Função

IDÉIA INTUITIVA DE FUNÇÃO

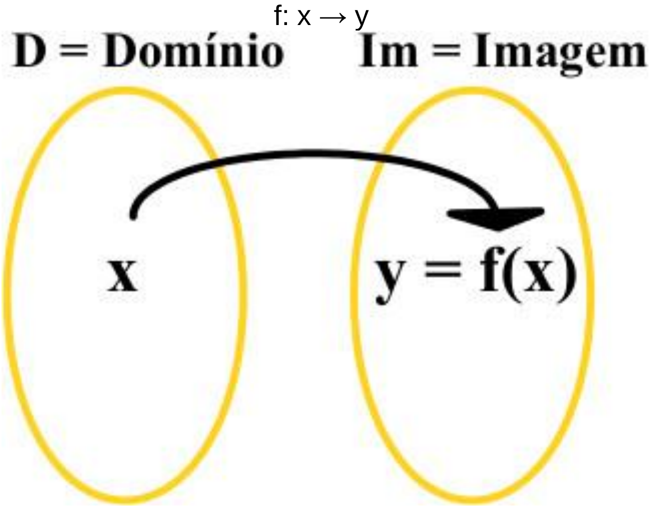
O conceito de função é um dos mais importantes da matemática. Ele está sempre presente na relação entre duas grandezas variáveis. Assim são exemplos de funções:
- O valor a ser pago numa corrida de táxi é função do espaço percorrido;
- A área de um quadrado é função da medida do seu lado;
- Em um termômetro, a temperatura é dada em função do comprimento da coluna de mercúrio.

Definição

Sejam A e B conjuntos diferentes do vazio. Uma relação f de A em B é função se, e somente se, todo elemento de A estiver associado através de f a um único elemento de B.
Usaremos a notação f : A → B para indicar que f é função de A em B.

A **função** determina uma relação entre os elementos de dois conjuntos. Podemos defini-la utilizando uma lei de formação, em que, para cada valor de x, temos um valor de f(x). Chamamos x de domínio e f(x) ou y de imagem da função.
A formalização matemática para a definição de função é dada por: *Seja X um conjunto com elementos de x e Y um conjunto dos elementos de y, temos que:*

f: x → y



Assim sendo, cada elemento do conjunto x é levado a um único elemento do conjunto y. Essa ocorrência é determinada por uma lei de formação.
A partir dessa definição, é possível constatar que x é a variável independente e que y é a variável dependente. Isso porque, em toda função, para encontrar o valor de y, devemos ter inicialmente o valor de x.

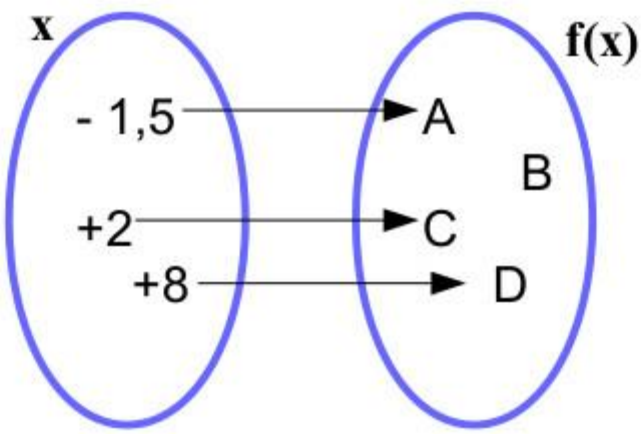
Tipos de funções

As funções podem ser classificadas em três tipos, a saber:

- **Função injetora ou injetiva**

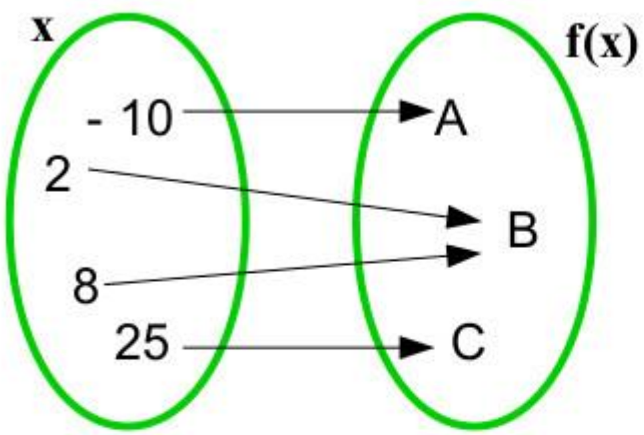
Nessa função, cada elemento do domínio (x) associa-se a um único elemento da imagem f(x). Todavia, podem existir elementos do contradomínio que não são imagem. Quando isso acontece, dizemos que o contradomínio e imagem são diferentes. Veja um exemplo:

- Conjunto dos elementos do domínio da função: D(f) = {-1,5, +2, +8}
- Conjunto dos elementos da imagem da função: Im(f) = {A, C, D}
- Conjunto dos elementos do contradomínio da função: CD(f) = {A, B, C, D}



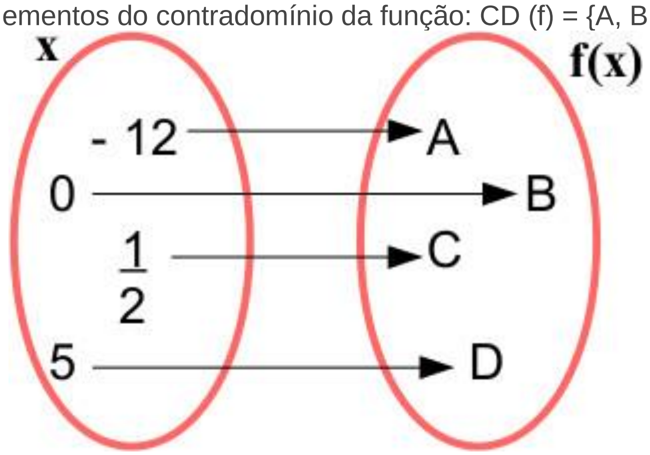
- **Função Sobrejetora ou sobrejetiva**

  Na função sobrejetiva, todos os elementos do domínio possue um elemento na imagem. Pode acontecer de dois elementos do domínio possuírem a mesma imagem. Nesse caso, imagem e contradomínio possuem a mesma quantidade de elementos.
- Conjunto dos elementos do domínio da função: D(f) = {-10, 2, 8, 25}
- Conjunto dos elementos da imagem da função: Im (f) = {A, B, C}
- Conjunto dos elementos do contradomínio da função: CD (f) = {A, B, C}

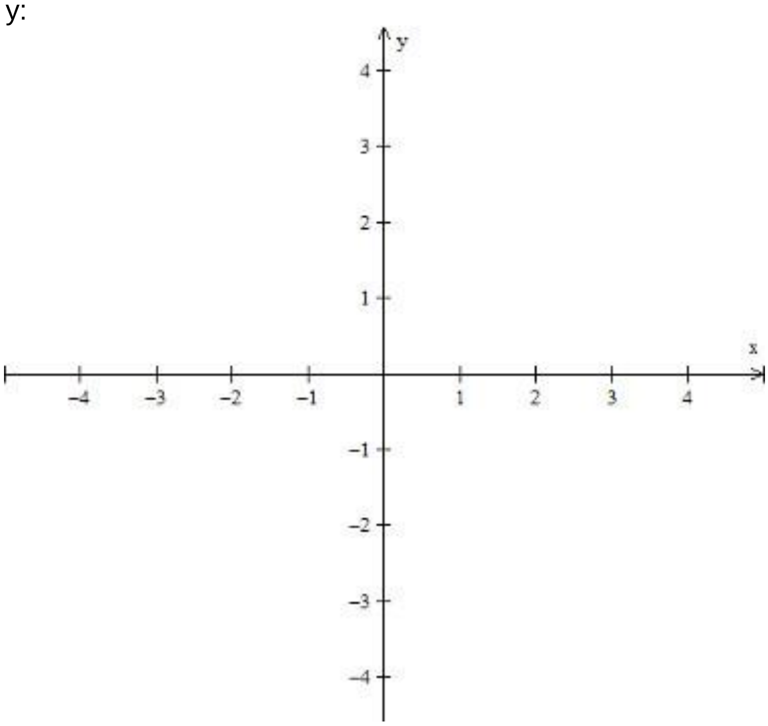


- **Função bijetora ou bijetiva**

  Essa função é ao mesmo tempo injetora e sobrejetora, pois, cada elemento de x relaciona-se a um único elemento de f(x). Nessa função, não acontece de dois números distintos possuírem a mesma imagem, e o contradomínio e a imagem possuem a mesma quantidade de elementos.
- Conjunto dos elementos do domínio da função: D(f) = {-12, 0, $\frac{1}{2}$, 5}
- Conjunto dos elementos da imagem da função: Im (f) = {A, B, C, D}
- Conjunto dos elementos do contradomínio da função: CD (f) = {A, B, C, D}



As funções podem ser representadas graficamente. Para que isso seja feito, utilizamos duas coordenadas, que são x e y. O plano desenhado é bidimensional. A coordenada x é chamada de abscissa e a y, de ordenada. Juntas em funções, elas formam leis de formação. Veja a imagem do gráfico do eixo x e y:



1 - Função constante

Na função constante, todo valor do domínio (x) tem a mesma imagem (y).

Fórmula geral da função constante:

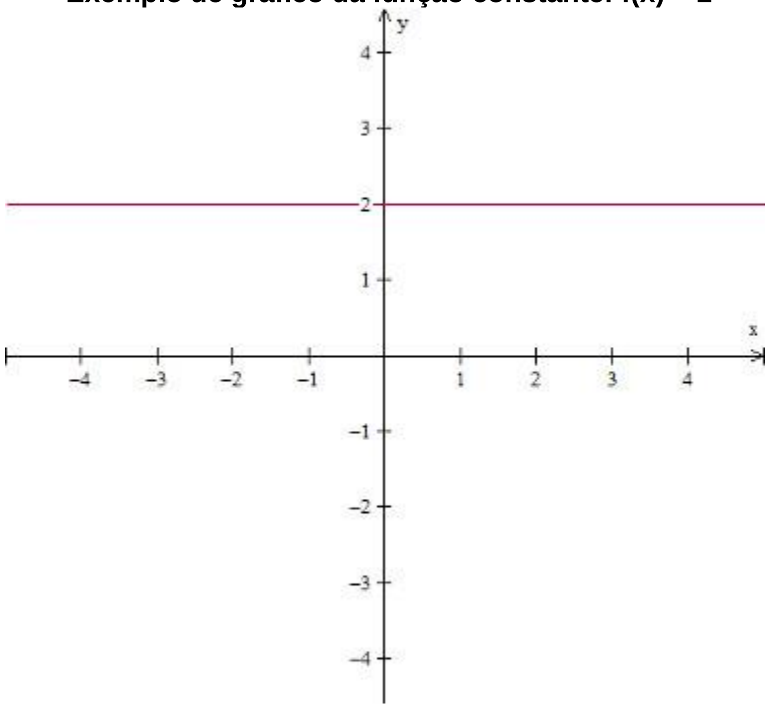
f(x) = c

x = Domínio

f(x) = Imagem

c = constante, que pode ser qualquer número do **conjunto dos reais**.

Exemplo de gráfico da função constante: f(x) = 2



2 – Função Par

A **função par** é simétrica em relação ao eixo vertical, ou seja, à ordenada y. Entenda simetria como sendo uma figura/gráfico que, ao dividi-la em partes iguais e sobrepô-las, as partes coincidem-se perfeitamente.

Fórmula geral da função par:

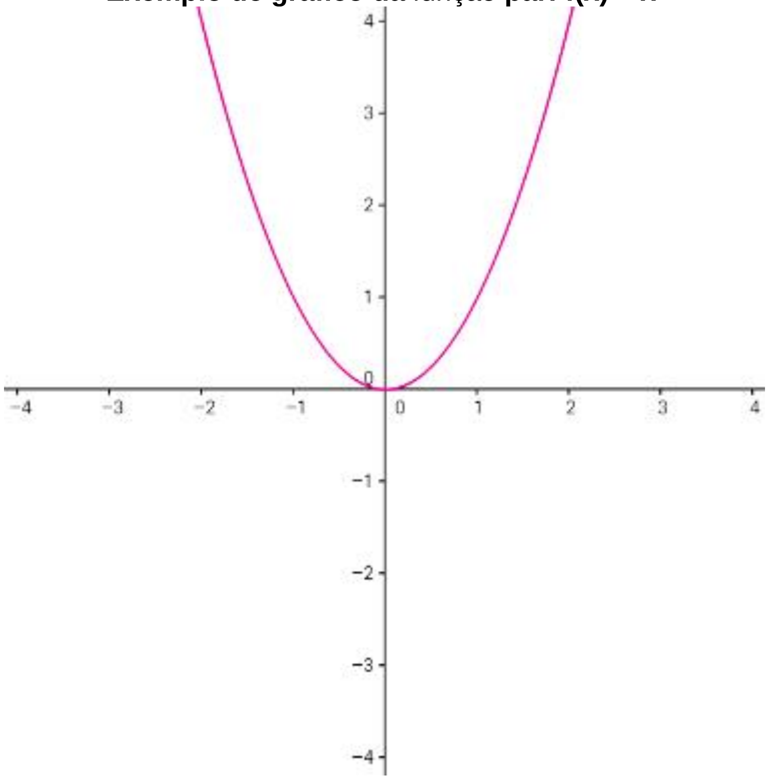
f(x) = f(- x)

x = domínio

f(x) = imagem

- x = simétrico do domínio

Exemplo de gráfico da função **par: f(x) = x**^{2}



3 – Função ímpar

A **função ímpar** é simétrica (figura/gráfico que, ao dividi-la em partes iguais e sobrepô-las, as partes coincidem-se perfeitamente) em relação ao eixo horizontal, ou seja, à abscissa x.

Fórmula geral da função ímpar

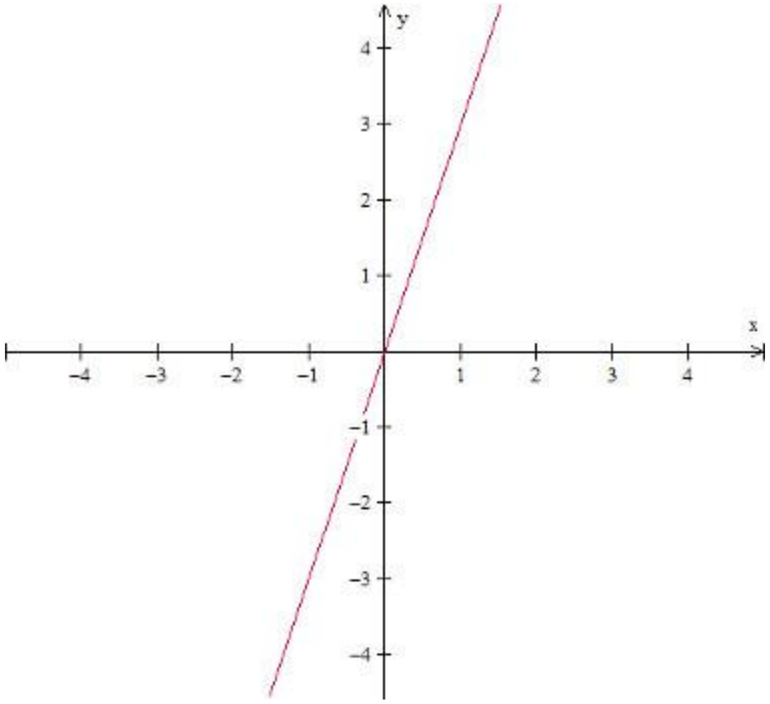
f(– x) = – f(x)

– **x** = domínio

f(– x) = imagem

- f(x) = simétrico da imagem

Exemplo de gráfico da função ímpar: f(x) = 3x



4 – Função afim ou polinomial do primeiro grau

Para saber se uma **função é polinomial do primeiro grau**, devemos observar o maior grau da variável x (termo desconhecido), que sempre deve ser igual a 1. Nessa função, o gráfico é uma reta. Além disso, ela possui: domínio **x**, imagem **f(x)** e coeficientes **a** e **b**.

Fórmula geral da função afim ou polinomial do primeiro grau

f(x) = ax + b

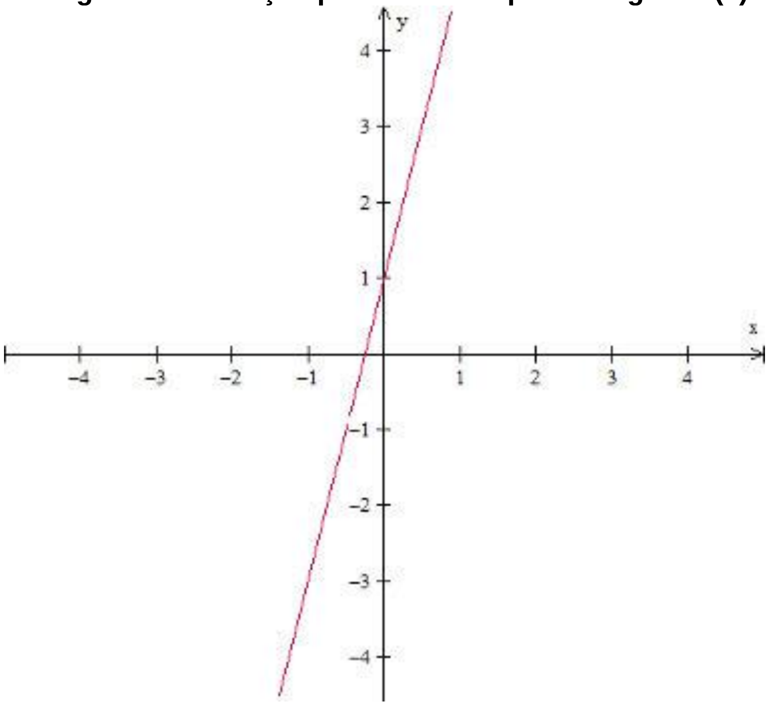
x = domínio

f(x) = imagem

a = coeficiente

b = coeficiente

Exemplo de gráfico da função polinomial do primeiro grau: f(x) = 4x + 1



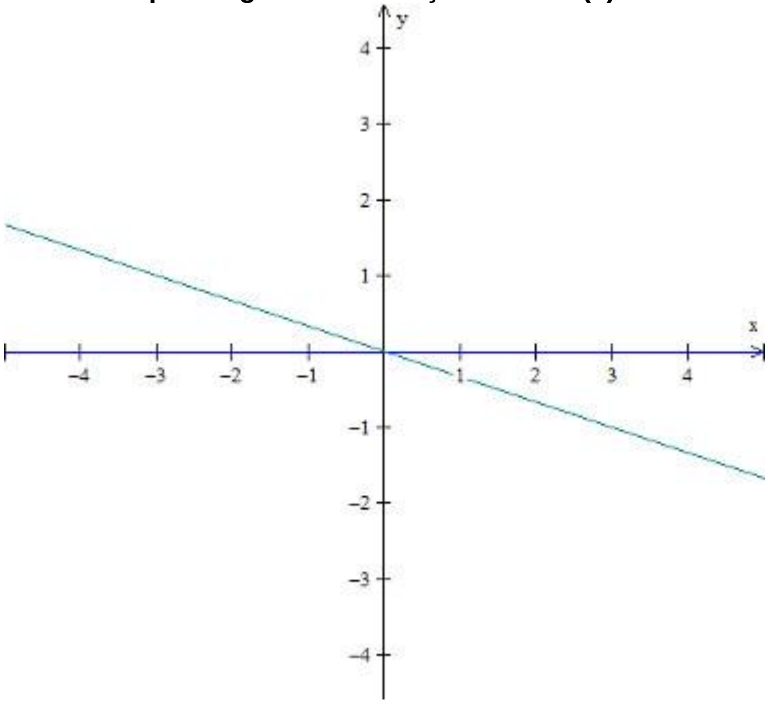
5 – Função Linear

A **função linear** tem sua origem na função do primeiro grau (f(x) = ax + b). Trata-se de um caso particular, pois b sempre será igual a zero.

Fórmula geral da função linear

f(x) = ax

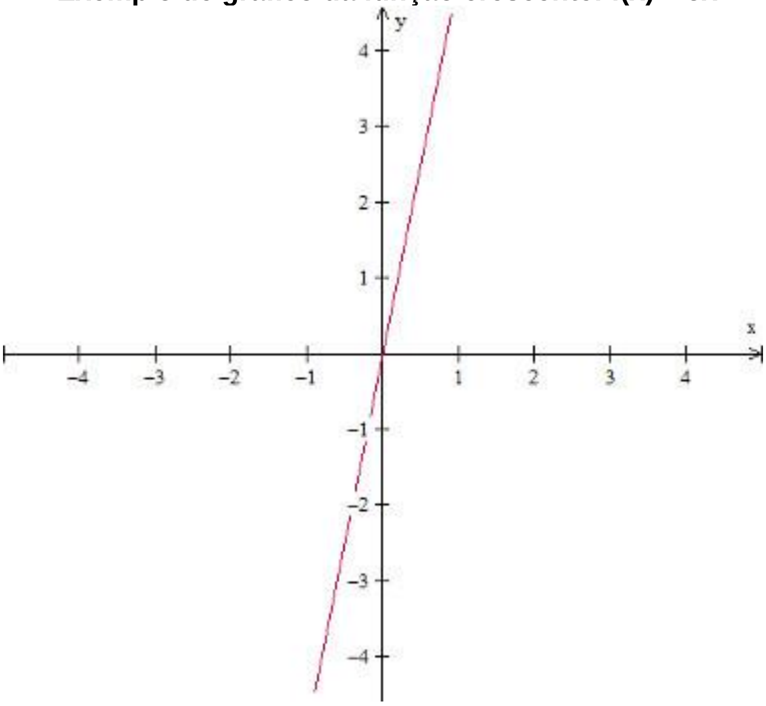
x = domínio
f(x) = imagem
a = coeficiente
Exemplo de gráfico da função linear: f(x) = -x/3



6 – Função crescente

A função polinomial do primeiro grau será **crescente** quando o coeficiente **a** for diferente de zero e maior que um **(a > 1)**.

Fórmula geral da função crescente
***f(x)* = + *ax* + b**
x = domínio
f(x) = imagem
a = coeficiente sempre positivo
b = coeficiente
Exemplo de gráfico da função crescente: f(x) = 5x



7 – Função decrescente

Na função decrescente, o coeficiente **a** da função do primeiro grau (f(x) = ax + b) é sempre negativo.

Fórmula geral da função decrescente

***f(x)* = - *ax* + b**

x= domínio/ incógnita

f(x) = imagem

- a = coeficiente sempre negativo

b = coeficiente

Exemplo de gráfico da função decrescente: f(x) = - 5x

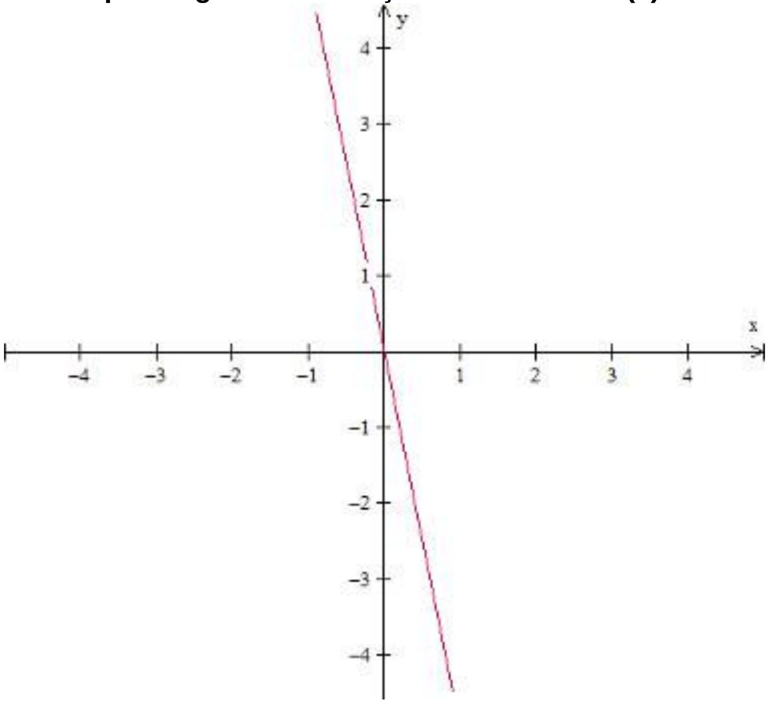
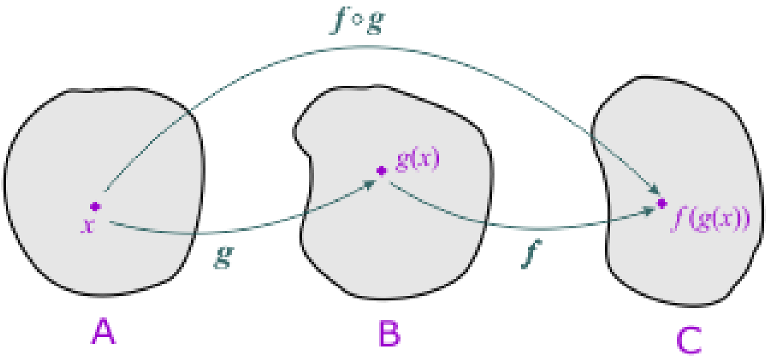


Gráfico de uma função do 1º grau.

FUNÇÃO COMPOSTA E FUNÇÃO INVERSA – RESUMO TEÓRICO E EXERCÍCIOS

Função Composta

Definição: Sejam as funções f e g tais que: g: A → B e f: B → C. Definimos a composta de **f** com **g** e denotamos por $f_o g$ (lê-se **f "bola" g**), à função dada por $(f_o g)(x) = f(g(x))$. A função h(x) = f(g(x)) é então denominada ***função composta de f com g***, aplicada em x.



Exemplos:

1) Dadas as funções $f(x) = 2x - 3$ e $g(x) = x^2 + 2$, calcular:

a) $f_o g(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 2) = 2(x^2 + 2) - 3 = 2x^2 + 4 - 3 = 2x^2 + 1$.

b) $g_o f(x) = g(f(x)) = g(2x - 3) = (2x - 3)^2 + 2 = 4x^2 - 12x + 9 + 2 = = 4x^2 - 12x + 11$.

c) $f_o f(x) = f(f(x)) = f(2x - 3) = 2(2x - 3) - 3 = 4x - 6 - 3 = 4x - 9$.

Função Inversa

Dada a função f: A em B, chama-se função inversa de f, indicada por $f^{-1}(x)$, a função f^{-1}: B em A que associa cada y de B ao elemento x de A, tal que $y = f(x)$.

OBS.:
1) Apenas as funções bijetoras admitem função inversa.

2) Regra Prática para obtenção de uma Função Inversa:
•Trocar $f(x)$ ou a função que está representada por y.
•Trocar x por y e y por x.
•Isolar y para representá-lo como função de x.
•Trocar y por $f^{-1}(x)$.

Exemplo:

1) Obter a função inversa da função $f(x) = 3x - 2$.

$f(x) = 3x - 2$
$y = 3x - 2$
$x = 3y - 2$
$3y = x + 2$
$y = (x + 2)/3$
$\boldsymbol{f^{-1}(x) = (x + 2)/3}$

Exercícios:

1 - Dada a função $f(x) = \dfrac{2x+3}{3x-5}$, determine o valor de $f^{-1}\left(\dfrac{2}{7}\right)$.

Solução. Calculando a inversa de f(x), temos:

i) Trocando "y" por "x": $\boxed{x = \frac{2y+3}{3y-5}}$

ii) Expressando y = f^{-1}(x): $\boxed{x = \frac{2y+3}{3y-5} \Rightarrow 3xy - 5x = 2y + 3 \Rightarrow 3xy - 2y = 5x + 3 \Rightarrow y = \frac{5x+3}{3x-2}}$

OBS: 3xy – 2y = y(3x – 2y). Fatoração por evidência.

iii) Calculando $f^{-1}\left(\frac{2}{7}\right)$: $\boxed{f^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{5\left(\frac{2}{7}\right)+3}{3\left(\frac{2}{7}\right)-2} = \frac{\frac{10}{7}+3}{\frac{6}{7}-2} = \frac{\frac{10+21}{7}}{\frac{6-14}{7}} = \frac{31}{7} \times \frac{7}{-8} = -\frac{31}{8}}$

2 – (Centec-BA) Considerem-se as funções $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2$. Determine a soma das raízes da equação $f(g(x)) + g(f(x)) - 14 = 0$.

Solução. Calculando as compostas, temos:

i) $\boxed{f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1}$ **ii)** $\boxed{g(f(x)) = g(x+1) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1}$

Substituindo na equação e encontrando a soma das raízes, temos:

$$\boxed{\begin{array}{l} f(g(x)) + g(f(x)) - 14 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 + x^2 + 2x + 1 - 14 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 0 \to (\div 2) \\ x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow S = (-3) + (2) = -1 \end{array}}$$

3 – Dada as funções $f(x) = 5x$ e $g(x) = 3x + 2$, calcule :

a) $f(g(3))$ b) $g(f(-1))$ c) $f(g(0)) + g(f(1))$ d) $g^{-1}(x) + f^{-1}(x)$

Solução. Aplicando em cada caso a composta ou inversa, temos:

a) $\boxed{f(g(3)) = f(3.(3)+2) = f(11) = 5(11) = 55}$

b) $\boxed{g(f(-1)) = g(5.(-1)) = g(-5) = 3.(-5) + 2 = -15 + 2 = -13}$

c) $\boxed{f(g(0)) + g(f(1)) = f(3.(0)+2) + g(5.(1)) = f(2) + g(5) = 5.(2) + 3.(5) + 2 = 10 + 17 = 27}$

d) $\boxed{g(x) = 3x + 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 3y + 2 \to (troca) \\ g^{-1}(x) = y = \frac{x-2}{3} \end{cases}}$ $\boxed{f(x) = 5x \Rightarrow \begin{cases} x = 5y \to (troca) \\ f^{-1}(x) = y = \frac{x}{5} \end{cases}}$

Logo, $\boxed{g^{-1}(x) + f^{-1}(x) = \frac{x-2}{3} + \frac{x}{5} = \frac{5x - 10 + 3x}{15} = \frac{8x-10}{15}}$

4 – Dada a função $f(x) = x^3 + 1$, determine sua inversa.

Solução. Aplicando o mesmo procedimento, temos: $\boxed{f(x) = x^3 + 1 \Rightarrow \begin{cases} x = y^3 + 1 \to (troca) \\ f^{-1}(x) = y = \sqrt[3]{x-1} \end{cases}}$

5 – O gráfico de uma função de 1º. Grau passa pelos pontos (-3, 4) e (3, 0). Determine $f^{-1}(2)$.

Solução. O gráfico é uma reta. Com os dois pontos indicados, podemos encontrar a equação da forma y = ax + b, onde "a" é o coeficiente angular e "b" o linear.

$$i)\begin{cases} P=(-3,4) \\ Q=(3,0) \end{cases} \Rightarrow a=\frac{4-0}{-3-3}=\frac{4}{-6}=-\frac{2}{3}$$

$$ii)\begin{cases} f(x)=ax+b \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}x+b \\ Ponto: Q \to f(3)=0 \Rightarrow 0=-\frac{2}{3}(3)+b \Rightarrow b=2 \end{cases} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}x+2$$

Calculando a inversa, temos:

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+2 \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{2}{3}y+2 \to (troca) \\ 3x=-2y+6 \Rightarrow f^{-1}(x)=y=\frac{-3x+6}{2} \end{cases}$$

$$Logo,\ f^{-1}(2)=\frac{-3.(2)+6}{2}=\frac{-6+6}{0}=0$$

6 – Sendo $f(x)=x^2-2$, determine o valor de x para que $f(x)=f(x+1)$.

Solução. Encontrando f(x + 1) e resolvendo a equação pedida, temos:

$$\begin{cases} f(x)=x^2-2 \\ f(x+1)=(x+1)^2-2=x^2+2x+1-2 \end{cases} \Rightarrow x^2-2=x^2+2x+1-2 \Rightarrow 2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$$

OBS: Se f(f(x)) = x, então significa que a inversa de f(x) é ela mesma: f(x) = f^{-1}(x).

7 – Se $f(x)=\frac{x+1}{x-1}, com\ (x \neq 1)$, determine $f(f(x))$.

Solução. É pedido a aplicação da função sobre si mesma.

$$f(x)=\frac{x+1}{x-1} \Rightarrow f(f(x))=f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=\frac{\frac{x+1}{x-1}+1}{\frac{x+1}{x-1}-1}=\frac{\frac{x+1+x-1}{x-1}}{\frac{x+1-x+1}{x-1}}=\frac{\frac{2x}{x-1}}{\frac{2}{x-1}}=\frac{2x}{x-1}\times\frac{x-1}{2}=x$$

8 – Se $f(x)=3x+1\ \ e\ \ fog(x)=2x-1$, determine $g(x)$.

Solução. Utilizando a lei de formação de f(x) para g(x), temos: f(g(x)) = 3.(g(x)) + 1. Mas a composta já foi informada. Logo podemos igualar as compostas:

$$\begin{cases} f(g(x))=3.g(x)+1 \\ f(g(x))=2x-1 \end{cases} \Rightarrow 3.g(x)+1=2x-1 \Rightarrow 3.g(x)=2x-1-1 \Rightarrow g(x)=\frac{2x-2}{3}$$

9 – Sejam $f(x)=2x-1\ \ e\ \ g(x)=x+1$. Então $g(f(2))$.

Solução. Calculando as compostas, temos:

i) f(2) = 2(2) – 1 = 4 – 1 = 3

ii) g(f(2)) = g(3) = 3 + 1 = 4

10 – Seja $f(x)=\frac{2x-3}{5}$, determine o valor de x, sabendo que $f^{-1}(x)=\frac{7}{2}$

Solução. Calculando a inversa pelo procedimento já utilizado, temos:

$$f(x)=\frac{2x-3}{5}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2y-3}{5}\rightarrow(troca)\\ 5x=2y-3\Rightarrow f^{-1}(x)=y=\dfrac{5x+3}{2}\end{cases}$$

. Igualando ao valor indicado e resolvendo a equação, temos:

$$\begin{cases}f^{-1}(x)=\dfrac{5x+3}{2}\\ f^{-1}(x)=\dfrac{7}{2}\end{cases}\Rightarrow\frac{5x+3}{2}=\frac{7}{2}\Rightarrow 5x+3=7\Rightarrow 5x=4\Rightarrow x=\frac{4}{5}$$

11- (UFBA) Sendo $f(x)=100x+3$, calcule $\dfrac{f(10^{-8})-f(10^{3})}{10^{-8}-10^{3}}$.

Solução. Calculando as potências em separado, temos:

$$\begin{aligned}&i)\ f(10^{-8})=100(10^{-8})+3=10^{2}.10^{-8}-3\\ &ii)\ f(10^{3})=100(10^{3})+3=10^{2}.10^{3}-3\end{aligned}$$

Calculando a expressão pedida, vem:

$$\frac{f(10^{-8})-f(10^{3})}{10^{-8}-10^{3}}=\frac{10^{2}.10^{-8}+3-10^{2}.10^{3}-3}{10^{-8}-10^{3}}=\frac{10^{2}.(10^{-8}-10^{3})}{10^{-8}-10^{3}}=10^{2}=100$$

12- Dadas as funções $f(x)=1-2x$ e $g(x)=2x+k$, determine o valor de **k** para que $f(g(x))=g(f(x))$.

Solução. Calculando as compostas e igualando, temos:

$$i)\begin{cases}f(g(x))=f(2x+k)=1-2(2x+k)=1-4x-2k\\ g(f(x))=g(1-2x)=2.(1-2x)+k=2-4x+k\end{cases}$$

$$ii)\ f(g(x))=g(f(x))\Rightarrow 1-4x-2k=2-4x+k\Rightarrow -3k=1\Rightarrow k=-\frac{1}{3}$$

Mais sobre Função do 1º Grau

O estudo das funções é importante, uma vez que elas podem ser aplicadas em diferentes circunstâncias: nas engenharias, no cálculo estatístico de animais em extinção, etc.

O significado de função é intrínseco à matemática, permanecendo o mesmo para qualquer tipo de função, seja ela do 1° ou do 2° grau, ou uma função exponencial ou logarítmica. Portanto, a função é utilizada para relacionar valores numéricos de uma determinada expressão algébrica de acordo com cada valor que a variável x assume.

Sendo assim, a função do 1° grau relacionará os valores numéricos obtidos de expressões algébricas do tipo (**ax + b**), constituindo, assim, a função **f(x) = ax + b.**

Note que para definir a função do 1° grau, basta haver uma expressão algébrica do 1° grau. Como dito anteriormente, o objetivo da função é relacionar para cada valor de x um valor para o f(x).

Vejamos um exemplo para a função f(x)= x – 2.

x = 1, temos que f(1) = 1 – 2 = –1

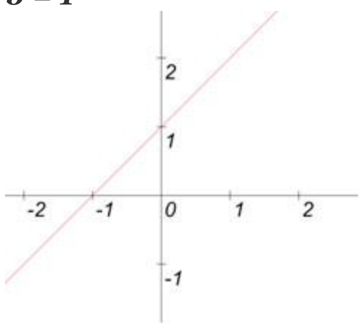
x = 4, temos que f(4) = 4 – 2 = 2

Note que os valores numéricos mudam conforme o valor de x é alterado, sendo assim obtemos diversos pares ordenados, constituídos da seguinte maneira: (x, f(x)). Veja que para cada coordenada x, iremos obter uma coordenada f(x). Isso auxilia na construção de gráficos das funções.
Portanto, para que o estudo das funções do 1° grau seja realizado com sucesso, compreenda bem a construção de um gráfico e a manipulação algébrica das incógnitas e dos coeficientes.

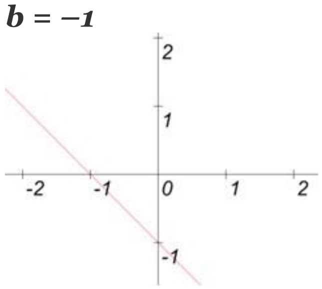
Coeficiente Linear de uma Função do 1º Grau

As funções do tipo $f(x) = y = ax + b$, com a e b números reais e $a \neq 0$, são consideradas do 1º grau. Ao serem representadas no plano cartesiano, constituem uma reta crescente ou decrescente. E no caso de $a = 0$, a função é chamada de constante.
Uma função possui pontos considerados essenciais para a composição correta de seu gráfico, e um desses pontos é dado pelo coeficiente linear da reta representado na função pela letra b, que indica por qual ponto numérico a reta intercepta o eixo das ordenadas (y).
Nas funções a seguir, observe o valor numérico do coeficiente linear e o gráfico representativo da função:

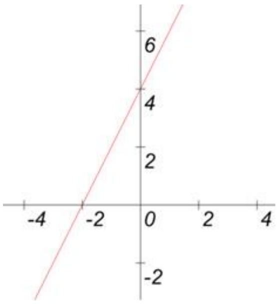
$y = x + 1$
$b = 1$



$y = -x - 1$
$b = -1$



$y = 2x + 4$
$b = 4$

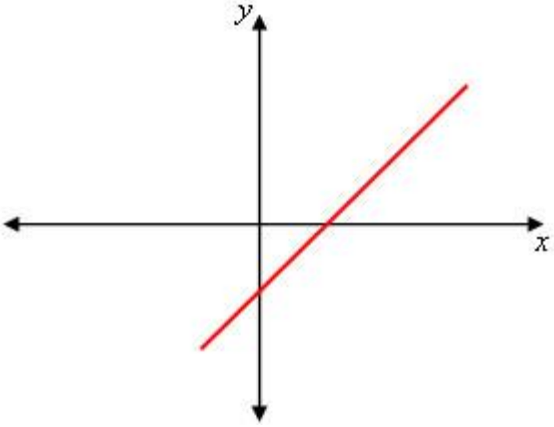


y = 2x – 4
b = – 4

1. Estudo dos Sinais

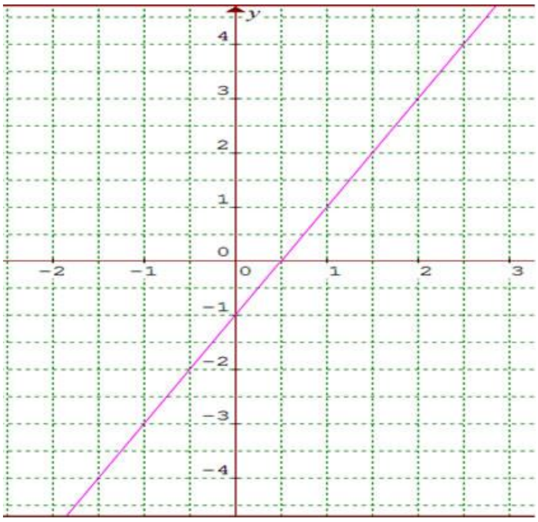
Definimos função como relação entre duas grandezas representadas por x e y. No caso de uma função do 1º grau, sua lei de formação possui a seguinte característica: ***y = ax + b*** ou ***f(x) = ax + b***, onde os coeficientes a e b pertencem aos reais e diferem de zero. Esse modelo de função possui como representação gráfica a figura de uma reta, portanto, as relações entre os valores do domínio e da imagem crescem ou decrescem de acordo com o valor do coeficiente a. Se o coeficiente possui sinal positivo, a função é crescente, e caso ele tenha sinal negativo, a função é decrescente.

Função Crescente – a > 0

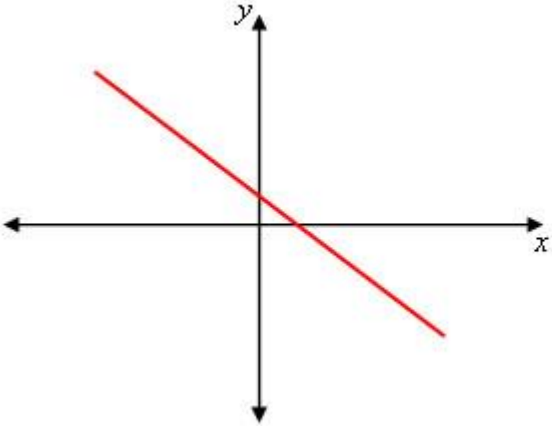


Na função crescente, à medida que os valores de x aumentam, os valores de y também aumentam; ou, à medida que os valores de x diminuem, os valores de y diminuem. Observe a tabela de pontos e o gráfico da função ***y = 2x – 1***.

x	y
-2	-5
-1	-3
0	-1
1	1
2	3

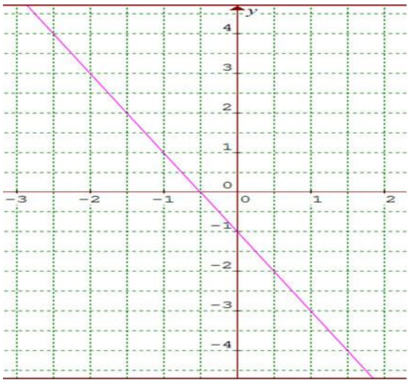


Função Decrescente – a < 0



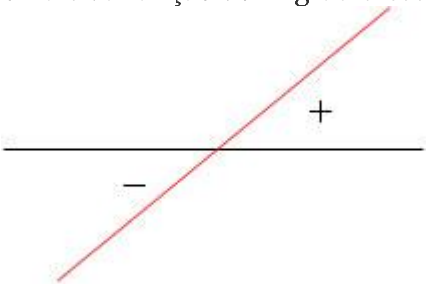
No caso da função decrescente, à medida que os valores de x aumentam, os valores de y diminuem; ou, à medida que os valores de x diminuem, os valores de y aumentam. Veja a tabela e o gráfico da função $y = -2x - 1$.

x	y
-2	3
-1	1
0	-1
1	-3
2	-5

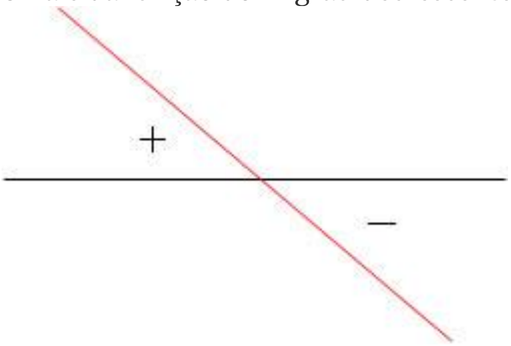


De acordo as análises feitas sobre as funções crescentes e decrescentes do 1º grau, podemos relacionar seus gráficos aos sinais. Veja:

Sinais da função do 1º grau crescente



Sinais da função do 1º grau decrescente

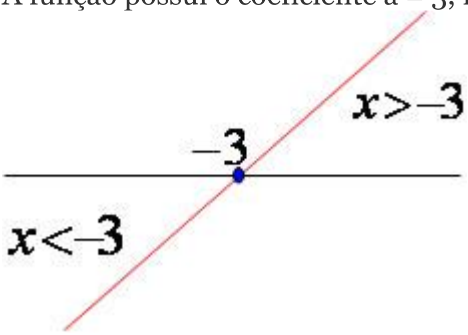


Exemplo:

Determine os sinais da função y = 3x + 9.

Fazendo y = 0 – cálculo da raiz da função

3x + 9 = 0
3x = –9
x = –9/3
x = – 3
A função possui o coeficiente a = 3, no caso maior que zero, portanto, a função é crescente.



2. Gráfico de Função do 1º grau

Toda função pode ser representada graficamente, e a função do 1º grau é formada por uma reta. Essa reta pode ser crescente ou decrescente, dependendo do sinal de **a**.

Quando a > 0

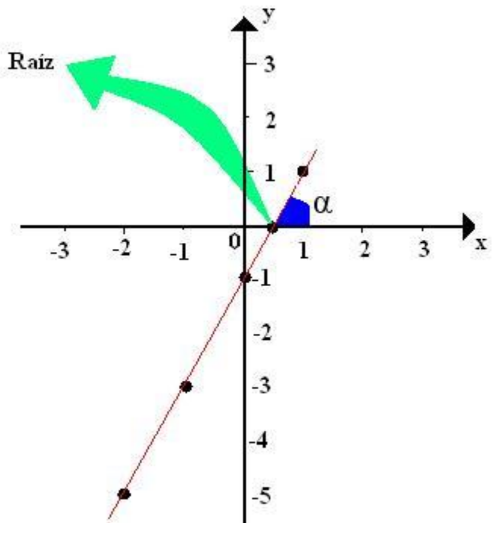
Isso significa que a será positivo. Por exemplo, dada a função: f(x) = 2x – 1 ou
y = 2x - 1, onde a = 2 e b = -1. Para construirmos seu gráfico devemos atribuir valores reais para x, para que possamos achar os valores correspondentes em y.

x	y
- 2	- 5
- 1	- 3
0	- 1
1 / 2	0
1	1

Podemos observar que conforme o valor de x aumenta o valor de y também aumenta, então dizemos que quando a > 0 a função é crescente.

Com os valores de x e y formamos as coordenadas, que são pares ordenados que colocamos no plano cartesiano para formar a reta. Veja:

No eixo vertical colocamos os valores de y e no eixo horizontal colocamos os valores de x.



Quando a < 0

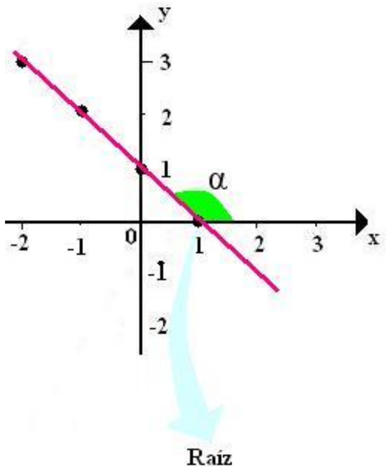
Isso indica que a será negativo. Por exemplo, dada a função f(x) = - x + 1 ou
y = - x + 1, onde a = -1 e b = 1. Para construirmos seu gráfico devemos atribuir valores reais para x, para que possamos achar os valores correspondentes em y.

x	y
-2	3
-1	2
0	1
1	0

Podemos observar que conforme o valor de x aumenta o valor de y diminui, então dizemos que quando a < 0 a função é decrescente.

Com os valores de x e y formamos as coordenadas que são pares ordenados que colocamos no plano cartesiano para formar a reta. Veja:

No eixo vertical colocamos os valores de y e no eixo horizontal colocamos os valores de x.



Características de um gráfico de uma função do 1º grau.

• Com a > 0 o gráfico será crescente.

• Com a < 0 o gráfico será decrescente.

• O ângulo α formado com a reta e com o eixo x será agudo (menor que 90°) quando a > 0.

• O ângulo α formado com reta e com o eixo x será obtuso (maior que 90º) quando a < 0.

• Na construção de um gráfico de uma função do 1º grau basta indicar apenas dois valores pra x, pois o gráfico é uma reta e uma reta é formada por, no mínimo, 2 pontos.

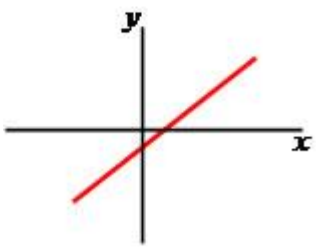
• Apenas um ponto corta o eixo x, e esse ponto é a raiz da função.

• Apenas um ponto corta o eixo y, esse ponto é o valor de b.

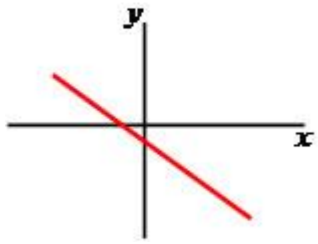
3. Raiz de uma Função do 1º Grau

As funções do tipo $y = ax + b$ ou $f(x) = ax + b$, onde a e b assumem valores reais e a ≠ 0 são consideradas funções do 1º grau. Esse modelo de função possui como representação geométrica a figura de uma reta, sendo a posição dessa reta dependente do valor do coeficiente a. Observe:

Função crescente: a > 0.

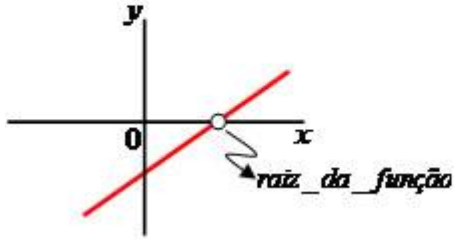


Função decrescente: a < 0.



Raiz da função

Calcular o valor da raiz da função é determinar o valor em que a reta cruza o eixo x, para isso consideremos o valor de y igual a zero, pois no momento em que a reta intersecta o eixo x, y = 0. Observe a representação gráfica a seguir:



Podemos estabelecer uma formação geral para o cálculo da raiz de uma função do 1º grau, basta criar uma generalização com base na própria lei de formação da função, considerando y = 0 e isolando o valor de x (raiz da função). Veja:

y = ax + b
y = 0
ax + b = 0
ax = –b
x = –b/a
Portanto, para calcularmos a raiz de uma função do 1º grau, basta utilizar a expressão x = x = –b/a.

Exemplo 1

Calcule a raiz da função y = 2x – 9, esse é o momento em que a reta da função intersecta o eixo x.

Resolução:
x = –b/a
x = –(–9)/2
x = 9/2
x = 4,5

Exemplo 2

Dada a função f(x) = –6x + 12, determine a raiz dessa função.

Resolução
x = –b/a

$x = -12 / -6$

$x = 2$

Exercicios:

1.Faça o gráfico das funções de primeiro grau definidas de R em R:

a) f(x) = x+3

b) g(x) = -x+3

c) h(x) = 3x-4

d) r(x) = -2x+2

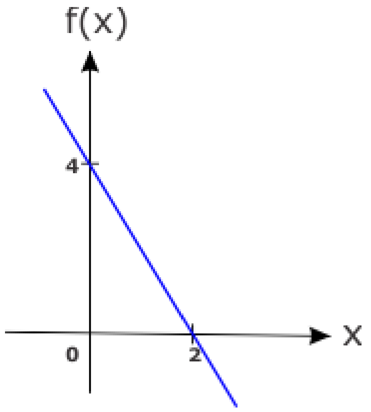
2. O gráfico da função f(x) = ax +b corta o eixo x no ponto de abscissa -7 e o eixo y no ponto de ordenada 8. Calcule a e b.

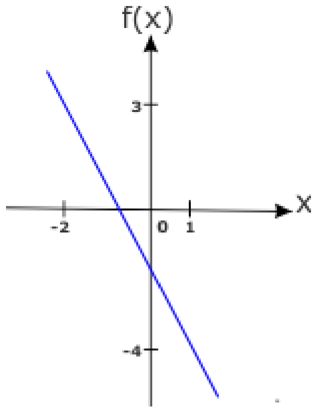
3. Determine **m** para que o gráfico de f(x) = x+(m^2-7m) corte o eixo y no ponto de ordenada -10.

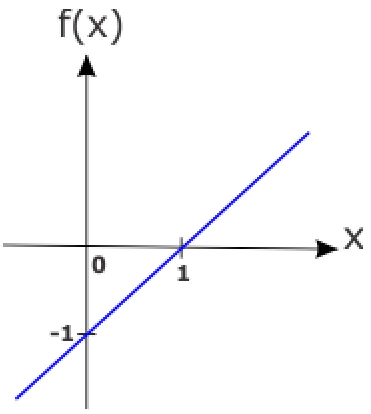
4. Faça os gráficos, num mesmo sistema de eixos cartesianos, das funções definidas de R em R por f (x) = 3x-2 e g(f) = -x+2. Em seguida, determine algebricamente o ponto de intersecção dos gráficos e compare com o ponto obtido graficamente.

5. Obtenha a fórmula que define a função de primeiro grau cujo gráfico é a reta que passa pelos pontos (1;2) e (2;-13).

6. Determine a lei da função para cada um dos gráficos a seguir:

a) 

b) 

c) 

7. Esboce o gráfico das seguintes funções lineares

a) f(x) = 2x

b) $g(x) = -\frac{3}{5}x$

8. Faça o gráfico da função definida de R em R por: $f(x) = \begin{cases} -3, \text{ se } x \leq -2 \\ \frac{3}{2}x, \text{ se } -2 < x \leq 2 \\ -x+5, \text{ se } x > 2 \end{cases}$

9. Estude os sinais das funções definidas por:

a) f(x) = 3x+6

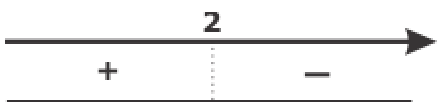
b) g(x) = -5x+10

c) $h(x) = -\frac{4}{7}x - 2$

d) $r(x) = \frac{x}{6} - \frac{1}{2}$

10. Estude os sinais de f(x) = 2x-11 e, sem calcular o valor das imagens, dê os sinais de f(3), f(-1), f(0), f(6) e f(10).

11. A tabela abaixo refere-se ao estudo de sinais de uma função g de primeiro grau.



a) Qual é a raiz da função g?

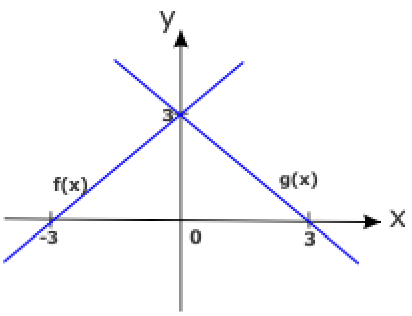
b) g é crescente ou decrescente?

c) Dê os sinais de g(0), g(10), g(-5), $g(\sqrt{10})$ e $g(-\sqrt{10})$.

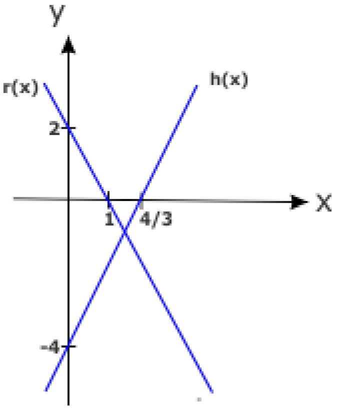
d) Calcule, se existirem, os valores de g(-2).g(5), g(-2)/g(-8), (g(7).(-10))/g(-2)

Respostas:

1.



a) e b)

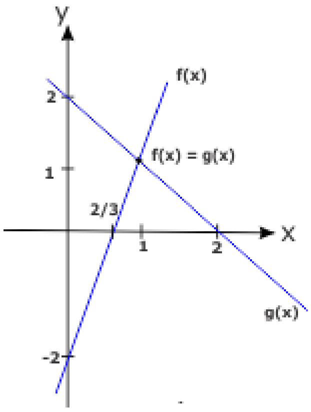


c) e d)

2.
a = 8/7 e b = 8

3.
m = 2 ou m = 5.

4.

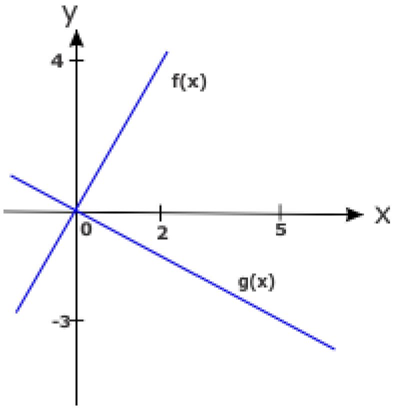


Ponto de intersecção é (1;1)

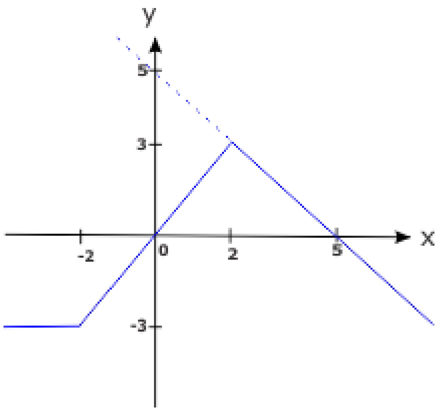
5.
f(x) = -15x+17

6.
a) f(x) = -2x+4
b) $f(x) = -\frac{7}{3}x - \frac{5}{3}$
c) f(x) = x-1

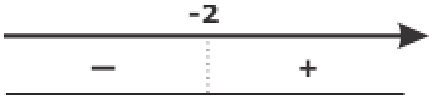
7.

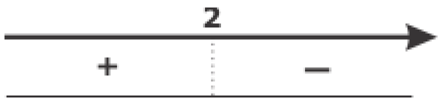


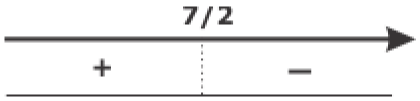
8.

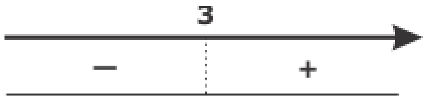


9.

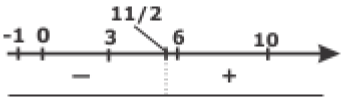
a) 

b) 

c) 

d) 

10.



f(3)>0, f(-1)<0, f(0)<0, f(6)>0 e f(10)>0

11.

a) -2

b) decrescente

c) g(0)<0, g(10)<0, g(-5)>0 $g\left(\sqrt{10}\right)$<0, $g\left(-\sqrt{10}\right)$>0

d) g(-2).g(5) = 0, g(-2)/g(-8) = 0,
(g(7).(-10))/g(-2) não está definido

Um pouco - Inequação do 1º Grau

Resolvendo uma inequação de 1° grau

Uma maneira simples de resolver uma inequação do 1° grau é isolarmos a incógnita x em um dos membros. Observe dois exemplos:

Exemplo 1: -2x + 7 > 0

Solução:

-2x > -7

Multiplicando por (-1)

2x < 7

x < 7/2

Portanto a solução da inequação é x < 7/2.

Exemplo 2: 2x - 6 < 0

Solução:

$2x < 6$

$x < 6/2$

$x < 3$

Portanto a solução da inequação e $x < 3$

Pode-se resolver qualquer inequação do 1° grau por meio do estudo do sinal de uma função do 1° grau, com o seguinte procedimento:

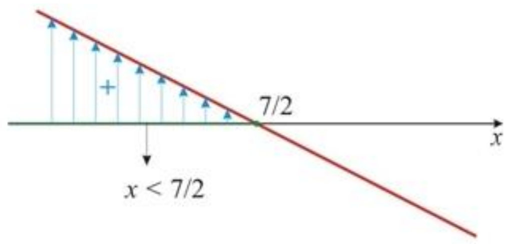
1. Iguala-se a expressão $ax + b$ a zero;
2. Localiza-se a raiz no eixo x;
3. Estuda-se o sinal conforme o caso.

Exemplo 1:

$-2x + 7 > 0$

$-2x + 7 = 0$

$x = 7/2$



Exemplo 2:

$2x - 6 < 0$

$2x - 6 = 0$

$x = 3$

Inequação Produto

Resolver uma inequação produto consiste em encontrar os valores de x que satisfazem a condição estabelecida pela inequação. Para isso utilizamos o estudo do sinal de uma função. Observe a resolução da seguinte equação produto: $(2x + 6)*(-3x + 12) > 0$.

Vamos estabelecer as seguintes funções: $y_1 = 2x + 6$ e $y_2 = -3x + 12$.

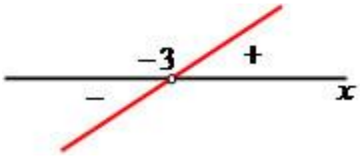
Determinando a raiz da função ($y = 0$) e a posição da reta ($a > 0$ crescente e $a < 0$ decrescente).

$y_1 = 2x + 6$

$2x + 6 = 0$

$2x = -6$

x = –3

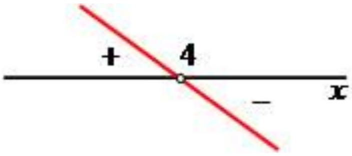


y_2 = – 3x + 12

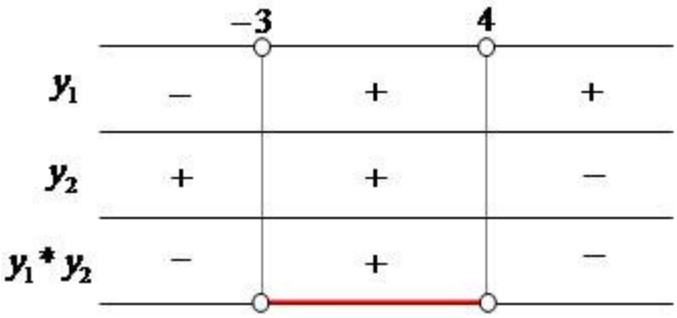
–3x + 12 = 0

–3x = –12

x = 4



Verificando o sinal da inequação produto (2x + 6)*(– 3x + 12) > 0. Observe que a inequação produto exige a seguinte condição: os possíveis valores devem ser maiores que zero, isto é, positivo.



Através do esquema que demonstra os sinais da inequação produto y1*y2, podemos chegar à seguinte conclusão quanto aos valores de x:

x Є R / –3 < x < 4

Inequação quociente

Na resolução da inequação quociente utilizamos os mesmos recursos da inequação produto, o que difere é que, ao calcularmos a função do denominador, precisamos adotar valores maiores ou menores que zero e nunca igual a zero. Observe a resolução da seguinte inequação quociente:

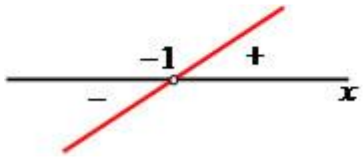
$$\frac{x+1}{2x-1} \leq 0$$

Resolver as funções y_1 = x + 1 e y_2 = 2x – 1, determinando a raiz da função (y = 0) e a posição da reta (a > 0 crescente e a < 0 decrescente).

y_1 = x + 1

x + 1 = 0

x = –1

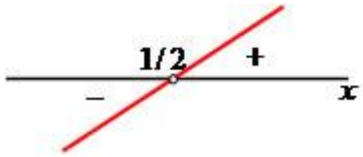


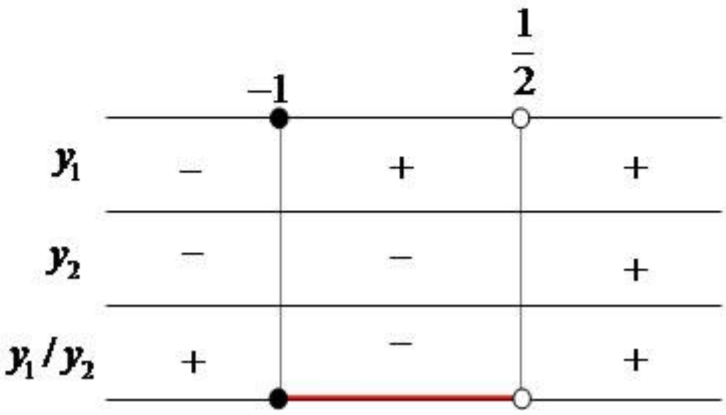
$y_2 = 2x – 1$

$2x – 1 = 0$

$2x = 1$

$x = 1/2$





Com base no jogo de sinal concluímos que x assume os seguintes valores na inequação quociente:

x Є R / –1 ≤ x < 1/2

Restrições do Domínio de uma função

As funções devem ser caracterizadas de acordo com algumas condições de existência:

Dois conjuntos: um denominado domínio e outro contradomínio.

Uma expressão y = f(x) associando os valores de x e y, formando pares ordenados pertencentes aos conjuntos domínio e contradomínio.

Através de alguns exemplos, demonstraremos como determinar o domínio de uma função, isto é, descobrir quais os números que a função não pode assumir para que a sua condição de existência não seja afetada.

a)

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

Nesse caso, o denominador não pode ser nulo, pois não existe divisão por zero na Matemática.
x – 1 ≠ 0
x ≠ 1
Portanto, D(f) = {x ? R / x ≠ 1} = R – {1}.

b)

$$f(x) = \sqrt{4x - 6}$$

Nos números reais, o radicando de uma raiz de índice não pode ser negativo.
$4x – 6 \geq 0$
4x 6
$x \geq 6/4$
$x \geq 3/2$
Portanto, D(f) = {x ? R / x ≥ 3/2}

c)

$$f(x) = \sqrt[3]{3x - 9}$$

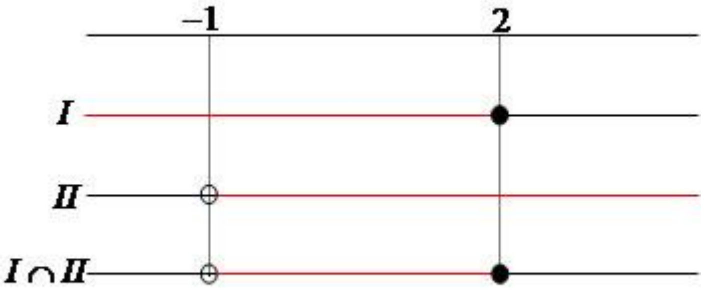
O radicando de uma raiz de índice ímpar pode ser um número negativo, nulo ou positivo, isto é, 3x – 9 pode assumir qualquer valor real. Portanto, D(f) = R.

d)

$$f(x) = \frac{\sqrt{2 - x}}{\sqrt{x + 1}}$$

Nesse caso, temos restrições tanto no numerador quanto no denominador. As restrições podem ser calculadas da seguinte maneira:
I) $2 – x \geq 0 \rightarrow – x \geq – 2 \rightarrow x \leq 2$
II) $x + 1 > 0 \rightarrow x > – 1$

Executando a intersecção entre I e II, obtemos:



Portanto, D(f) = {x ? R / –1 < x ≤ 2} → ***] –1, 2]***.

<u>Exercicios</u>

1. Resolva as inequações U = R

a) $8x – 10 > 2x + 8$ b) $2(3x +7) < – 4x + 8$ c) $20 – (2x +5) \leq 11 + 8x$

2. Resolva as inequações U = N

a) $2x + 5 < – 3x +40$ b) $6(x – 5) – 2(4x +2) > 100$ c) $7x – 9 < 2x + 16$

3. Resolva as inequações U = Z

a) $2x + 5 \geq – 3x +40$ b) $6(x – 5) – 2(4x +2) \geq 80$ c) $20 – (7x + 4) < 30$

4. Resolva as inequações em R:

a) $\frac{2x+1}{x+2} > 0$

b) $\frac{x+1}{x-1} < 0$

c) $\frac{2x-3}{x+2} \leq 0$

d) $\frac{(1-2x).(3+4x)}{(4-x)} > 0$

e) $\frac{1}{x-1} < \frac{2}{x-2}$

f) $\frac{2x-7}{3x-5} \geq 3$

g) $\frac{3x-1}{x-2} \leq 3$

h) $\dfrac{(x-1).(x-2)}{(x+3).(x+4)} \le 0$

i) $(5x+2).(2-x).(4x+3) \ge 0$

5. (UFRS) Se **–1< 2x + 3 <1**, então **2 – x** está entre:

a) 1 e 3 b) –1 e 0 c) 0 e 1 d) 1 e 2 e) 3 e 4

6. (UNAERP) Se **3 ≤ 5 – 2x ≤ 7**, então:

a) $-1 \le x \le 1$ b) $1 \le x \le -1$ c) $-1 \le x \ge 1$ d) x = 1 e) x = 0

7. (PUC) Fábio quer arrumar um emprego de modo que, do total do salário que receber, possa gastar 1/4 com alimentação, 2/5 com aluguel e R$ 300,00 em roupas e lazer. Se, descontadas todas essas despesas, ele ainda pretende que lhe sobrem no mínimo R$ 85,00, então, para que suas pretensões sejam atendidas, seu salário deve ser no mínimo:

a) R$ 950,00 b) R$ 1100,00 c) R$ 980,00 d) R$ 1500,00 e) R$ 1000,00

8. (FUVEST) Um estacionamento cobra R$6,00 pela primeira hora de uso, R$3,00 por hora adicional e tem uma despesa diária de R$320,00. Considere-se um dia em que sejam cobradas, no total, 80 horas de estacionamento. O número mínimo de usuários necessário para que o estacionamento obtenha lucro nesse dia é:

a) 25 b) 26 c) 27 d) 28 e) 29

9. (UNESP) Carlos trabalha como DJ e cobra uma taxa fixa de R$100,00, mais R$20,00 por hora, para animar uma festa. Daniel, na mesma função, cobra uma taxa fixa de R$55,00, mais R$35,00 por hora. O tempo máximo de duração de uma festa, para que a contratação de Daniel não fique mais cara que a de Carlos, é:

a) 6 horas b) 5 horas c) 4 horas d) 3 horas e) 2 horas

10. (UNICAMP) Três planos de telefonia celular são apresentados na tabela abaixo:

PLANO	CUSTO FIXO MENSAL	CUSTO ADICIONAL POR MINUTO
A	R$ 35,00	R$ 0,50
B	R$ 20,00	R$ 0,80
C	0	R$ 1,20

a) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 minutos por mês?

b) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso que os outros dois?

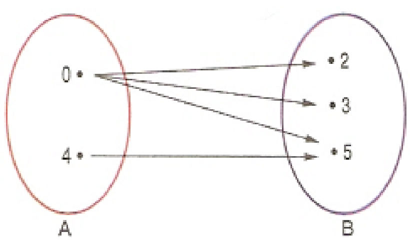
<u>Respostas</u>: 1) a) S = {x∈ R / x > 3}; b) S = {x∈R / x < - 3/5}; c) S = { x ∈ R / x ≥ 2/5};
2) a) S = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}; b) S = Φ; c) S = {0,1, 2, 3, 4}; 3) a) S = {7, 8, 9, 10,...}; b) S = {...,-59, -58, -57}; c) S = {-1, 0, 1, 2, ...}; 4) a)]-∞, -2[∪]-1/2, +∞[; b)]-1, 1[; c)]-2, 3/2]; d)]-3/4, 1/2[∪]4, +∞[; e)]0, 1[∪]2, +∞[; f) [8/7, 5/3[; g)]- ∞, 2[; h)]-4, -3[∪ [1, 2]; i)]-∞, -3/4] ∪ [-2/5, 2]; 5) e; 6) a; 7) b; 8) c; 9) d; 10) a) C; b) 50 minutos.

Mais exercicios

<u>Exercícios</u>

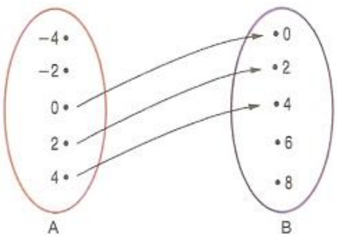
1) Verifique quais relações abaixo representam funções.

a)



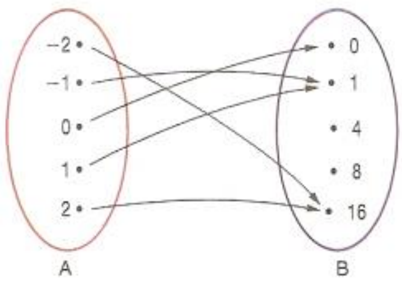
Não é função, pois o elemento 0 de A está associado a 3 elementos de B.

b)



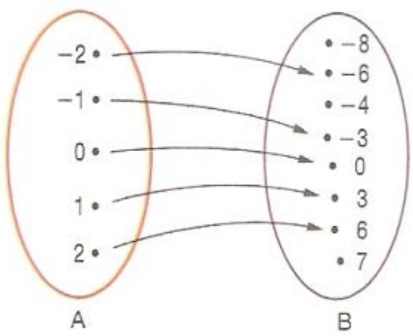
Não é função, pois os elementos -2 e -4 de A não estão associados a algum elemento de B.

c)



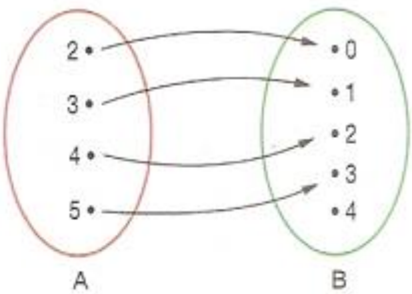
É função, pois todos os elementos de A estão associados a um único elemento de B.

d)



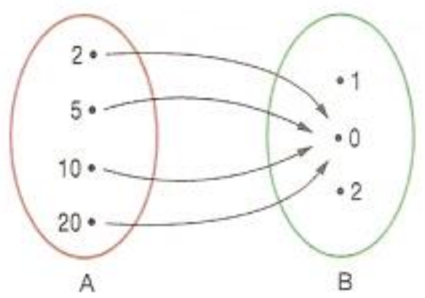
É função, pois todos os elementos de A estão associados a um único elemento de B.

e)



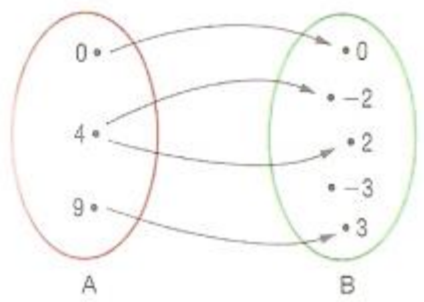
É função, pois todos os elementos de A estão associados a um único elemento de B.

f)



É função, pois todos os elementos de A estão associados a um único elemento de B.

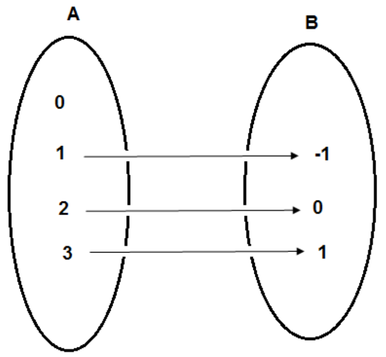
g)



Não é função, pois o elemento 4 de A está associado a 2 elementos de B.

2) Dados **A** = {0, 1, 2, 3}, **B** = {-1, 0, 1} e a correspondência entre **A** e **B** dada por y = x – 2, com x∈ **A** e y∈ **B**, faça um diagrama e diga se **f** é uma função de **A** em **B**.

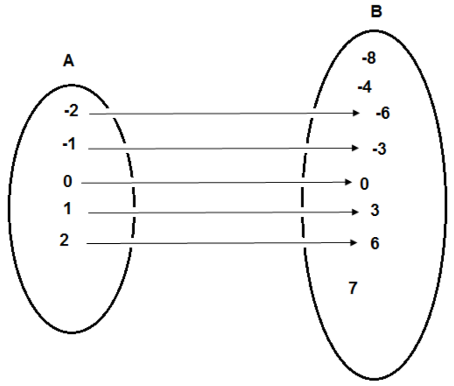
GABARITO:



Não é função, pois o elemento 0 de A não está associado a algum elemento de B.

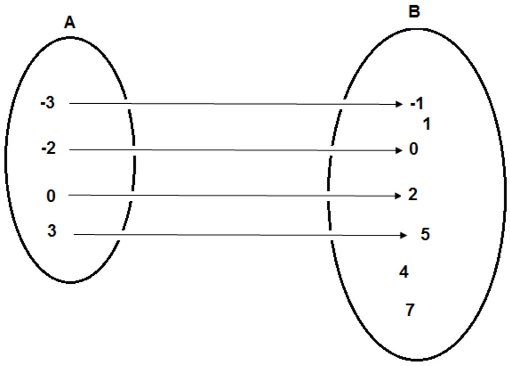
3) Dados **A** = {-2, -1, 0, 1, 2} e **B** = {-8, -6, -4, -3, 0, 3, 6, 7} e a relação R = {(x,y)∈ AxB /y = 3.x} faça um diagrama e diga se **f** é uma função de **A** em **B**.

GABARITO:



É função, pois todos os elementos de A estão associados a um único elemento de B.

4) Dados A = { -3, -2, 0, 3 } e B = { - 1, 0, 1, 2, 4, 5, 7 } e uma relação expressa pela fórmula ***y = x + 2***, com x pertencendo a A e y pertencendo a B. Faça o diagrama e verifique se f é uma função de A em B.
GABARITO:



É função, pois todos os elementos de A estão associados a um único elemento de B.

5) O preço a ser pago por uma corrida de táxi inclui uma parcela fixa de R$ 6,00, denominada bandeirada mais uma parcela variável de R$ 0,90 por km rodado.
Determine:
a) A função que representa o preço **P** de uma corrida em função de **x** quilômetros rodados.
b) O preço de uma corrida de 12 km.
c) A distancia percorrida por um passageiro que pagou R$ 96,00 pela corrida.

GABARITO:

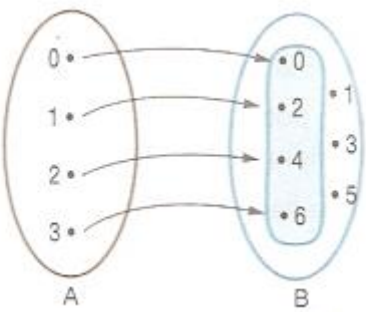
a) $P = 6 + 0{,}90.x$

b) $P = 6 + 0{,}90.12 \rightarrow P = 6 + 10{,}80 \rightarrow P = 16{,}80 \rightarrow P = R\$16{,}80.$

c) $96 = 6 + 0{,}90.x \rightarrow 90 = 0{,}90.x \rightarrow x = \dfrac{90}{0{,}90} \rightarrow x = 100\text{ km}$

Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem

Dados os conjuntos A = {0, 1, 2, 3} e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, vamos considerar a função f: A$\rightarrow$B que transforma $x \in$ **A** em $y \in$ **B**.

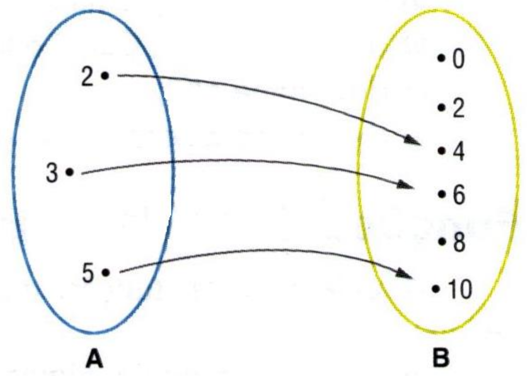


Em toda função f de A em B, Im(f)$\subset$B.

Nesse caso, a função f: A$\rightarrow$B está definida por y = 2.x ou por f(x) = 2.x.
Veja que para caracterizar uma função é necessário conhecer seus três componentes: o domínio (A), o contradomínio (B) e uma regra que associa cada elemento de A a um único elemento y = f(x) de B. Nesse exemplo, o domínio é A = {0, 1, 2, 3}, o contradomínio é B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, a regra é dada por y = 2.x e o conjunto imagem é dado por Im(f)= {0, 2, 4, 6}.

Exercícios

1) O diagrama de flechas abaixo representa uma função f de A em B. Determine:



a) D (f)   b) CD (f)   c) Im (f)   d) f (3)   e) f (5)   f) x | f (x) = 4

GABARITO:

$$\boxed{\begin{array}{l} a)\ D(f) = \{2, 3, 5\} \\ b)\ CD(f) = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\} \\ c)\ Im(f) = \{4, 6, 10\} \\ d)\ f(3) = 6 \\ e)\ f(5) = 10 \\ f)\ x = 2 \end{array}}$$

2) Seja a função f: R → R definida por f(x) = x² - 7x + 9. Determine:
a) O valor de f(-1)
b) Os valores de **x** para que se tenha f(x) = -1.

GABARITO:

$$\boxed{\begin{array}{l} a)\ f(x) = x^2 - 7x + 9 \rightarrow f(-1) = (-1)^2 - 7(-1) + 9 \rightarrow f(-1) = 1 + 7 + 9 \rightarrow f(-1) = 17 \\ b)\ f(x) = -1 \rightarrow x^2 - 7x + 9 = -1 \rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \rightarrow \Delta = (-7)^2 - 40 \rightarrow \Delta = 9 \\ x = \dfrac{7 \pm 3}{2} \rightarrow x_1 = 5 \text{ e } x_2 = 2 \end{array}}$$

3) Dadas as funções f(x) = 4x + 3 e g(x) = x² + **a**. Sabendo que f(2) - g(1) = 3, calcule o valor de **a**.

GABARITO:

$$\boxed{\begin{array}{l} f(x) = 4x + 3 \text{ e } g(x) = x^2 + a \\ f(2) = 4.(2) + 3 \rightarrow f(2) = 11 \\ g(1) = (1)^2 + a \rightarrow g(1) = 1 + a \\ f(2) - g(1) = 3 \rightarrow 11 - (1 + a) = 3 \rightarrow 11 - 1 - a = 3 \rightarrow 7 = a \end{array}}$$

4) Seja f: IR* → IR a função definida por f(x) = $\dfrac{x^2+1}{x}$. Qual o valor de f(2) + f($\dfrac{1}{2}$)?

GABARITO:

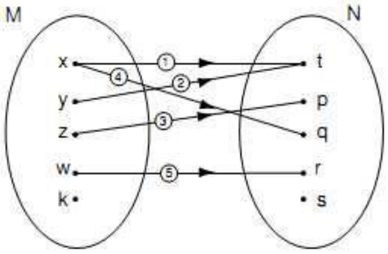
$$f(x) = \frac{x^2+1}{x}$$
$$f(2) = \frac{2^2+1}{2} \rightarrow f(2) = \frac{5}{2}$$
$$f(\frac{1}{2}) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2+1}{\frac{1}{2}} \rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{4}+1}{\frac{1}{2}} \rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{2}} \rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{5}{4}.\frac{2}{1} \rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{5}{2}$$
$$f(2)+f(\frac{1}{2}) = \frac{5}{2}+\frac{5}{2} \rightarrow f(2)+f(\frac{1}{2}) = \frac{10}{2} = 5$$

5) Um vendedor recebe mensalmente um salário fixo de R$ 1200,00 mais uma comissão de 8% sobre o que vender.
a) Num mês em que suas vendas chegaram a R$ 6000,00, qual foi o salário total recebido?
b) Se, em certo mês, esse vendedor recebeu R$ 1520,00, qual foi o valor de suas vendas?

GABARITO:

$$\text{a) Comissão} = \frac{8}{100}.6000 \rightarrow \text{Comissão} = 480 \rightarrow \text{Salário} = 1200+480 \rightarrow \text{Salário} = R\$1680,00$$
$$\text{b) Salário} = 1520 \rightarrow \text{Comissão}+1200 = 1520 \rightarrow \text{Comissão} = 320 \rightarrow \frac{8}{100}.\text{Vendas} = 320$$
$$\text{Vendas} = \frac{320x100}{8} \rightarrow \text{Vendas} = R\$4000,00$$

6) Considere a relação **f** de **M** em **N** representada no diagrama abaixo:



Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) nas afirmativas abaixo, para que **f** seja uma função de **M** em **N**.
(**F**) apagar a seta 1 e retirar o elemento **s**.
(**F**) apagar as setas 1 e 4 e apagar o elemento **k**.
(**F**) retirar os elementos **k** e **s**.
(**V**) apagar a seta 4 e retirar o elemento **k**.
(**F**) apagar a seta 2 e retirar o elemento **k**.

7) O preço do serviço executado por um pintor consiste em uma taxa fixa de R$ 50,00 mais R$ 15,00 por metro quadrado (m^2) de área pintada. Determine:
a) O preço cobrado pela pintura de 200 m^2.
b) Um cliente pagou R$ 2300,00 pelo serviço de pintura. Qual a área pintada?

GABARITO:
a) O preço será: P = 50 + 15.(200) = 50 + 3000 = R$3050,00.
b) Considerando A, a área pintada, temos:

$$\begin{cases} P = 2300 \\ P = 50 + A.(15) \end{cases} \Rightarrow 50 + A.(15) = 2300 \Rightarrow 15A = 2300 - 50 \Rightarrow A = \frac{2250}{15} = 150m^2.$$

8) Considere a função **f**, dada por:

$$f(x)=\begin{cases}2x,\ se\ x\le 0\\ x^2+5x-1,\ se\ 0<x\le 5\\ -2x+2,\ se\ x>5\end{cases}.$$

Calcule $\dfrac{f(0)+f(-1)+f(1)}{f(5)+f(6)}$

GABARITO:

$$\begin{cases}f(0)=2.(0)=0\\ f(-1)=2.(-1)=-2\\ f(1)=(1)^2+5.(1)-1=1+5-1=5\\ f(5)=(5)^2+5.(5)-1=25+25-1=49\\ f(6)=-2.(6)+2=-12+2=-10\end{cases} \Rightarrow \frac{f(0)+f(-1)+f(1)}{f(5)+f(6)}=\frac{0-2+5}{49-10}=\frac{3}{39}=\frac{1}{13}$$

9) A empresa de telefonia celular ABC oferece um plano mensal para seus clientes com as seguintes características:

- Para um total de ligações de até 50 minutos, o cliente paga um valor fixo de R$40,00;
- Se os 50 minutos forem excedidos, cada minuto de excesso será cobrado pelo valor de R$1,50 (além dos R$40,00 fixos).

a) Determine o valor pago por um cliente que utilizou o celular por 74 minutos em certo mês.
b) Em certo mês, utilizando o plano descrito acima, o valor a ser pago por um cliente foi de R$101,50. Determine quantos minutos foram utilizados nesse mês.

GABARITO:

a) 74 minutos, menos 50 minutos que têm direito, são 24 minutos excedentes. Portanto, irá pagar: 40 + 24 x 1,50 = 40 + 36 = 67.
Resp. R$ 76,00

b) 101,50 – 40,00 = 61,50
61,50 : 1,50 = 41 minutos
Logo, além dos 50 minutos que têm direito, gastou mais 41 minutos excedentes.
Resp. 50 + 41 = 91 minutos.

10) Dada a função f(x) = 2x³ - 4x + 2, calcule f(1) – f(3).
GABARITO:

$$\begin{aligned}&f(x)=2x^3-4x+2\\ &f(1)=2.(1)^3-4.(1)+2\to f(1)=2-4+2\to f(1)=0\\ &f(3)=2.(3)^3-4.(3)+2\to f(3)=54-12+2\to f(3)=44\\ &f(1)-f(3)=0-44=-44\end{aligned}$$

11) Considere as funções com domínio nos números reais dadas por $f(x)=3x^2-x+5$ e $g(x)=-2x+9$.

a) Calcule o valor de $\dfrac{f(0)+g(1)}{f(1)}$

b) Determine o valor de ***x*** tal que f(x) = g(x).

GABARITO:

$$f(x) = 3.x^2 - x + 5 \text{ e } g(x) = -2x + 9$$

$$a)\ f(0) = 3.(0)^2 - 0 + 5 \rightarrow f(0) = 5$$

$$f(1) = 3.(1)^2 - (1) + 5 \rightarrow f(1) = 7$$

$$g(1) = -2(1) + 9 \rightarrow g(1) = 7$$

$$\frac{f(0) + g(1)}{f(1)} = \frac{5+7}{7} = \frac{12}{7}$$

$$b)\ f(x) = g(x)$$

$$3.x^2 - x + 5 = -2x + 9 \rightarrow 3x^2 + x - 4 = 0 \rightarrow \Delta = (1)^2 + 48 \rightarrow \Delta = 49$$

$$x = \frac{-1 \pm 7}{2.3} \rightarrow x_1 = \frac{6}{6} \rightarrow x_1 = 1 \rightarrow x_2 = \frac{-8}{6} \rightarrow x_2 = \frac{-4}{3}$$

12) Seja a função $f : R \rightarrow R$ definida por $f(x) = \frac{4x - 1}{3}$. Calcule o elemento do domínio de **f** cuja imagem é 5.

GABARITO:

$$f(x) = 5 \text{ e } f(x) = \frac{4x-1}{3} \rightarrow \frac{4x-1}{3} = 5 \rightarrow 4x - 1 = 15 \rightarrow 4x = 16 \rightarrow x = 4$$