirâmide maior e V_T o volume do tronco de pirâmide.

Assim: $V_T = V_2 - V_1 = \frac{1}{3}B.h - \frac{1}{3}b.d$, como $h = d + H$ temos:

$$V_T = \frac{1}{3}B(H + d) - \frac{1}{3}bd \implies V_T = \frac{1}{3}[BH + (B - b)d] \quad (1)$$

Utilizando a razão de semelhança:

$$\frac{B}{b} = \left(\frac{h}{d}\right)^2 \implies \frac{h}{d} = \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{b}} \implies \frac{d + H}{d} = \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{b}} \implies d = \frac{H\sqrt{b}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$V_T = \frac{1}{3}[BH + (B - b) \cdot \frac{H\sqrt{b}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}}] \implies$$

Colocando H em evidência:

$$V_T = \frac{H}{3} [B + (B - b) \cdot \frac{H\sqrt{b}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}}]$$

Considerando que:

$$B - b = \sqrt{B^2} - \sqrt{b^2} = (\sqrt{B} + \sqrt{b})(\sqrt{B} - \sqrt{b}), \text{ temos:}$$

$$V_T = \frac{H}{3} [B + (\sqrt{B} + \sqrt{b}) + \sqrt{b}] \quad \Rightarrow \quad V_T = \frac{H}{3} [B + \sqrt{B.b} + b]$$

5.6. Prisma

A tela de apresentação deste assunto pretende despertar no usuário o senso de observação; o mesmo é informado que a figura espacial que chamamos de prisma é facilmente encontrada no nosso cotidiano, quer seja na forma de uma embalagem, no suporte de uma escultura ou na arquitetura de residências. Muitos artistas utilizam esta forma geométrica em suas obras. Um exemplo é a obra de Salvador Dali, utilizada nesta primeira tela de apresentação (fig. 5.19), intitulada “Subúrbio de uma cidade crítico-paranóica: tarde nos Arredores da História Européia” de 1936, onde podemos encontrar alguns destes sólidos.

Na segunda tela (fig. 5.20) utilizou-se a obra do artista dadaísta Man-Ray, intitulada “Mire Universelle”, por conter quatro diferentes sólidos geométricos: um prisma hexagonal, uma pirâmide de base quadrangular, um cilindro e um cone. A seguinte pergunta é então feita ao usuário: Qual dos sólidos geométricos extraídos da obra de Man Ray representa um prisma? E ele deverá escolher uma das quatro alternativas presentes na tela apresentada na figura 5.20.

Se a opção de resposta for A ou B, por exemplo, o sistema faz o seguinte questionamento: “Por definição, todo prisma possui duas bases congruentes contidas em planos paralelos. Este sólido possui duas bases congruentes? () sim () não”. E então dependendo da resposta o usuário é auxiliado por animações até chegar à resposta correta.

Se a resposta dada for o item C, pergunta-se: “Todo prisma possui, no mínimo, três faces laterais em forma de paralelogramos. Este sólido possui estas faces?”. E assim vai-se, aos poucos, fazendo-se questionamentos, utilizando-se contra-exemplos até que fique claro ao usuário as características de um prisma.

As telas que se seguem exploram a classificação dos prismas de acordo com o formato de sua base e consequentemente quanto ao número de faces laterais do mesmo. A classificação em prismas retos, e oblíquos é feita logo a seguir, dando a opção ao usuário de imprimir prismas de três, quatro, oito ou seis faces, retos ou não. Após a impressão destes sólidos, que estarão planificados, o estudante poderá, com o auxílio de tesoura e cola construir seu próprio prisma.

Os Prismas

A **figura espacial** que chamamos de prisma é facilmente encontrada no nosso cotidiano. Quer seja na forma de uma embalagem, no suporte de uma escultura ou na arquitetura de residências. Muitos artistas utilizam esta forma geométrica em suas obras de arte. Iremos fazer uso destas obras para...

Miro Universelle

A figura ao lado mostra a obra do artista **dadaista Man-Ray**, intitulada "Miro Universelle". Nela podemos observar quatro sólidos geométricos, sendo que só um deles satisfaz a definição de prisma.

5.6.1 Área

← X D T Y O INF → Desliga Música

Para a introdução deste assunto utilizou-se a obra, sem título, do pintor expressionista George Grosz, artista este já comentado na seção 2.4.2 do capítulo II.

Por se tratar de uma obra expressionista, o paralelepípedo, do quadro de George Grosz , figura 5.21, não está exatamente perfeito, portanto utilizamos este argumento para fazer os seguintes questionamentos:

- Se quiséssemos encapá-lo para deixa-lo perfeito, iríamos necessitar de quantos retângulos?
- E estes retângulos são todos diferentes? São iguais dois a dois? São todos iguais?

Depois de tais questionamentos e animações que auxiliam na compreensão, o usuário chega a conclusão que os retângulos são iguais dois a dois, e a área total do paralelepípedo é composta pela área dos seis retângulos, ou seja, genericamente a área total de qualquer paralelepípedo retângulo pode ser obtida por: $2(ab + ac + cb)$, onde a, b e c são as dimensões do paralelepípedo.

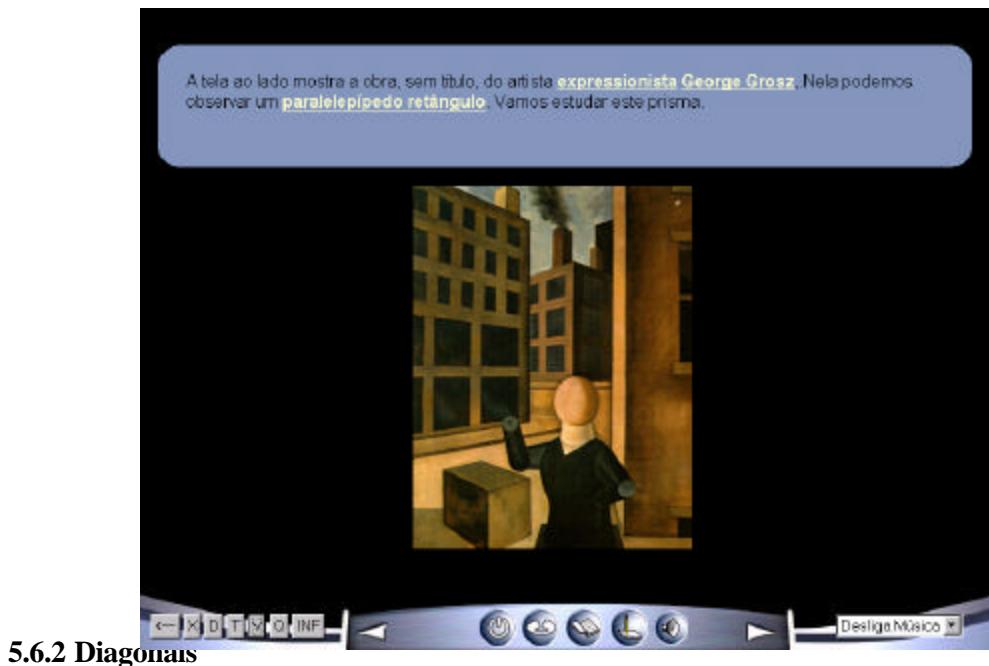


Figura 5.21: Tela “Sem Título” de George Grosz

Para estudar as diagonais de um paralelepípedo exploramos a obra intitulada “O ídolo hermafrodita”, do

artista surrealista Carlo Carrà, que também fez uso dos paralelepípedos retângulos em suas pinturas. (figura 5.22).

Para o cálculo da diagonal da base do paralelepípedo, o sistema, através de uma animação, insere a diagonal na base do prisma e destaca o triângulo retângulo formado pela mesma e pelas duas dimensões da base (figura 5.23). Assim, aplicando o Teorema de Pitágoras, o usuário chegará a resposta correta.

Além da diagonal da base do paralelepípedo o usuário é incentivado a perceber e a calcular a diagonal do próprio sólido. Através de um clique ele poderá visualizar a diagonal que estamos nos referindo, assim como o triângulo retângulo formado pela altura do prisma, pela diagonal da base e a diagonal do paralelepípedo.



Figura 5.22: Tela “O ídolo hermafrodita” de Carlo Carrà



Figura 5.23: Diagonal da base do paralelepípedo

5.6.3 Volume

Antes de determinarmos a fórmula para o cálculo do volume de um prisma, deduzimos a fórmula para o cálculo do volume de um cubo, que é um exemplo particular de

prisma, onde todas as faces são quadradas. Para isto exploramos os cubos presentes no quadro intitulado “Bikub” do artista abstracionista Victor Vasarely. (figura 5.24)

Iniciamos definindo a unidade de volume: Por definição, um cubo de aresta 1, é a unidade de volume, ou seja, se tivermos um cubo de 1 cm de aresta, dizemos que ele possui um volume igual a 1cm^3 . Se tivermos dois cubos de 1 cm de aresta cada, dizemos que sua união possui um volume igual a 2 cm^3 , e assim por diante. (figura 5.25)



A
o
Figura 5.24: Tela “Bikub” de Victor
Vasarely

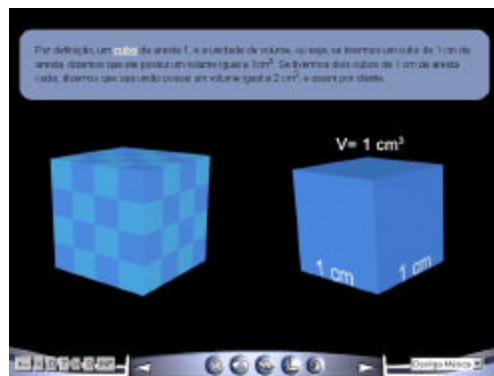


Figura 5.25: Unidade de volume

modifique num paralelepípedo, já que os cubinhos da parte superior do mesmo desaparecem). No prisma resultante, conte quantos cubinhos de 1 cm de aresta estão formando este novo sólido e assinale a resposta correta (fig. 5.26). Se o usuário se equivocar, o sistema mostra os cubinhos se desprendendo uns dos outros para que o mesmo os possa ver com mais clareza. (fig. 5.27).

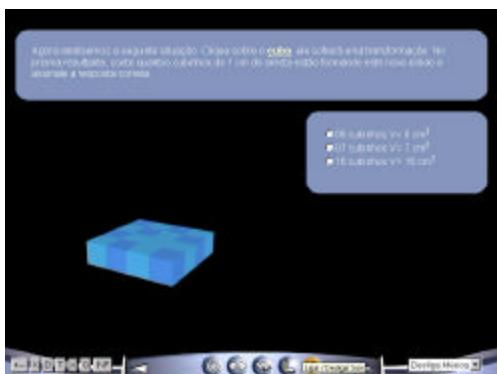


Figura 5.26: Paralelepípedo resultante



Figura 5.27: Quantidades de cubinhos
no paralelepípedo

Após o usuário ter fornecido a resposta correta estendemos este mesmo raciocínio para um paralelepípedo de dimensões: 3 cm, 2 cm e 4 cm.

O usuário, com o auxílio de animações, é instigado a raciocinar de forma a perceber que independentemente da base que ele esteja considerando para o sólido, quer seja o retângulo 3cm x 2cm, 3cm x 4cm ou 2cm x 4cm, a quantidade de cubinhos que formarão este paralelepípedo será a mesma, embora a altura se modifique, dependendo da base considerada.

Assim o aprendiz percebe que o volume do prisma nas três situações anteriores está diretamente relacionado com a área da base e a altura do prisma. Então o seguinte questionamento lhe é feito: O volume do prisma é dado por:

- A () $V = S_b \times h$
- B () $V = S_b + h$
- C () $V = S_b + 4h$

Sempre que o usuário optar por uma resposta errada o sistema o remete para uma tela onde o seu erro é questionado, tendo o usuário então, a opção de retornar e fazer outra escolha.

Após o aprendiz ter concluído que para obtermos o volume de qualquer prisma basta utilizar a fórmula $V = S_b \times h$, onde S_b é a área do polígono da base e h a altura do prisma, ainda utilizamos outra obra de arte, desta vez o quadro de Carlo Carrà, intitulado “Solidão”, para que o usuário utilize os conhecimentos adquiridos e determine o volume do paralelepípedo existente nessa obra. (fig. 5.28)



Figura 5.28: Tela “Solidão” de Carlo Carrà

5.6.4 Prisma Triangular

Para explorarmos os elementos de um prisma triangular reto utilizamos a obra intitulada “Composição” de 1920 do pintor El Lissitzky; nesta tela o artista utiliza objetos geométricos giratórios, pintados em cores delicadas, que parecem flutuar no ar, criando uma sensação de profundidade e uma ilusão de espaço. Entre estes objetos destacamos um prisma triangular reto, objeto do nosso estudo. (figura 5.29).

Assim, considerando que este prisma tenha uma altura igual a 1 cm, uma base formada por um triângulo isósceles de lados congruentes medindo 3 cm cada e o outro lado de medida igual a 5 cm o usuário poderá explorar todos os elementos do prisma, assim como calcular as áreas e o volume deste prisma triangular.

A opção de escolher uma obra onde tenha um prisma triangular de altura muito menor do que as dimensões da base foi proposital, uma vez que os livros didáticos geralmente omitem estes casos, razão pela qual muitos alunos acham que tais figuras não representam um prisma.

Como a geometria plana não é objeto direto do nosso estudo o sistema pergunta ao usuário se ele gostaria de estudar como se calcula a área de um triângulo isósceles, tendo o mesmo a oportunidade de relembrar ou não este assunto.

Aqui fica claro que uma das nossas preocupações neste hipermídia é que a ação de obter as informações fique a critério do usuário, o computador só as organiza de maneira lógica; deste modo, modifica-se a forma de encarar o aprendiz: de elemento passivo, que se limita a receber as informações, a elemento ativo que procura as informações para poder fazer suas próprias associações e construir sua base de conhecimento, o que, conforme descrito no capítulo III (seção 3.2.4) e no capítulo IV (seção 4.5.4), propicia uma melhor aprendizagem.

Para a abordagem da área lateral e da área total de um prisma triangular oblíquo utilizamos a obra de Mario Merz, onde as palavras città irreale (cidade irreal) são inscritas em luz néon dentro de um prisma com estas características. (figura 5.30).

Antes de o usuário começar a fazer os cálculos lhe é feito o seguinte questionamento: “A área total do prisma triangular em questão é composta pela área de: A () 3 triângulos e 2 paralelogramos, B () 3 paralelogramos e 2 triângulos, C () 3 retângulos e 2 triângulos.

Para ajudá-lo a responder esta questão, o estudante poderá, se desejar, planificar este sólido e assim visualizar melhor o seu formato.

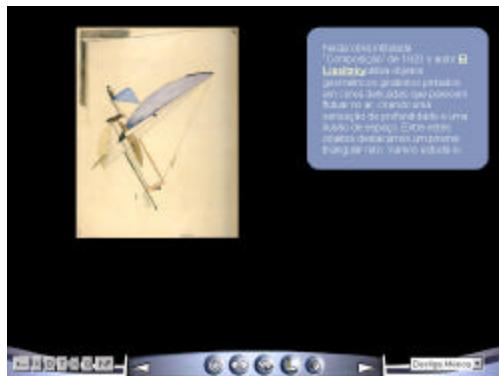


Figura 5.29: Tela “Composição” de El Lissitzky

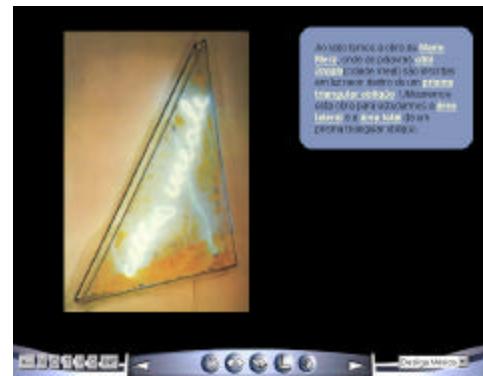


Figura 5.30: Tela “Cidade Irreal” de Mário Merz

5.6.5 Prisma Pentagonal

Na obra intitulada “Aqui estou, aqui fico”, do artista francês Bourgeois pode-se ver dois pés humanos truncados num esquife de vidro com o formato de um prisma reto pentagonal, apoiado num bloco de mármore talhado toscamente. (figura 5.31).

Utilizamos esta obra para explorarmos os elementos de um prisma pentagonal reto, porém não regular. O usuário, de posse das medidas das arestas, poderá calcular a área da base e também a área total deste prisma. O prisma poderá ser movimentado e também planificado a critério do usuário.



Para a finalização deste tópico, o usuário é convidado a observar novamente a obra do artista Man-Ray, onde se encontra inserido um prisma hexagonal, conforme já visto na figura 5.22. Então o mesmo é desafiado a generalizar o que foi estudado: “Considerando que a base deste prisma seja um hexágono regular de lado igual a **b** cm, e que a altura do prisma meça **h** cm. Determine: a área da face, a área lateral, a área total e o volume. Deixe seus cálculos anotados no bloco de notas”.

5.7 Considerações Sobre o Ambiente Hipermídia

Nosso objetivo no desenvolvimento destes tópicos para o Geometrando foi o de apresentar uma proposta de ensino que privilegiasse a contextualização, onde o usuário pudesse encontrar elementos que o motivassem a aprender, que aguçassem a sua curiosidade, que despertassem o seu interesse não só pelo assunto matemático em questão, mas também para questões ligadas ao contexto.

Durante o desenvolvimento desses tópicos tivemos a preocupação em satisfazer os critérios ergonômicos desenvolvidos por Scapin e Bastien, já citados no capítulo IV (seção 4.4) desta dissertação. Entre eles, merecem destaque:

- Homogeneidade e Carga Informacional: todas as telas do Geometrando são padronizadas, tendo em sua barra de ferramentas os botões, sempre na mesma posição, que disponibilizam ao usuário um bloco de notas para anotações pessoais, um glossário com a definição dos principais termos, a opção de ouvir ou não uma música de fundo e ainda um botão onde se aciona a narração das telas;
- Concisão: O processo de criação das telas foi feito de forma tal que a quantidade de textos em cada uma fosse o menor possível, reduzindo, dessa maneira, a carga cognitiva do usuário quando do uso de sua memória de curto termo.

Vários aspectos da ergonomia cognitiva, explicitados na seção 4.5 do capítulo IV, foram levados em conta para tornar este hipermídia mais eficiente no processo de ensino aprendizagem. Vejamos alguns deles:

- Ambiente propício a exploração e a representação do conhecimento: Durante a criação das telas tivemos a preocupação em deixar à disposição do usuário várias *hot-word* para que o mesmo, a seu critério, pudesse fazer suas próprias associações, podendo, dessa forma, obter uma maior compreensão daquilo que está sendo estudado. Esta arquitetura de representação, segundo Collier (1987), reflete um pouco do poder associativo da memória humana.
- A construção do Conhecimento: A proposta do ambiente sempre foi a de ser um ambiente construtivista, onde o usuário pudesse acessar as informações que vão de encontro às suas necessidades particulares; o nosso objetivo, enquanto criadores das telas, não foi o de fornecer todas as informações, mas, na medida do possível, fazer com que o usuário crie pontos adicionais a partir de alguns dados fornecidos, construindo, desta forma, a sua base de conhecimento.

E, por fim, acreditamos que um ambiente hipermídia voltado à aprendizagem só trará resultados mais promissores se os usuários se sentirem desafiados a criarem novos conhecimentos a partir de algumas dadas informações; a motivação e o desafio são, a nosso ver, nossos principais aliados.

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho mostramos o desenvolvimento dos conteúdos de pirâmide, tronco de pirâmide e prisma para um ambiente de aprendizagem hipermídia denominado “Geometrando: caminhando no tempo com a Geometria”.

Conforme descrito na seção 1.3.1 do primeiro capítulo dessa dissertação, utilizamos como abordagem pedagógica o construtivismo.

A proposta do Geometrando sempre foi a de desenvolver um ambiente de aprendizagem onde o usuário pudesse construir sua própria base de conhecimento, ou seja, um ambiente construtivista; o que para nós, professores de matemática formados através de um ensino tradicional constituiu-se no maior desafio.

Por onde começar? Como fazer? Como introduzir um conteúdo de matemática sem iniciá-lo através das definições e propriedades? Como não utilizar a linguagem rigorosa dos matemáticos que nos acompanha desde as primeiras fases do curso de Licenciatura? Compreender a filosofia do projeto e tentar conseguir um equilíbrio foi uma tarefa das mais difíceis.

Passada a fase inicial das discussões cada um dos profissionais encarregados de desenvolver os conteúdos começou a sua batalha particular.

Depois de definido o contexto e traçado um enredo para a abordagem de cada assunto, começamos a explorar o conteúdo através de questionamentos e situações problemas.

Diante dos diferentes erros cometidos pelos distintos usuários não podíamos simplesmente fornecer as respostas corretas, podíamos somente proporcionar caminhos, diferentes caminhos para que os mesmos chegassem até elas. Fornecendo, desta

maneira, uma forma livre de aprendizagem onde cada usuário traçasse o seu próprio percurso de acordo com suas necessidades.

Como o Geometrando ficará disponível *on-line*, precisávamos utilizar estratégias de ensino onde a figura do professor não fosse necessária todo o tempo, embora tenhamos plena convicção de que nenhum recurso tecnológico substitui totalmente a figura do professor. Assim, optou-se pelo modelo de múltiplas escolhas (quatro no máximo).

Utilizando-se do modelo de múltiplas escolhas evitariamós que o usuário fornecesse somente respostas subjetivas e ficasse “navegando a deriva”, já que nem sempre o mesmo poderia contar com a figura do professor para lhe dar um retorno; assim, neste modelo, um *feedback* das suas conclusões poderia ser dado sempre que o mesmo fornecesse uma resposta errada, obtendo, desta forma, algum retorno e tendo condições de prosseguir mais seguro no seu estudo.

Para a formulação das alternativas nos valemos da nossa experiência de nove anos em sala de aula, procurando colocar como opções de respostas, alternativas oriundas de erros normalmente cometidos pelos alunos. Assim, diante de uma resposta errada, buscávamos explorar a provável linha de raciocínio usada pelo usuário.

A utilização dos recursos computacionais além de proporcionar ao educando o contato com as novas tecnologias da informação - tão requisitadas nesta sociedade informatizada - nos permitiu explorar os conteúdos de uma forma mais dinâmica e atraente do que normalmente é feito em sala de aula. Fazendo uso de elementos visuais e sonoros e possibilitando a interatividade, o usuário é desafiado a ser um elemento ativo na construção da sua base de conhecimento.

A incorporação de novas metodologias de ensino, apoiadas nas novas tecnologias da informação tem consequências, como qualquer inovação na área educacional, tanto para a prática docente como para os processos de aprendizagem. Portanto, temos consciência de que a proposta de ensino que estamos apresentando, desafia os docentes a reverem

suas práticas, o que não é uma tarefa fácil, porém necessária para o sucesso dessa proposta, haja vista que foram ensinados no ensino tradicional, onde os conteúdos, quase que na sua totalidade, são apresentados descontextualizados e desprovidos dos recursos tecnológicos hoje disponíveis.

Sabemos que a utilização de computadores no ensino, não garante, por si só, que os alunos desenvolvam estratégias para aprender a aprender, nem incentivam o desenvolvimento das habilidades cognitivas de ordem superior. A qualidade educativa destes meios de ensino depende, mais do que suas características técnicas, do uso ou exploração didático que realize o docente; desta forma, o professor ainda continua sendo, a nosso ver, peça fundamental em todo o processo de ensino-aprendizagem, e obter ou não um resultado melhor do que o temos conseguido com nossos alunos é um desafio a ser vencido.

Como sugestão para trabalhos futuros, destacamos:

- A testagem do sistema, que já foi prevista pelo Geometrando;
- O desenvolvimento de outros módulos sobre o mesmo assunto utilizando os diferentes agentes pedagógicos, também já previstos no projeto inicial;
- O desenvolvimento de uma metodologia para a validação de ambientes hipermídia como este voltado ao ensino;
- A inserção, no ambiente, de um espaço onde os professores possam inserir mais exercícios e desafios para seus alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Fernando J. de. **Educação e Informática. Os computadores na escola.** São Cortez Editora, 1988.

AUSUBEL, D. **Educational psychology: A cognitive view.** New York: Holt, Rinehart and Winston. 1968.

BAINES, J.& MÁLEK, J. **O Mundo Egípcio:** Deuses, Templos e Faraós: Grandes Impérios e Civilizações. Vol.II. Madrid: Del Prado, 1996.

BARON, Sérgio. **Multimídia.** São Paulo: Global, 1995.

BASTIEN, J. M. C., SCAPIN, D. L. **A validation of ergonomic criteria for the evaluation of human-computer-interfaces** - International Journal of Human-Computer Interaction, 4 (2), 183-196. 1992.

BASTIEN, J. M. C., SCAPIN, D. L. **Ergonomic Criteria for the Evaluation of Human-Computer Interfaces** - (Relatório de Pesquisa no. 156). INRIA –Institut National de Recherche em Informatique et en Automatique, França. 1993.

BASTIEN, J. M. C., SCAPIN, D. L. **Evaluation a user interface with ergonomic criteria** - International Journal of Human-Computer Interaction, 7, 105-121. 1995.

BETHELL, Leslie (org.). **História da América Latina:** A América Latina Colonial I. 2.ed. São Paulo. 1998.

BLACKWELL, Les. **Rethinking the Roles of Technology in Education** Proceedings of the Tenth International Conference of Technology and Education. p.691, 1993.

BOYER, Carl. B. **História da Matemática.** 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 1996.

BUGAY, E. L.& ULBRICHT, V.R. **Hipermídia.** Florianópolis: Bookstore, 2000.

BUGAY, Edson Luiz. **Modelagem em hipermídia de um tutorial para criação de maquetes eletrônicas.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis-SC, 1999.

CARTER, Geraldine (comp.). **Mitologia Latino-americana: Astecas, Maias, Incas e Amazônia : Guia Ilustrado.** Lisboa: Estampa, 1995.

COLLIER, G.H. – ThothII: **Hypertext with explicit semantics.** *Hypertext'87 Proceedings* (p. 269-290). New York: Association for Computing Machinery Press. 1987

DAVIS, Philip J., HERSH, Reuben. **A Experiência Matemática.** 2.ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

DEDE, Christopher J, Fontanna, Lynn, White, Charles.
Multimidia: um portal para pensamento de ordem superior -
Trad. de Iolanda B.C. Cortelazzo. 1990.

DUL, J. e WEERDMEESTER, B. **Ergonomia Prática .** Tradutor: Itiro Iida - São Paulo: Edgar Blücher Ltda, 1995.

Encyclopédia Delta Universal. Vol. 12.Rio de Janeiro - RJ: Delta S. A.

Encyclopédia Novo Conhecer. Vol. III - São Paulo: Editora Abril, 1977.

Encyclopédia Multimídia da Arte Universal. São Paulo: Editoras Caras, 1997.

EVES, H. **História da Geometria**. São Paulo: Atual, 1992.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. 2. ed. Campinas: UNICAMP, 1997.

FAINGUELERNT, E. K. **O Ensino de Geometria no 1º. e 2º. graus**. In: A Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, nº. 4, pp.45-53, 1995.

FONSECA, J.L. **Gestão participativa e produtividade: uma abordagem ergonômica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis-SC, 1995.

FONTES, Hélio D' Oliveira. **No Passado da Matemática**. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1969.

GARCÍA-BERMEJO, J. M. F. **Salvador Dalí**. Ediciones Polígrafa, S.A. y Globus Comunicación, S.A. 1994 – VEGAP, Barcelona, 1994.

GARCÍA, Luis. et all. **A América Antiga: Civilizações Pré-Colombianas**. Vol.I. Madrid: Del Prado, 1997

GARDNER, Howard. Inteligências Múltiplas. Editora Artes Médicas Sul Ltda, Porto Alegre, 1994 .

GATES, Bill. **A Estrada do Futuro**. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.

GOMES, Luis Souza. **América Latina: seus aspectos, sua história, seus problemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1966.

HAWKINS, Jan . **O uso de novas tecnologias na educação** - In. Rev. TB, Rio de Janeiro, 120: 57/70, jan. mar., 1995.

HIRATSUKA, Tei Peixoto. Contribuições da Ergonomia e do Desing na Concepção de Interfaces Multimídia. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Faculdade de Engenharia de Produção, UFSC. Florianópolis-SC, 1996.

História em Revista. **A era dos reis divinos**. Rio de Janeiro: Cidade Cultural Ltda, 1989.

HOWARTH, Eva. **Breve história da arte: Antigo Egito**. Lisboa: Editorial Presença, 1993.

IIDA, Itiro **Ergonomia: projeto e produção**. São Paulo: Edgar Blücher Ltda, 1990.

JONASSEN, D. H. & WANG, S.M. – **The Physics Tutor: Integrating Hypertext and Expert Systems**. Journal of educational Technology Systems. Vol. 22(1), 1993.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: ed. 34, 1998.

LITWIN, Edith. **Tecnologia Educacional: política, histórias e propostas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

LOCATIS, C., et al. Hypermedia and instruction. Education Technology Research and Development, 37(4), 65-77, 1989.

LORENZATTO, S. **Por que não ensinar geometria?** In A Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, nº. 4, pp.3-13, 1995.

MARSHALL, C.C. **Exploring representation problems using hypertext.** *Hypertext'87 Proceedings* (p. 253-268). New York: Association for Computing Machinery Press. 1987.

MARTIN, James. **Hiper documentos e como criá -los.** Rio de Janeiro: Campus, 1992.

MILLER, G. A. **The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information.** *Psychology Review*, 63, 81-87. 1956.

MORAES, Anamaria de, SOARES, Marcelo M. **Ergonomia no Brasil e no mundo: um quadro, uma fotografia.** Rio de Janeiro, Univerta/ABERGO, 1989.

MORAN, José Manuel. **Novas Tecnologias e o Reencantamento do Mundo.** In: *Tecnologia Educacional* vol. 23, n. 126, p. 24-26, Rio de Janeiro, 1995.

MORAN, José Manuel. **Mudar a forma de ensinar e de aprender com tecnologias.** [Online].<http://www.eca.usp.br/prof/moran/uber.htm> Acessado em 05/06/2000.

MOTTA, Alexandre. **Desenvolvimento dos Conteúdos de Cilindro, Cone e Esfera para um Ambiente Hipermídia voltado à Geometria.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, 2000.

NIELSON, J. **Hypertext and hypermedia** Boston: Academic Press. 1990.

PALUMBO, D.B., BERMÚDEZ, A. B. **Using Hypermedia to Assist Language Minority Learners in Achieving Academic Success.** *Multimedia and Megachange: New Roles for Educational Computing* (p. 171-188). New York: The Haworth Press. 1994.

Parâmetros Curriculares Nacionais (1997). Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: 142 p.

Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias (1999). Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: 114 p.

PAVANELO, R. M. O Abandono do Ensino de Geometria no Brasil: Causas e Consequências. In Zetetiké, UNICAMP, nº. 1, 1993.

PEREIRA, J.H.B. Desenvolvimento de um Ambiente Hipermídia para o ensino da Geometria Plana – Módulo Polígono. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis-SC, 2001.

PEREZ, G. Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino da Geometria para as camadas populares (1º. e 2º. graus), tese de doutorado, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1991.

RASKIN, J. The hype in hypertext: A critique. *Hypertext'87 Proceedings* (p. 325-330). New York: Association for Computing Machinery Press. 1987.

RHÉAUME, J. L'enseignement des hypermédiyas pedagogiques. In: Actes Hypermédiyas et Apprentissages. Paris: INPR, 1993.

SANTOS, Anamelea de C. P. Luiz dos. Tecnologia e ensino: céticos ou otimistas? Por uma visão pró-ativa.

[Online]. <http://www.divertire.com.br/artigos/anamelea1.htm> Acessado em 05/06/2000.

SANTOS, Maria das Graças Vieira Proença dos. História da Arte. 7 Ed. São Paulo: Ática, 1996.

SANTOS, Neri dos. etti. all. Antropotecnologia: A Ergonomia dos Sistemas de Produção. Curitiba: Gênesis, 1997.

SILVA, C. R. de O. **Bases pedagógicas e ergonômicas para concepção e avaliação de produtos educacionais informatizados.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis-SC, 1998.

SOUZA, Renato José de. **Ergonomia no projeto do trabalho em organizações: o enfoque macroergonômico.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis-SC, 1994.

SPERANDIO, J.C. **Lérgonomie du travail mental**. Paris: Masson, 1988.

SMITH, L. H. & RENZULLI, J. S. **Learning style preferences: A practical approach for teachers.** Theory into Practice, 23 (1), 44-50. 1984.

STRUJK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1992.

VANZIN, Tarcísio & ULBRICHT, Vânia Ribas. Geometria e Hipermídia. Graphica, 2001, p.6

WISNER, Alain. **Por dentro do trabalho. Ergonomia: método & técnica.** São Paulo: FTD/Oboré, 1987.

WENGER, E. **Artificial Intelligence and Tutoring Systems.** Addison-Wesley Publishing Company.1987.

ZUCHI, Ivanete. **O desenvolvimento de um protótipo de sistema especialista baseado em técnicas de RPG para o ensino de matemática.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis-SC, 2000.

