

Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina – CEFET/SC

Unidade Araranguá



RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS I

Curso de Eletromecânica

Prof. Fernando H. Milanese, Dr. Eng.
milanese@cefetsc.edu.br

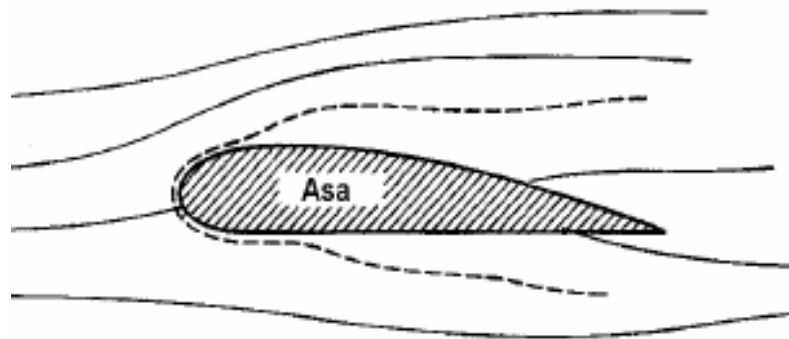
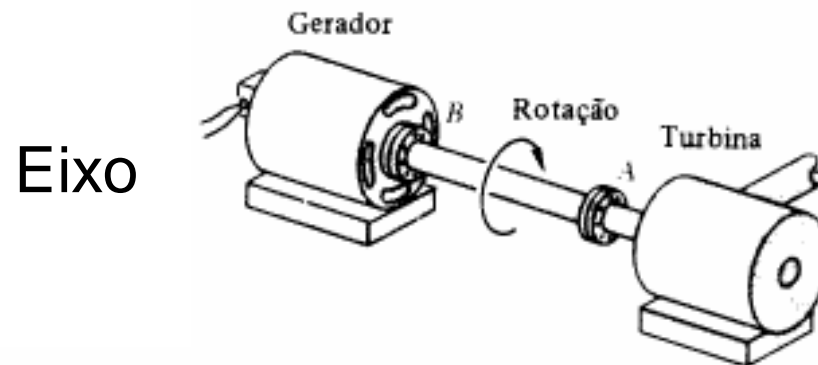
Conteúdo da aula

- Introdução à disciplina
- Introdução à Resistência dos Materiais
- Classes de solicitações

Introdução à Resistência dos Materiais

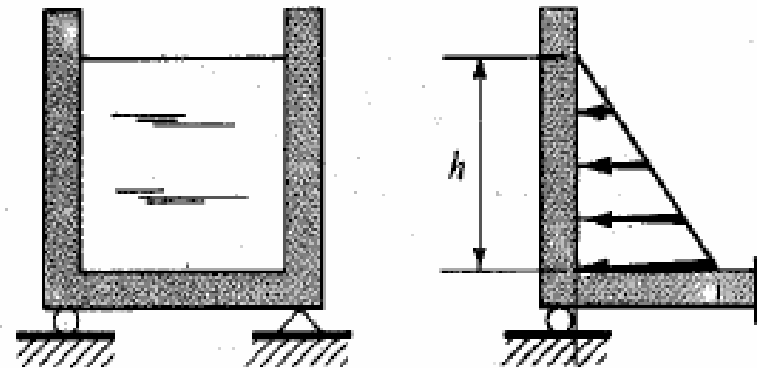
- *Objetivo*: estudar o comportamento de sólidos sob esforços.
- *Estática*: estuda somente as forças externas.
- *Resistência dos materiais*: efeitos das forças no comportamento interno dos sólidos

Exemplos



Asa de avião

Reservatório



Classes de Solicitações

Existem 5 tipos de solicitações (esforços) mecânicas:

- Tração
- Compressão
- Flexão
- Torção
- Cisalhamento

Classes de Solicitações

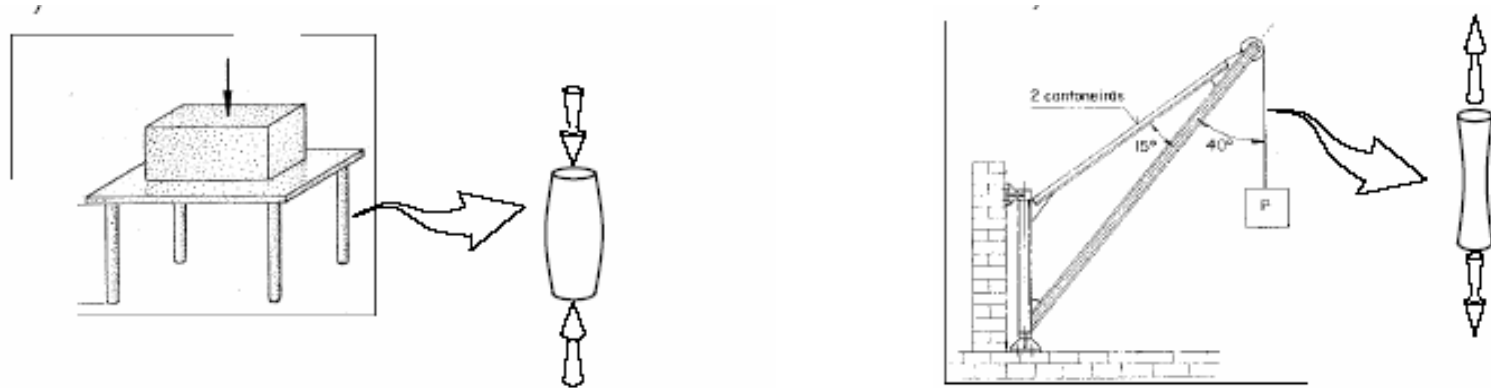


Figura 2.1 a) Pés da mesa estão submetidos à **compressão**,

b) Cabo de sustentação submetido à **tração**.

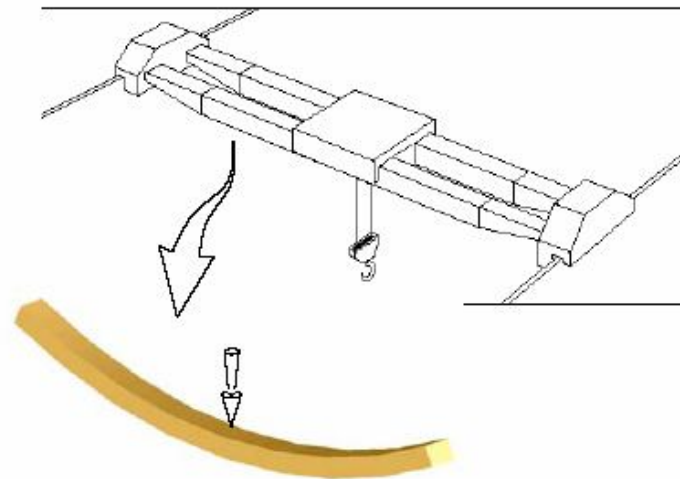


Figura 2.2 Viga submetida à **flexão**.

Classes de Solicitações

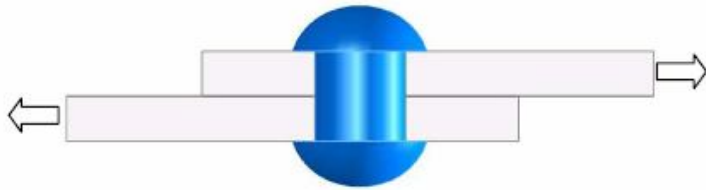


Figura 2.3 Rebite submetido ao cisalhamento.

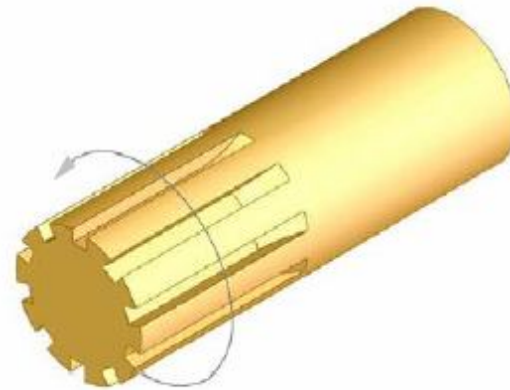


Figura 2.4 Ponta de eixo submetida à torção.

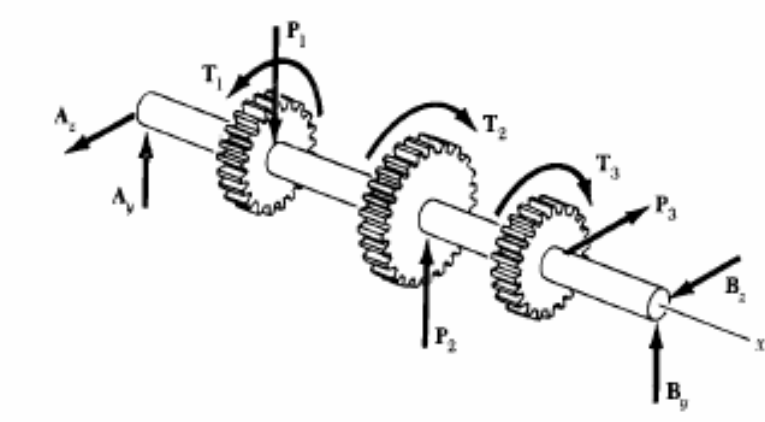


Figura 2.5 Árvore de transmissão: Flexo-torção.

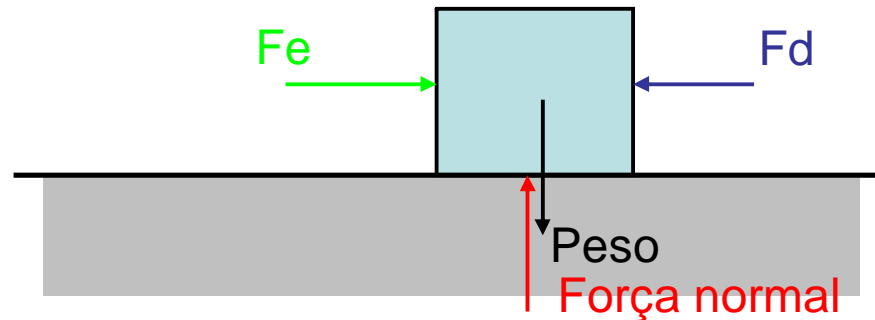
Exercícios de fixação

Diga pelo menos um exemplo prático onde podemos encontrar cada um dos tipos de solicitações:

- Tração
- Compressão
- Flexão
- Cisalhamento
- Torção

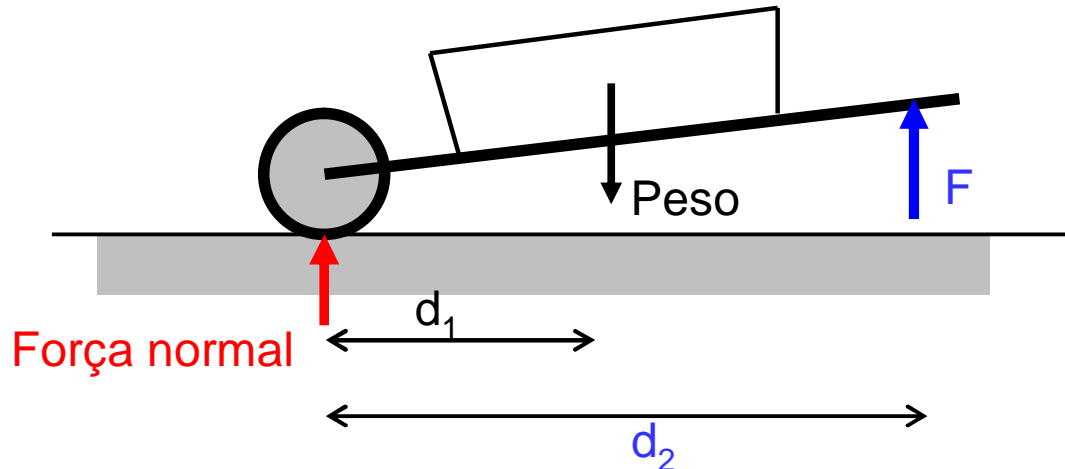
Estática

- Estudo dos corpos em equilíbrio (Velocidade=constante).
- Força resultante sobre o corpo é zero. Ex:



$$F_e = F_d$$
$$\text{Peso} = \text{Força normal}$$

- Momento resultante sobre o corpo é zero. Ex:

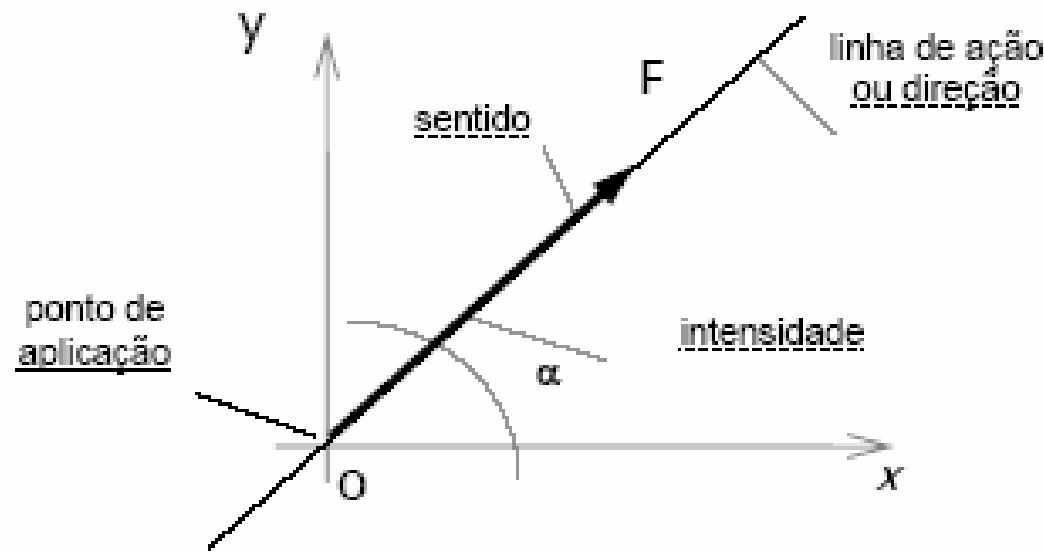


$$\text{Peso} \cdot d_1 = F \cdot d_2$$

$$\text{Peso} = F + \text{Força normal}$$

Forças

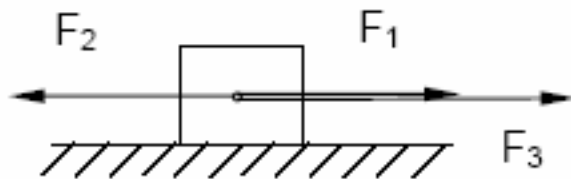
- Grandeza física que provoca movimento ou deformação de um corpo
- Exemplo mais comum: Peso.
- Unidade (SI): N (newton)
- Força é um vetor (módulo, direção e sentido)



Resultante de Forças (ΣF)

- Forças coincidentes*: forças que atuam na mesma linha de ação. Forças no mesmo sentido se somam e forças em direção opostas se subtraem. Ex:

Calcular a resultante das forças $F_1 = 50\text{N}$, $F_2 = 80\text{ N}$ e $F_3 = 70\text{ N}$ aplicadas no bloco da figura abaixo:



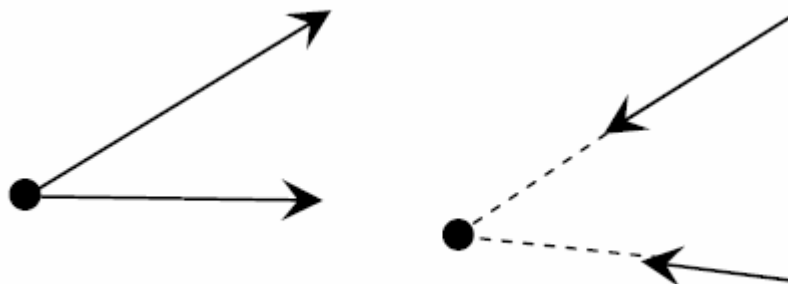
$$\begin{aligned} F_{\text{resultante}} &= F_1 - F_2 + F_3 \\ F_{\text{resultante}} &= 50 - 80 + 70 \\ F_{\text{resultante}} &= 40\text{N} \end{aligned}$$

Convenção de sinais:

(+) direita

(-) esquerda

- Forças concorrentes*: forças que atuam no mesmo ponto de aplicação (diferente linha de ação). Ex:



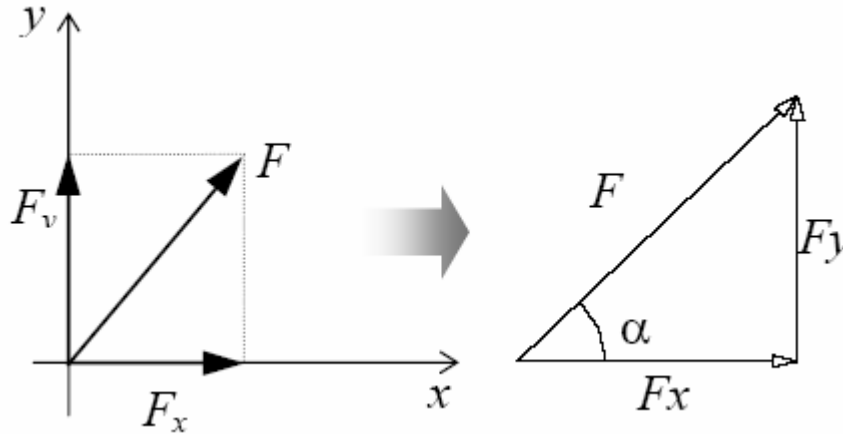
Resultante de Forças

Forças concorrentes podem ser somadas de duas maneiras:

- Método analítico: Decompor as forças em coordenadas cartesianas e somar as componentes coincidentes.
- Método gráfico: Desenhar as forças em escala e usar a regra do paralelogramo para obter a resultante.

Método analítico para força resultante

- Decomposição de forças:

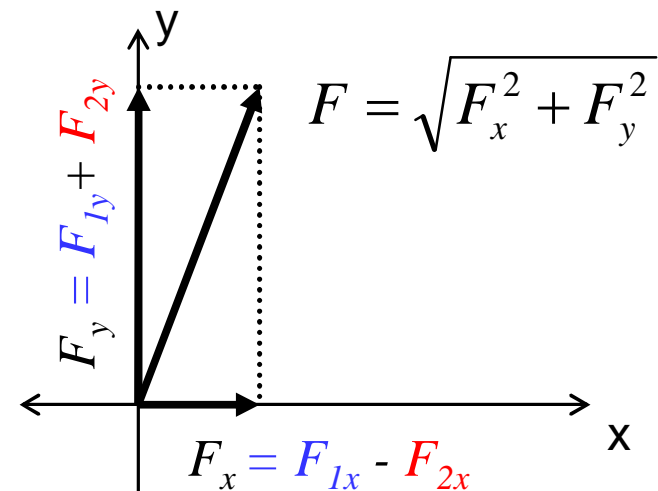
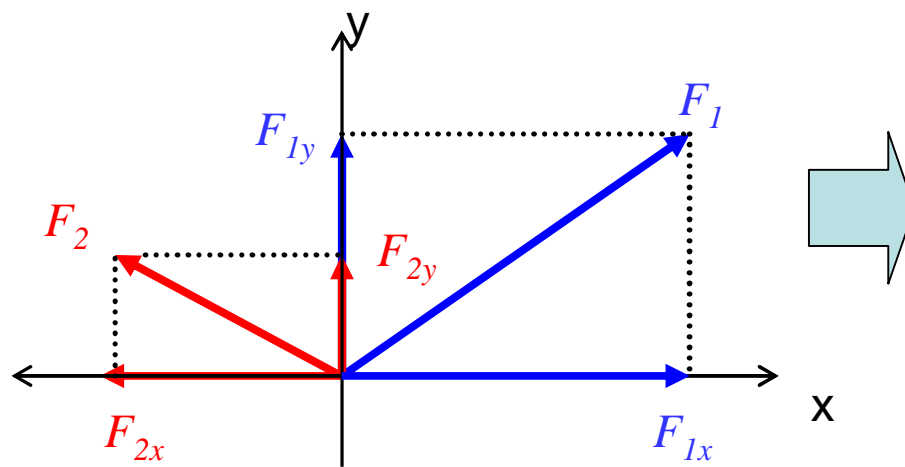


Onde:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

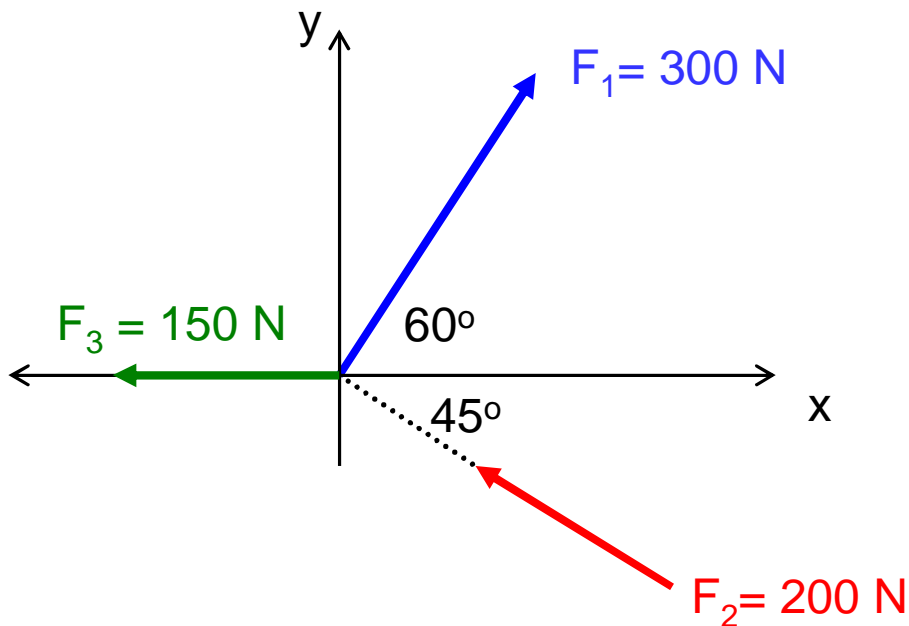
- Somar componentes coincidentes e compor:



Método analítico para força resultante

Exercício de fixação

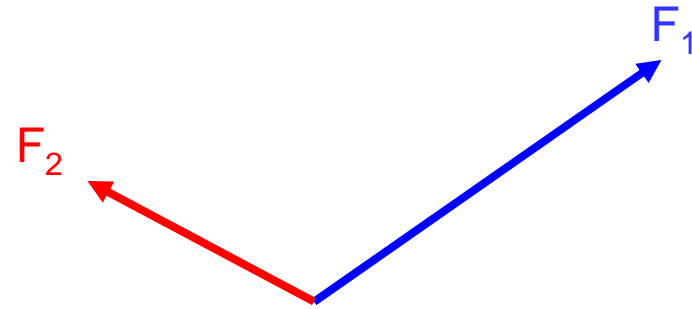
Calcular a força resultante abaixo:



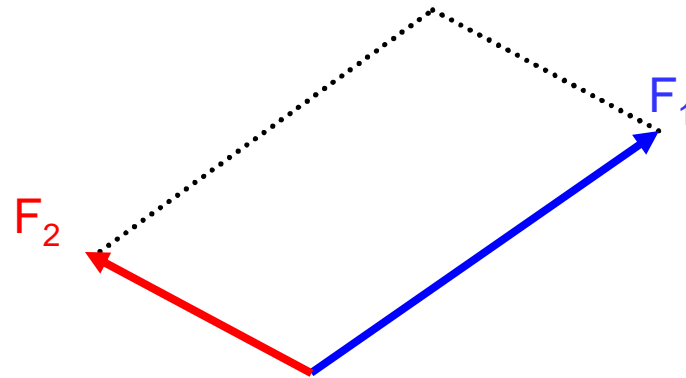
ângulo (graus)	sen	cos	tg
0	0	1	0
5	0,09	1,00	0,09
10	0,17	0,98	0,18
15	0,26	0,97	0,27
20	0,34	0,94	0,36
25	0,42	0,91	0,47
30	0,50	0,87	0,58
35	0,57	0,82	0,70
40	0,64	0,77	0,84
45	0,71	0,71	1,00
50	0,77	0,64	1,19
55	0,82	0,57	1,43
60	0,87	0,50	1,73
65	0,91	0,42	2,14
70	0,94	0,34	2,75
75	0,97	0,26	3,73
80	0,98	0,17	5,67
85	1,00	0,09	11,43
90	1,00	0,00	infinito

Método **gráfico** para força resultante

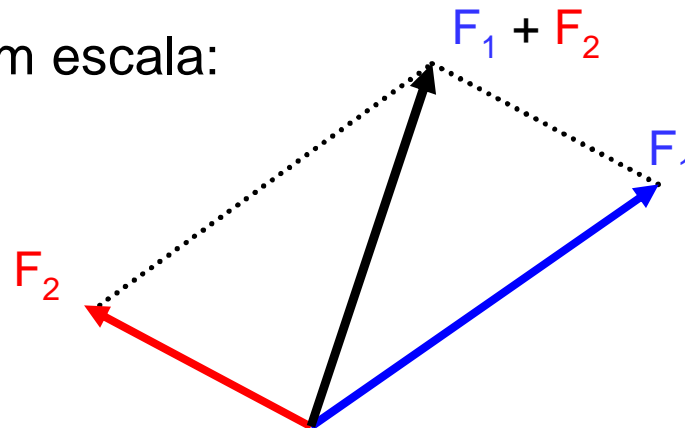
- Desenhar as forças em escala:



- Regra do paralelogramo:

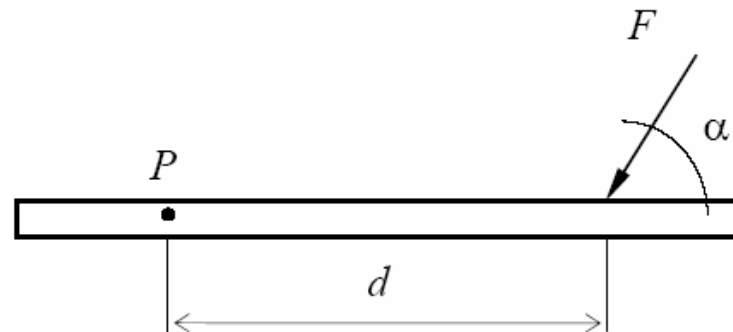


- Traçar a resultante e medir com escala:



Momento estático de uma força

Seja F uma força constante aplicada em um corpo, d a distância entre o ponto de aplicação desta força e um ponto qualquer P . Por definição, o momento “ M ” realizado pela força F em relação ao ponto P é dado pelo seguinte produto vetorial:



$$M = F \cdot d \cdot \sin \alpha$$

quando $\alpha = 90^\circ$

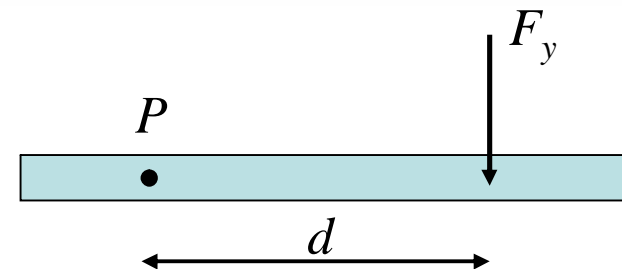
$$\boxed{M = F \cdot d}$$

Observe que $M = d \cdot F \cdot \sin \alpha$

Mas $F \cdot \sin \alpha = F_y$

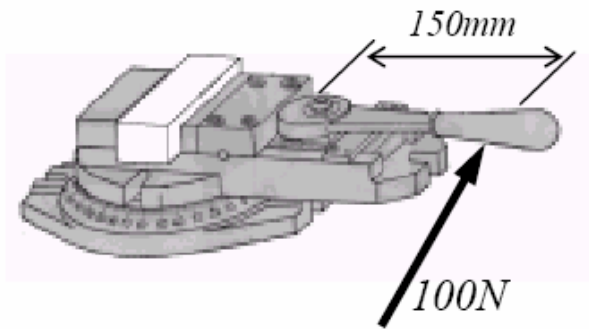
Logo, $M = d \cdot F_y$

Unidade (Sistema Internacional): $[N] \cdot [m] = N.m$



Momento de uma força (exemplo)

Calcular o momento provocado na alavanca da morsa, durante a fixação da peça conforme indicado na figura abaixo:



$$M = F \cdot d$$

$$M = 100 \cdot 150$$

$$M = 15000 N \cdot mm$$

No sistema Internacional (SI): $d = 0,15 \text{ m}$

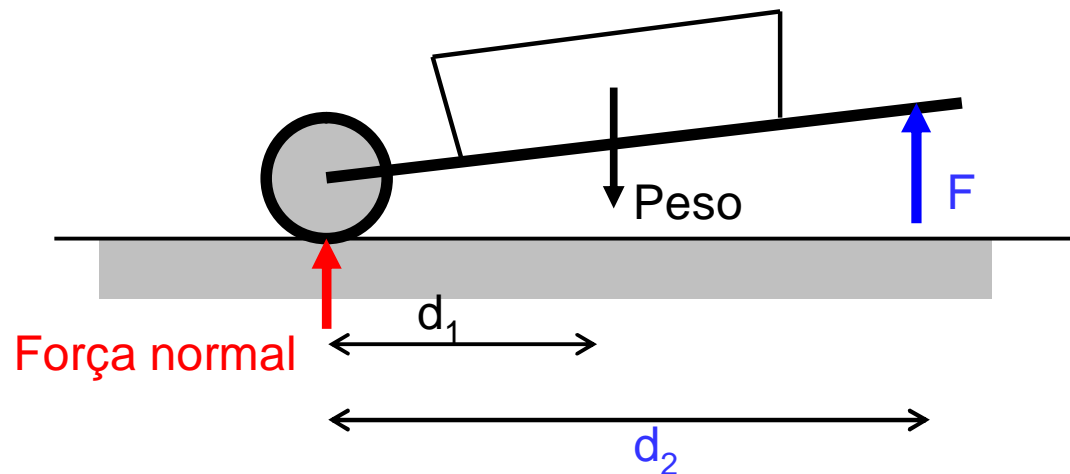
$$M = F \cdot d = 100 \text{ N} \cdot 0,15 \text{ m} = 15 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Momento resultante (ΣM)

Para somar os momentos de várias forças atuando num mesmo corpo, adota-se a seguinte convenção de sinais:

- (+) giro no sentido anti-horário
- (-) giro no sentido horário

Exemplo: Qual o momento resultante das forças com relação ao eixo da roda do carrinho de mão esquematizado abaixo?



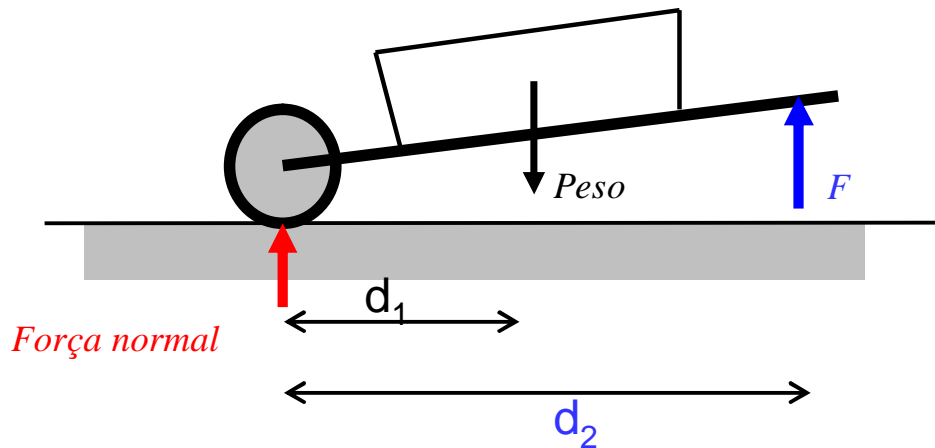
$$\Sigma M = F.d_2 - Peso.d_1$$

Equilíbrio estático

Conforme mencionado anteriormente, um corpo está em equilíbrio estático quando DUAS condições acontecerem:

- Força resultante é zero: $\sum F = 0$
- Momento resultante é zero: $\sum M = 0$

Equilíbrio estático (exemplo)



$$Peso = 100 \text{ N},$$

$$d_1 = 50 \text{ cm},$$

$$d_2 = 1 \text{ m}$$

$$\sum M = F \cdot d_2 - Peso \cdot d_1 = 0$$

$$F \cdot d_2 = Peso \cdot d_1$$

$$F = Peso \cdot \frac{d_1}{d_2} = 100 \cdot \frac{0,5}{1} = 50 \text{ N}$$

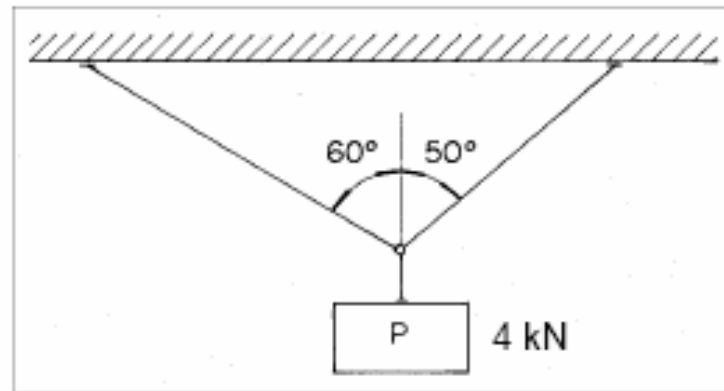
$$\sum F_y = Força \text{ normal} - Peso + F = 0$$

$$Força \text{ normal} + F = Peso$$

$$Força \text{ normal} = Peso - F = 100 - 50 = 50 \text{ N}$$

Exercício de fixação

Calcular a carga nos cabos que sustentam o peso de 4 kN, como indicado nas figuras:



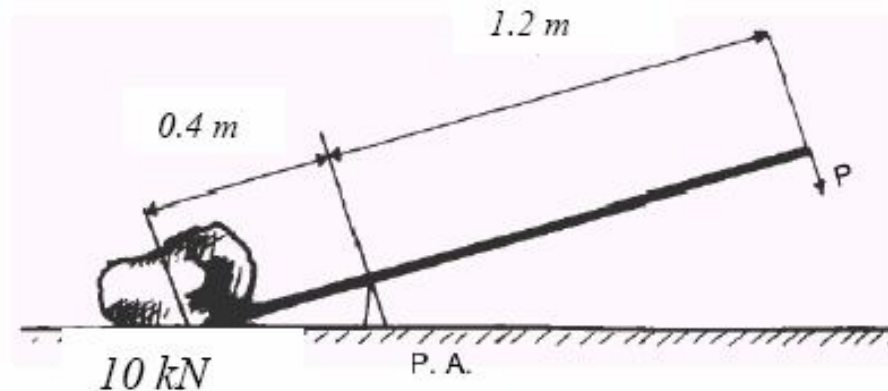
$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 (\rightarrow +) \\ -F_1 x + F_2 x &= 0 \\ -F_1 \sin 60^\circ + F_2 \sin 50^\circ &= 0 \\ F_2 &= F_1 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 50^\circ} \\ F_2 &= F_1 \cdot 1,13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 (\uparrow +) \\ F_1 y + F_2 y - P &= 0 \\ F_1 \cos 60^\circ + F_2 \cos 50^\circ - 4 &= 0 \\ F_1 \cdot 0,50 + F_2 \cdot 0,64 &= 4 \\ F_1 \cdot 0,50 + (F_1 \cdot 1,13) \cdot 0,64 &= 4 \\ F_1 \cdot 0,50 + F_1 \cdot 0,72 &= 4 \\ F_1 &= \frac{4}{0,50 + 0,72} \\ F_1 &= 3,27 \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_2 &= F_1 \cdot 1,13 \\ F_2 &= 3,27 \cdot 1,13 \\ F_2 &= 3,70 \text{ kN}\end{aligned}$$

Exercício de fixação

Calcular a força P necessária para levantar a pedra sobre a alavanca abaixo e a força feita pelo ponto de apoio (P.A.).



$$\sum M = 0$$

$$P_{pedra} \cdot 0,4 - P \cdot 1,2 = 0$$

$$P_{pedra} \cdot \frac{0,4}{1,2} = P$$

$$P = P_{pedra} \cdot \frac{0,4}{1,2} = 10\text{ kN} \cdot 0,33 = 3,3\text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{P.A.} - P_{pedra} - P = 0$$

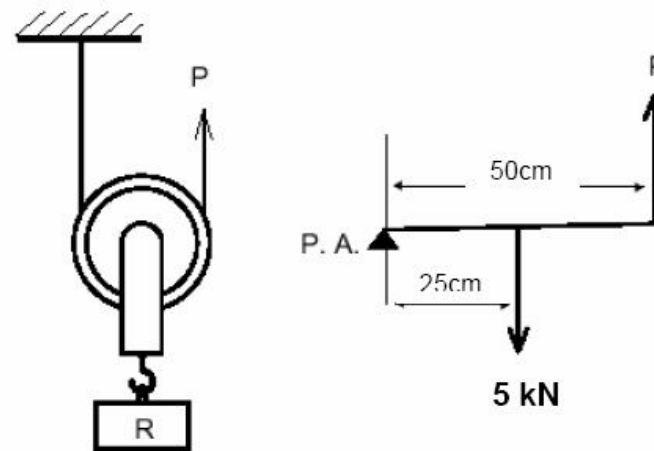
$$F_{P.A.} = P_{pedra} + P$$

$$F_{P.A.} = 10\text{ kN} + 3,3\text{ kN}$$

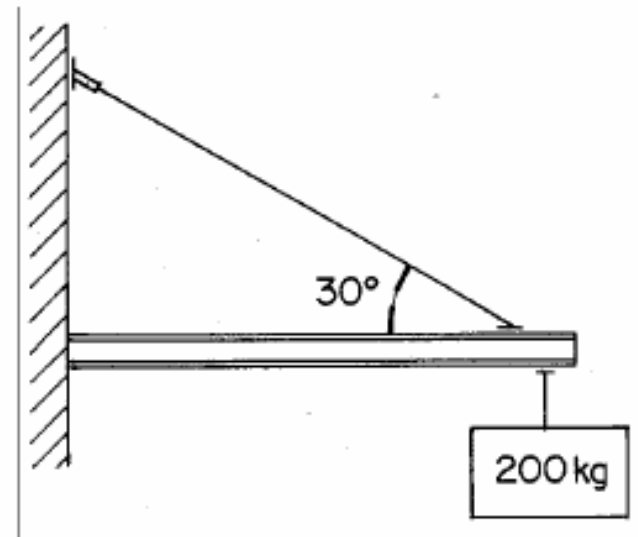
$$F_{P.A.} = 13,3\text{ kN}$$

Exercícios de aplicação

a) Calcule P



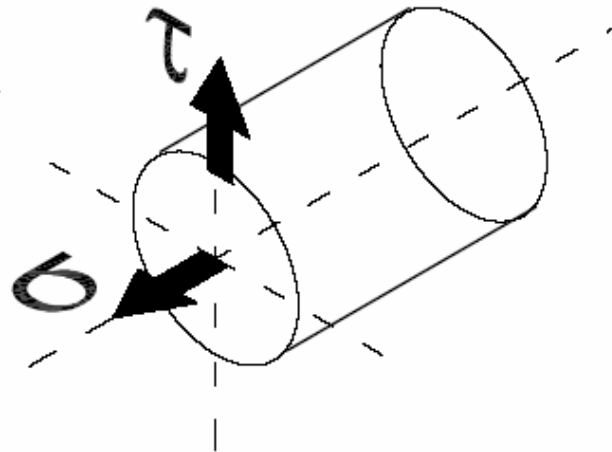
b) Calcule a força de compressão da barra horizontal



Tensão

É o resultado das forças externas atuando sobre um corpo. As tensões podem ser dois tipos:

- Tensão normal (σ , sigma). É o tipo de tensão que aparece na tração, compressão e flexão.
- Tensão tangencial ou cisalhante (τ , tau). É o tipo de tensão que aparece no cisalhamento e na torção.



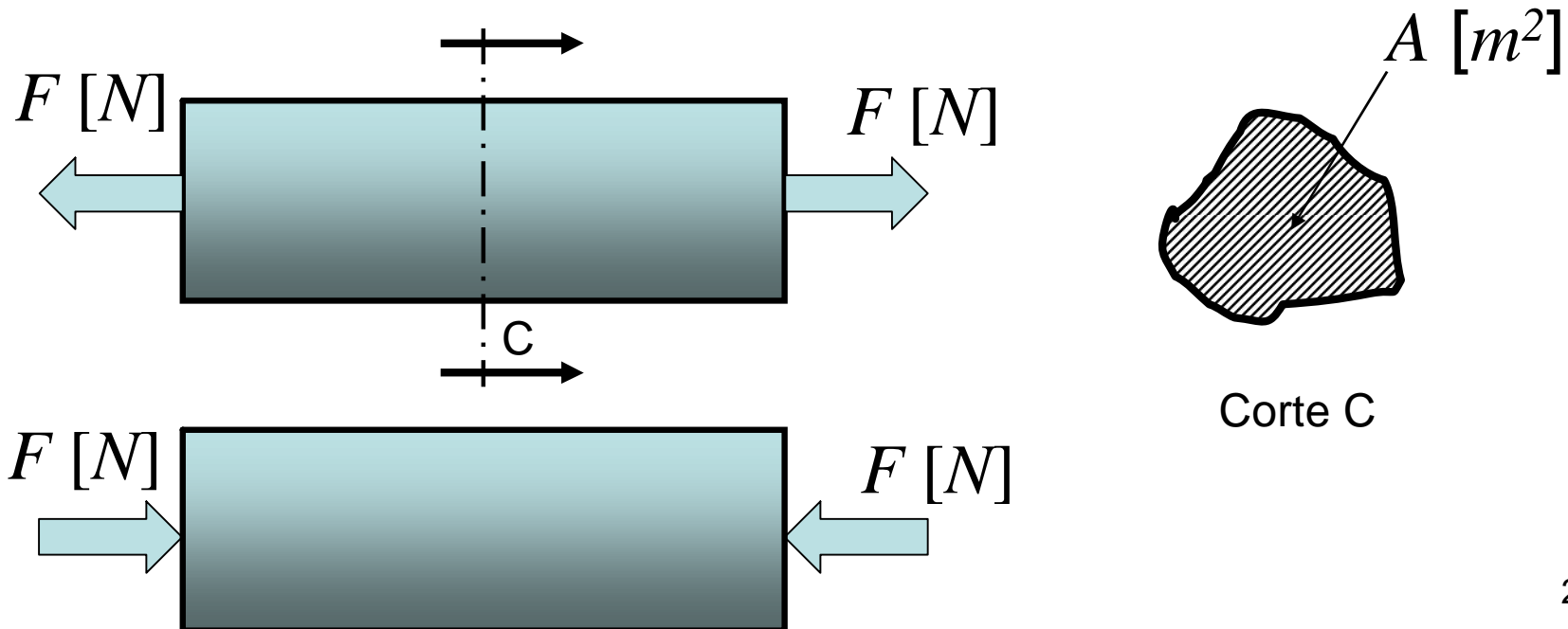
Em ambos os casos, a tensão é a força externa dividida pela área da seção transversal. Estudaremos primeiramente a tensão normal e depois a cisalhante.

Tensão normal

Considere um elemento mecânico de área de seção transversal A [m^2] submetido a uma força de tração ou compressão F [N]. A tensão interna a que este elemento está submetido é dada por:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Unidade (SI): $\frac{[N]}{[m^2]} = \left[\frac{N}{m^2} \right] = [Pa] \text{ (pascal)}$



Tensão

Outras unidades

Como o pascal (Pa) é uma unidade muito pequena, é comum utilizar-se os múltiplos do sistema Internacional:

- 1 kPa = 1.000 Pa = 10^3 Pa (quilo pascal)
- 1 MPa = 1.000.000 Pa = 10^6 Pa (mega pascal)
- 1 GPa = 1.000.000.000 Pa = 10^9 Pa (giga pascal)

Se a unidade de área utilizada for [mm²], a tensão calculada terá unidade de MPa.

1 Pa	1 N/m ²
1 MPa	1 N/mm ²
1 GPa	1 kN/mm ²
1 GPa	10^3 MPa

Tensão normal

Exemplo:

Uma barra de seção circular com 50 mm de diâmetro, é tracionada por uma carga normal de 36 kN. Determine a tensão normal atuante na barra.

a) Força normal:

$$F = 36 \text{ kN} = 36000 \text{ N}$$

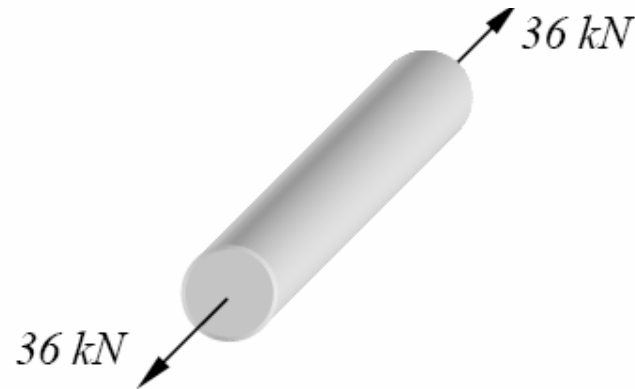
b) Área de seção circular:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{onde } \pi = 3,14159... \cong 3,1416$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,1416 \cdot (50)^2}{4} = 1963,5 \text{ mm}^2 \quad \text{ou} \quad A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,1416 \cdot (0,05)^2}{4} = 0,0019635 \text{ m}^2$$

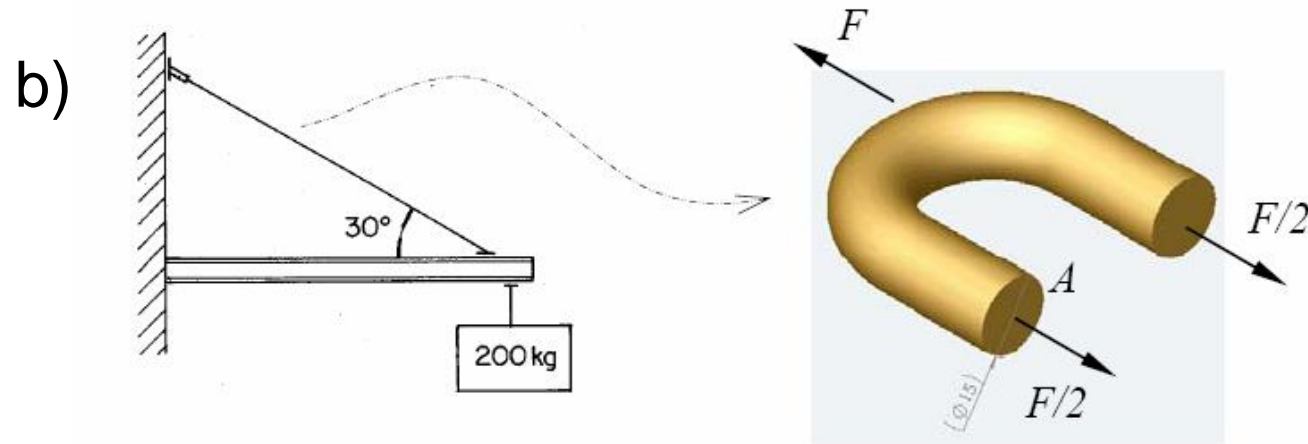
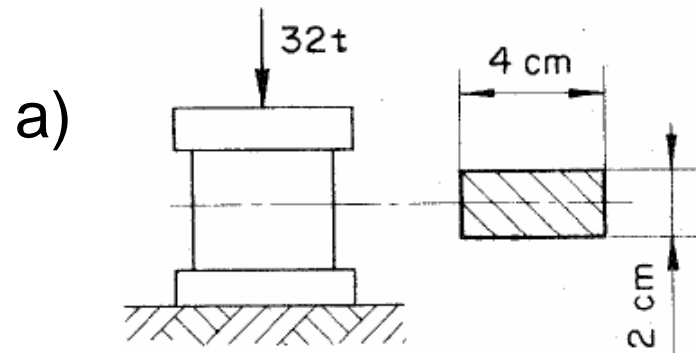
c) Tensão normal:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{36000}{1963,5} = 18,33 \text{ MPa} \quad \text{ou} \quad \sigma = \frac{F}{A} = \frac{36000}{0,0019635} = 18.334.606 \text{ Pa} \cong 18,33 \text{ MPa}$$



Exercícios

Calcular a tensão em cada exemplo abaixo:



Tração

- Ensaio de Tração

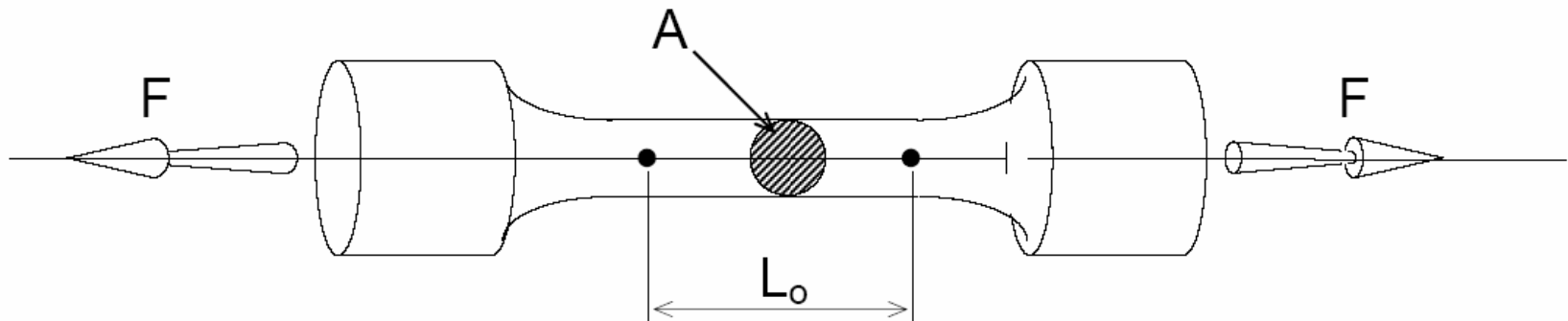


Figura 4.2 Corpo de prova para ensaio mecânico de tração.

Tração

- Diagrama Tensão x Deformação

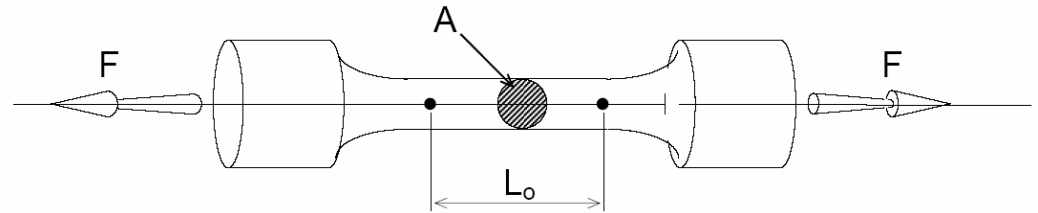
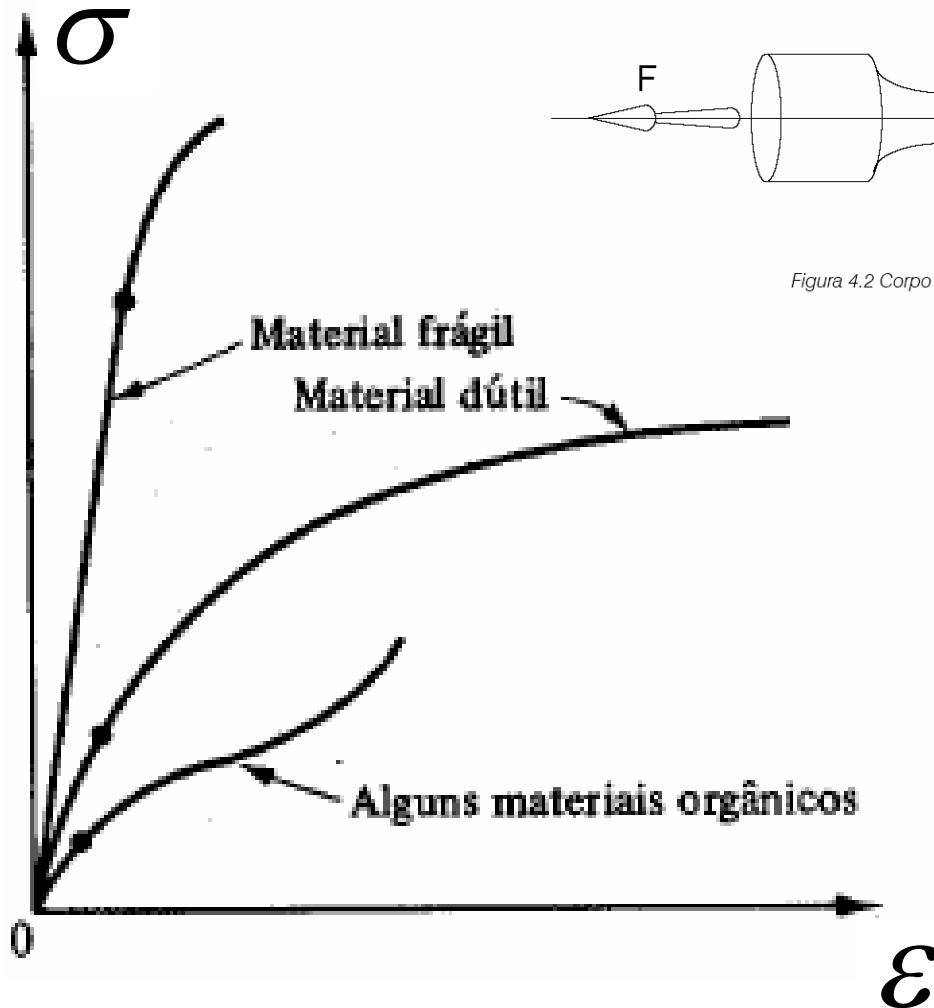


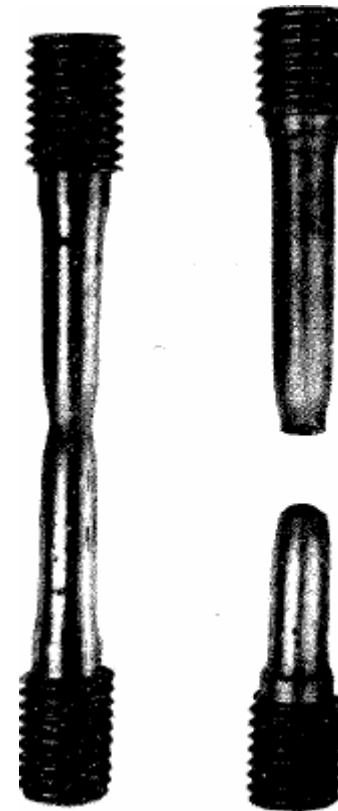
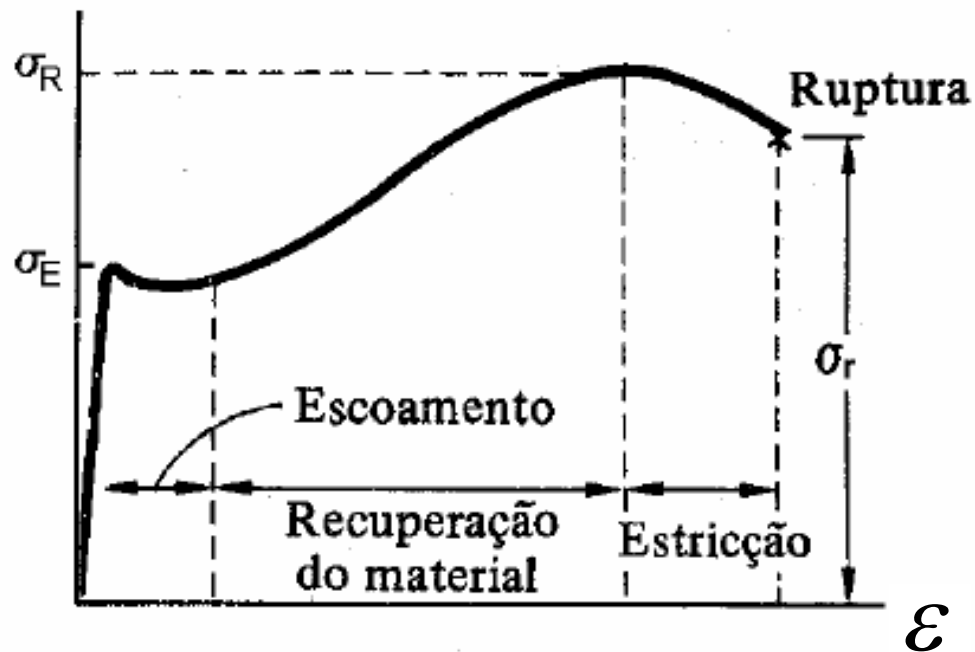
Figura 4.2 Corpo de prova para ensaio mecânico de tração.

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0}$$

Tração

- Material **Dúctil**



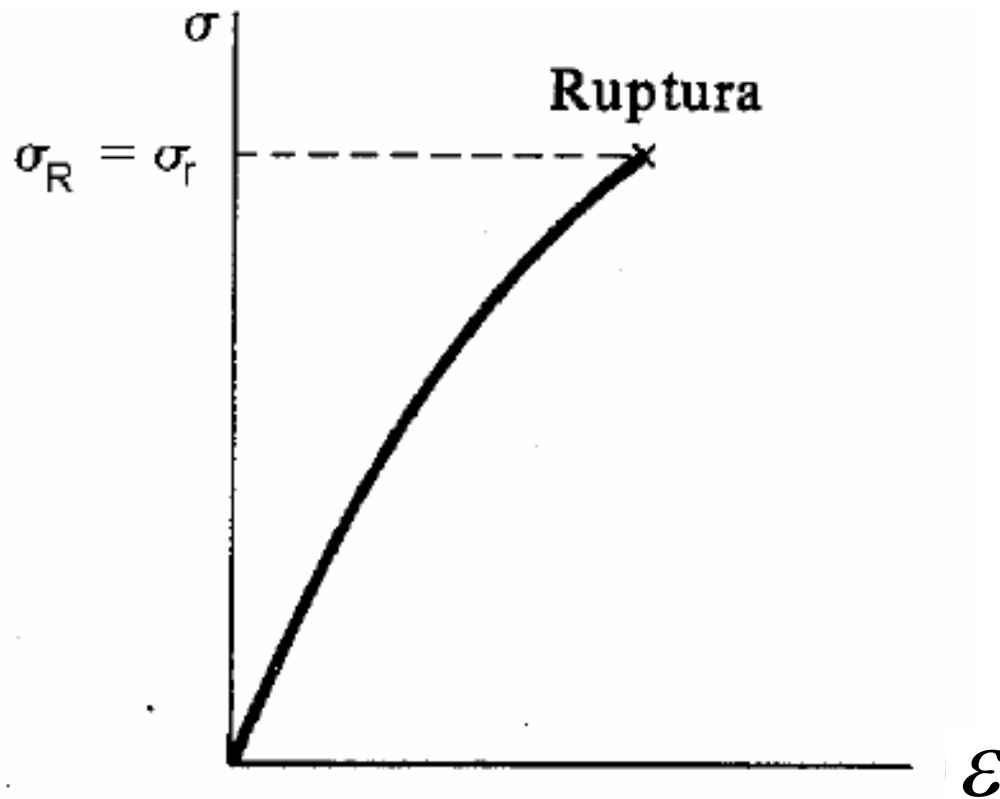
σ_E = Tensão de escoamento

σ_R = Tensão limite de resistência

σ_r = Tensão de ruptura

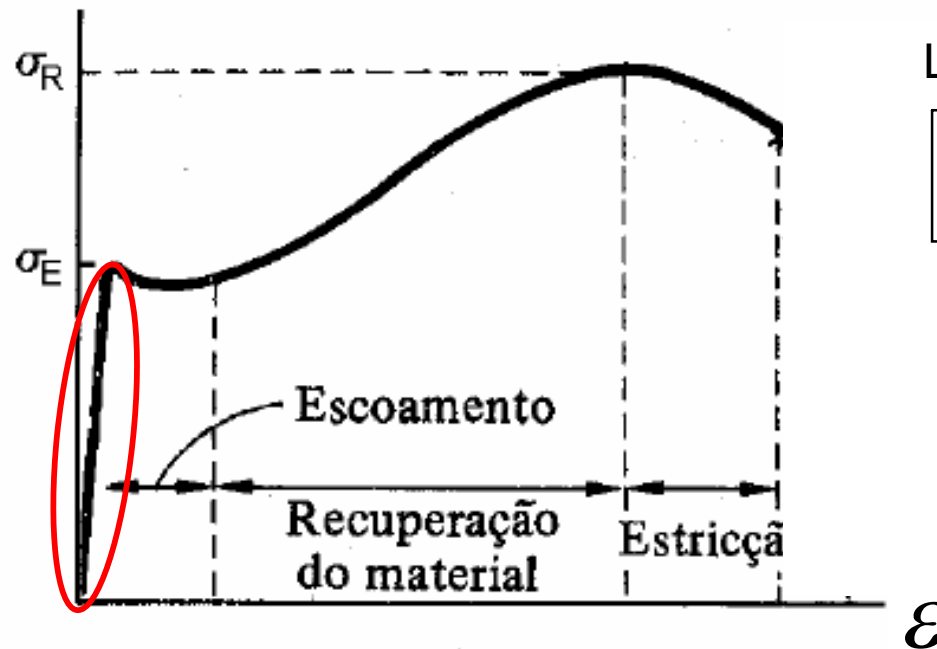
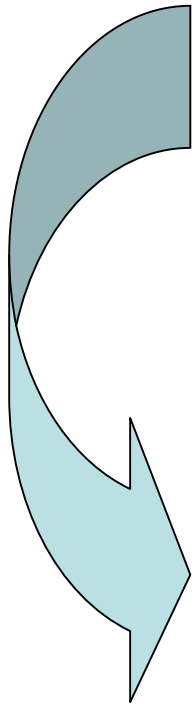
Tração

- Material **Frágil**



Tração

Região elástica



Lei de Hooke:

$$\sigma = E \varepsilon$$

E = módulo de elasticidade
ou *módulo de Young*

Unidade: [Pa]

Exemplos: $E_{\text{aço}} = 210 \text{ GPa}$, $E_{\text{alumínio}} = 70 \text{ GPa}$

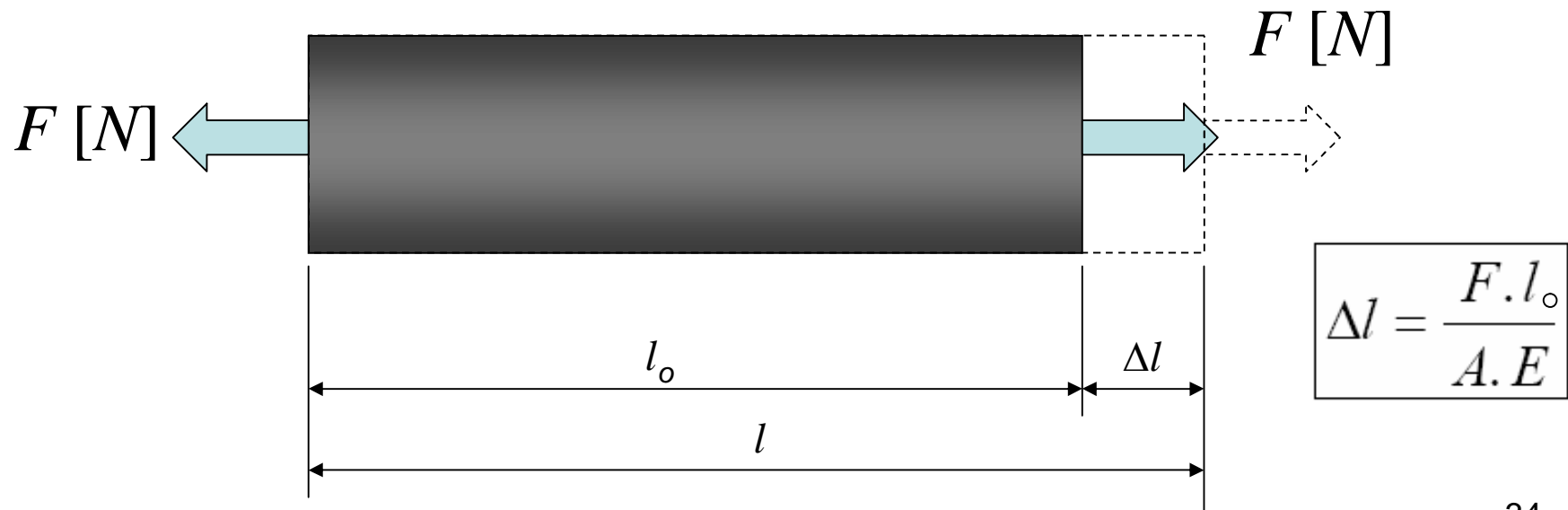
Região elástica

- Equações:

$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_o} = \frac{l - l_o}{l_o}$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$



Exemplos

Uma barra de alumínio de possui uma secção transversal quadrada com 60 mm de lado, o seu comprimento é de 0,8m. A carga axial aplicada na barra é de 30 kN. Determine o seu alongamento. $E_{al} = 70 \text{ GPa}$

a) Força normal:

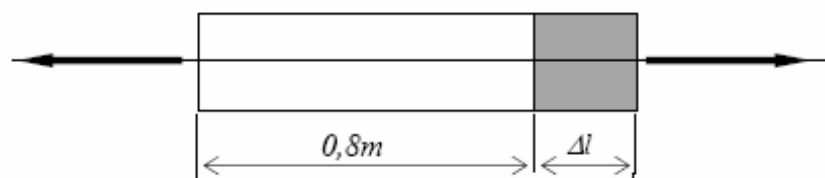
$$F = 30 \text{ kN} = 30000 \text{ N}$$

b) Comprimento inicial da barra:

$$l = 0,8 \text{ m} = 800 \text{ mm}$$

c) Área de secção quadrada:

$$A = a^2 = 60^2 = 3600 \text{ mm}^2$$



↳ Como neste exemplo o módulo de elasticidade foi dado em **MPa** ($1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$), as unidades de comprimento foram convertidas para milímetros.

d) Alongamento:

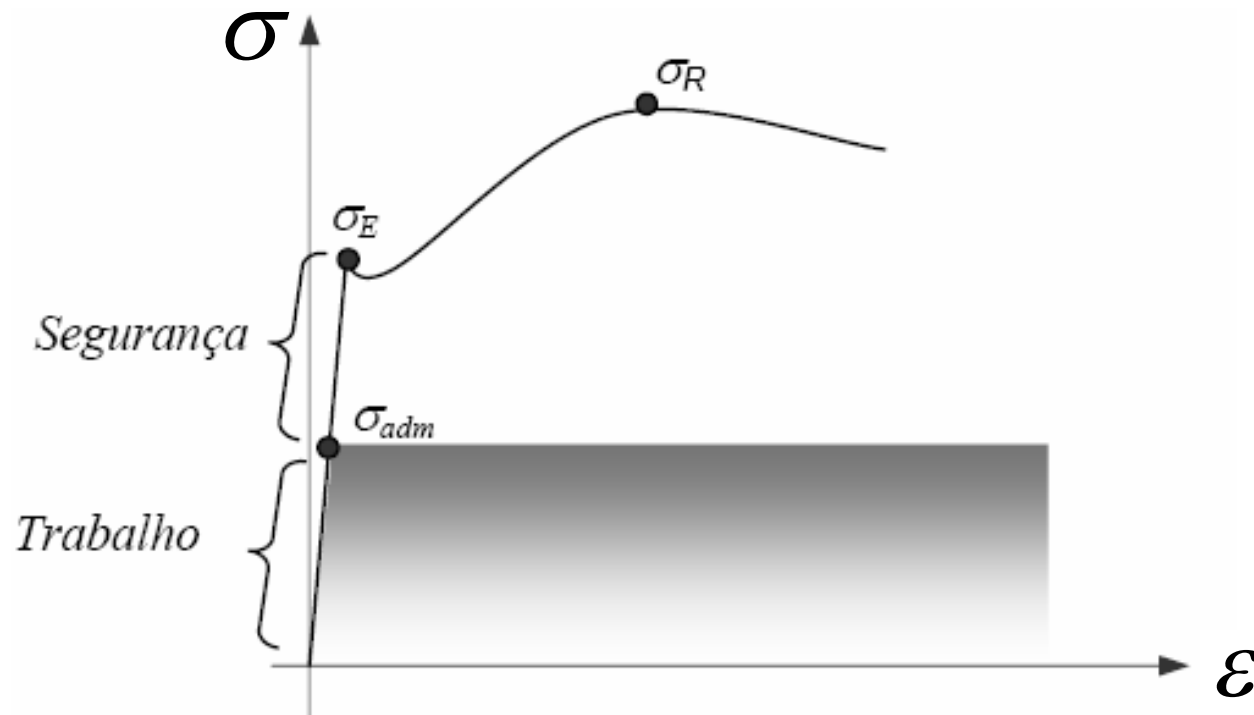
$$\Delta l = \frac{30000 \cdot 800}{3600 \cdot 70 \times 10^3}$$

$$\Delta l = 0,0952 \text{ mm}$$

$$\Delta l = 9,52 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

Dimensionamento

- Estruturas devem ser projetadas para trabalhar na região elástica.
- Tensão admissível (σ_{adm}): é a máxima tensão para a qual a peça é projetada.
- Observe que $\sigma_{adm} < \sigma_E$



Dimensionamento

- Cálculo da tensão admissível:

$$\text{Materiais Frágeis} \rightarrow \sigma_{adm} = \sigma_R / Sg$$

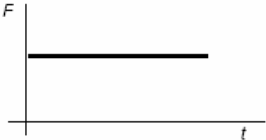

$$\text{Materiais Dúteis} \rightarrow \sigma_{adm} = \sigma_E / Sg$$

- **Sg = coeficiente de segurança**
- Depende de:
 1. Material a ser aplicado;
 2. Tipo de carregamento;
 3. Freqüência de carregamento;
 4. Ambiente de atuação;
 5. Grau de importância do membro projetado.

Coeficiente de Segurança (S_g)

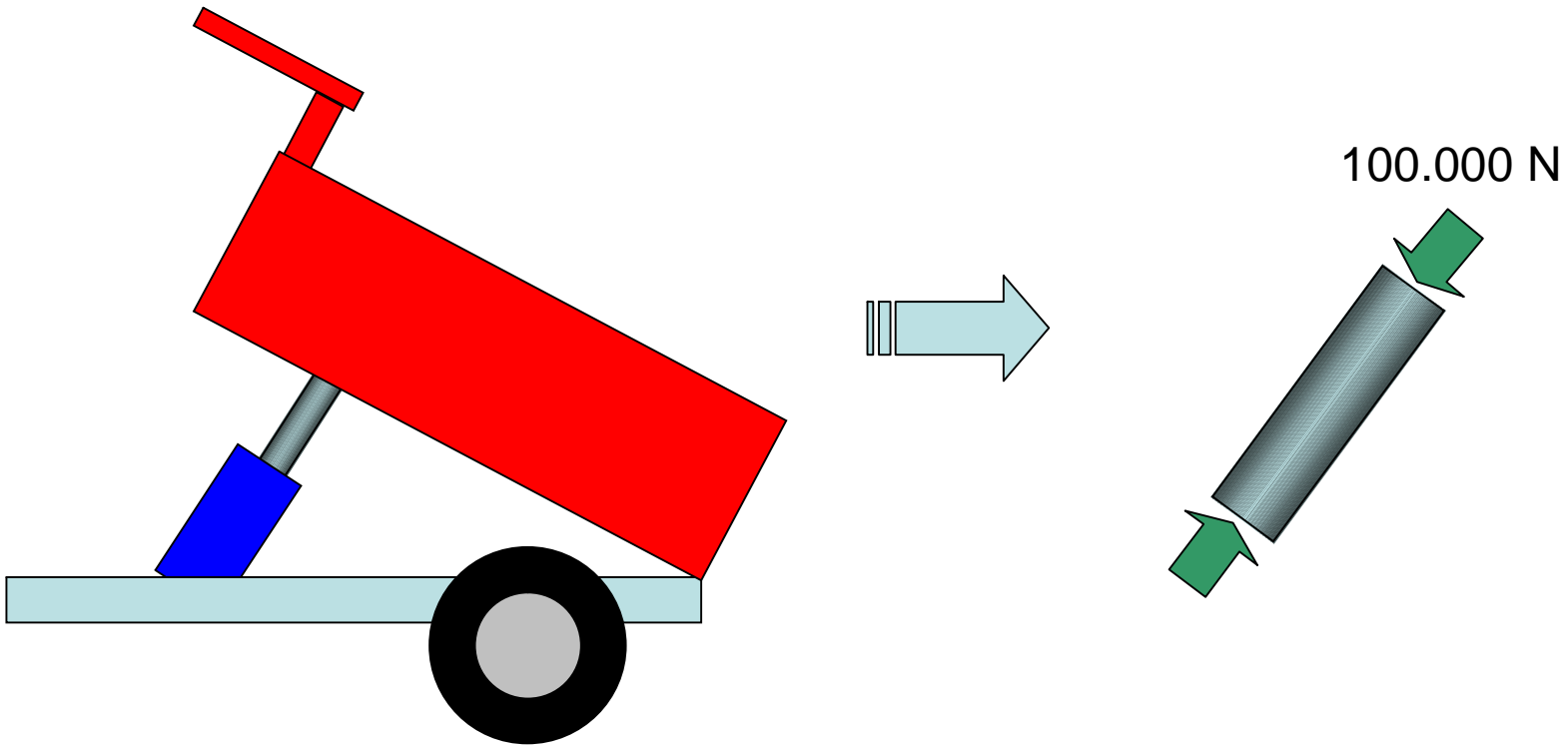
$$S_g = A \cdot B \cdot C \cdot D$$

Tabela 9.1 Fatores para a determinação do coeficiente de segurança

FATOR	CASO	VALOR
A	PEÇAS FORJADA; TEMPERADA A ÓLEO; AÇO NÍQUEL	1,2
	PEÇA FERRO FUNDIDO; AÇO CARBONO	2
B	CARGA ESTÁTICA 	1
	CARGA DINÂMICA 	2
	CARGA ALTERNADA 	3
C	CARGA CONSTANTE	1
	CARGA GRADUAL	2
	POUCO IMPACTO	3
	ALTO IMPACTO	4 - 5
D	MATERIAIS DÚCTEIS	1,5
	MATERIAIS FRÁGEIS	2

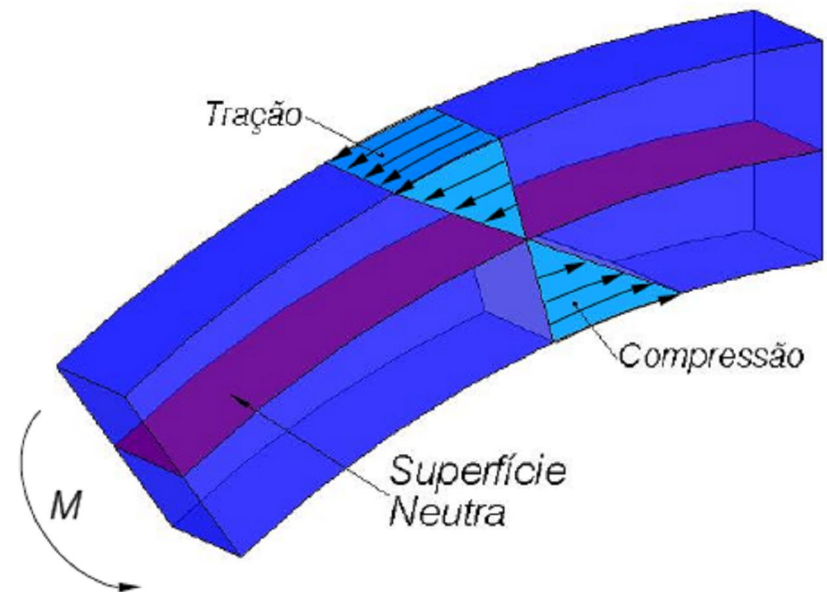
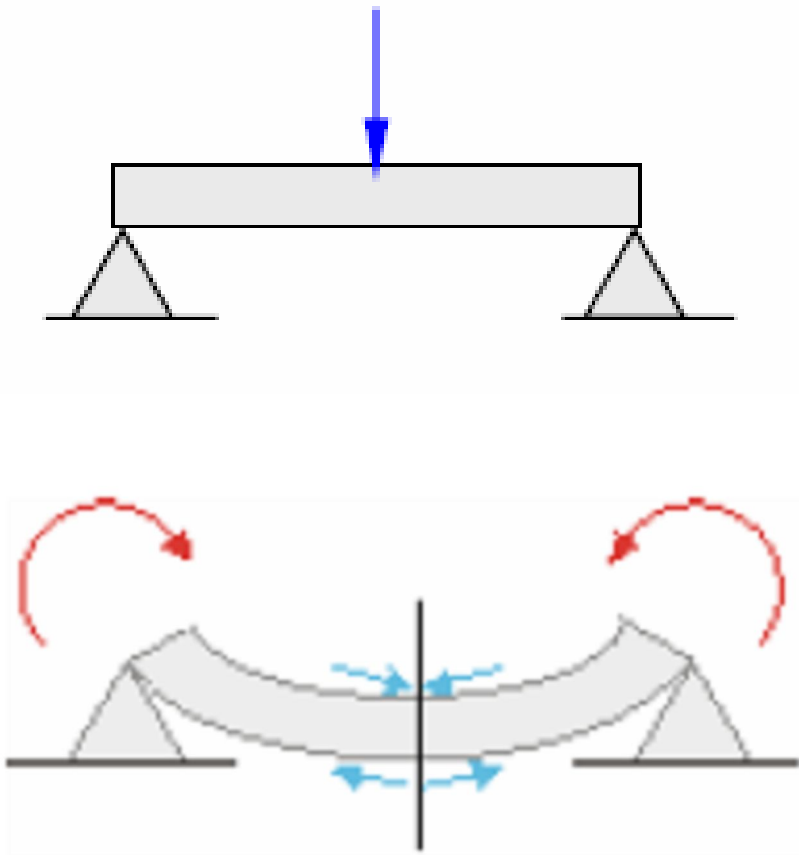
Exemplo

- Calcule o diâmetro da haste do pistão hidráulico da figura abaixo.
Material: aço ABNT 1040



Flexão

- Esforço que provoca curvatura na viga



Flexão

- Formato das vigas

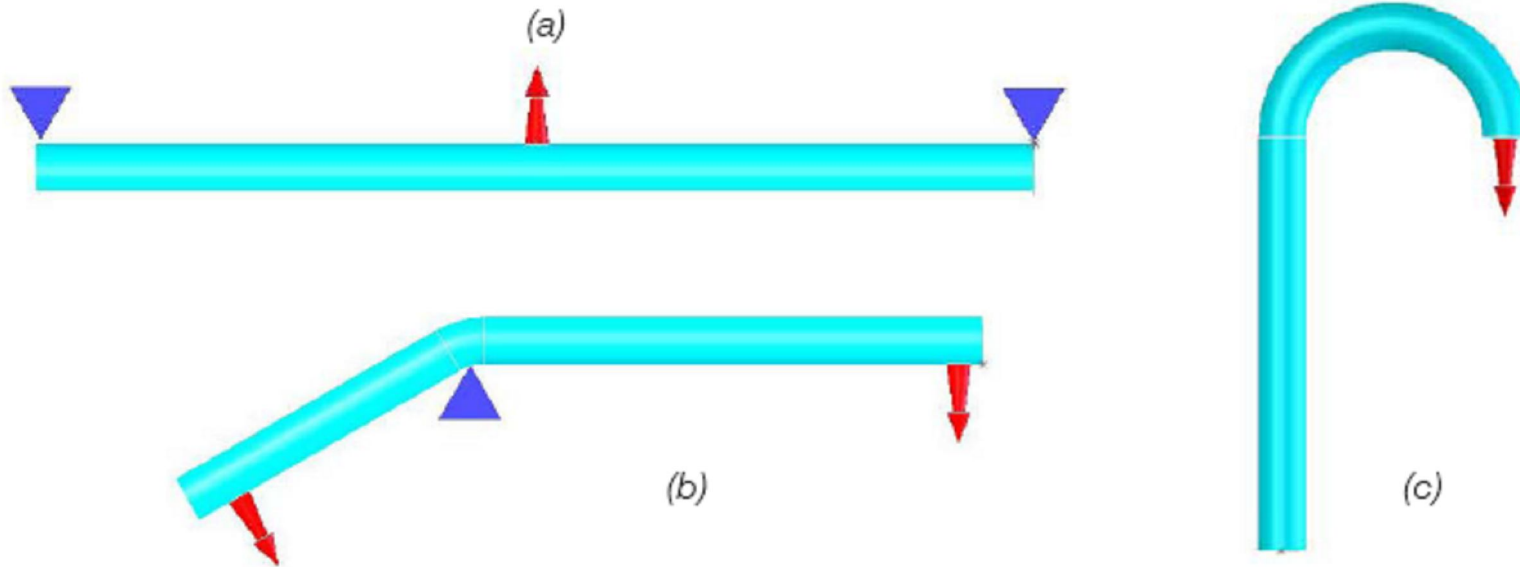
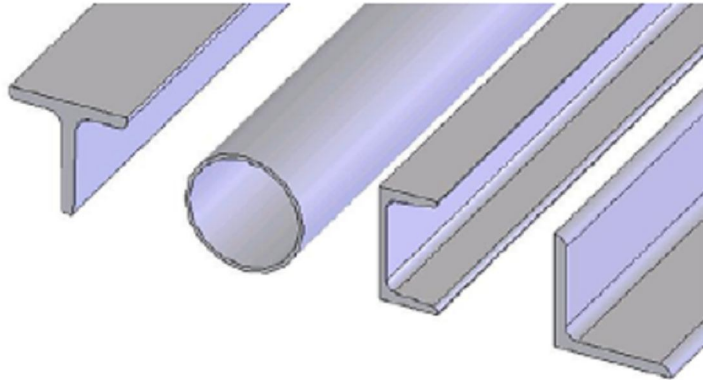


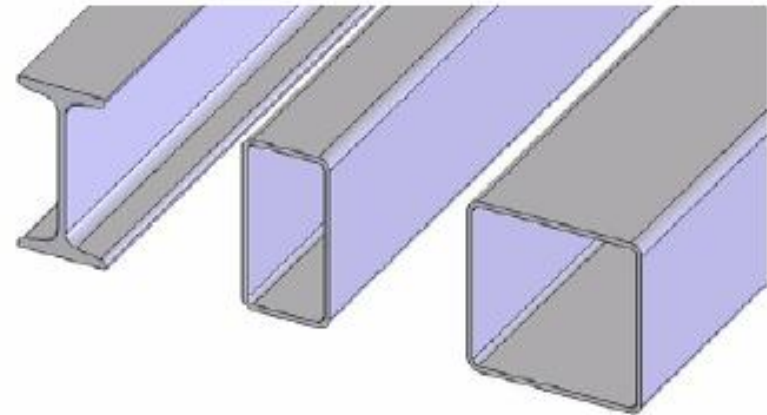
Figura 6.4 vigas (a) reta, (b) angular e (c) curva.

Flexão

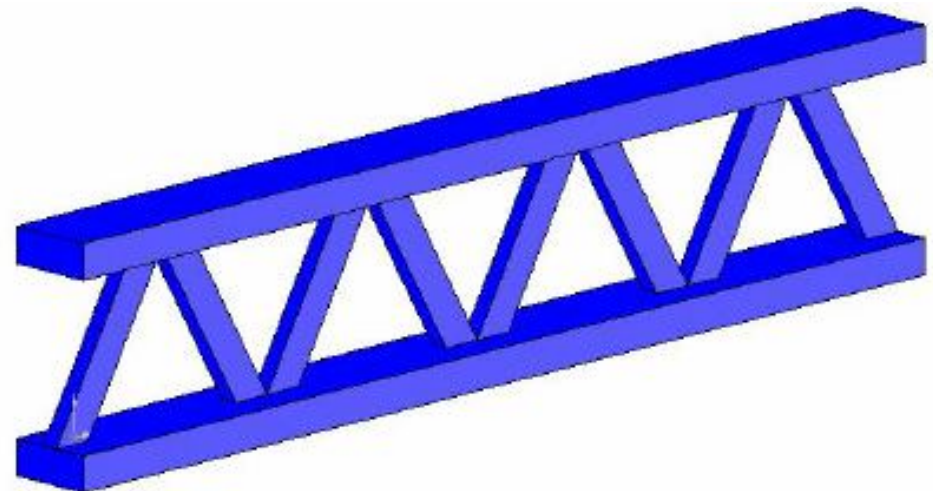
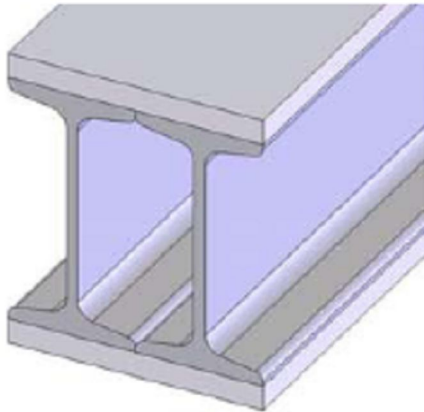
- Seção transversal



(a)



(b)

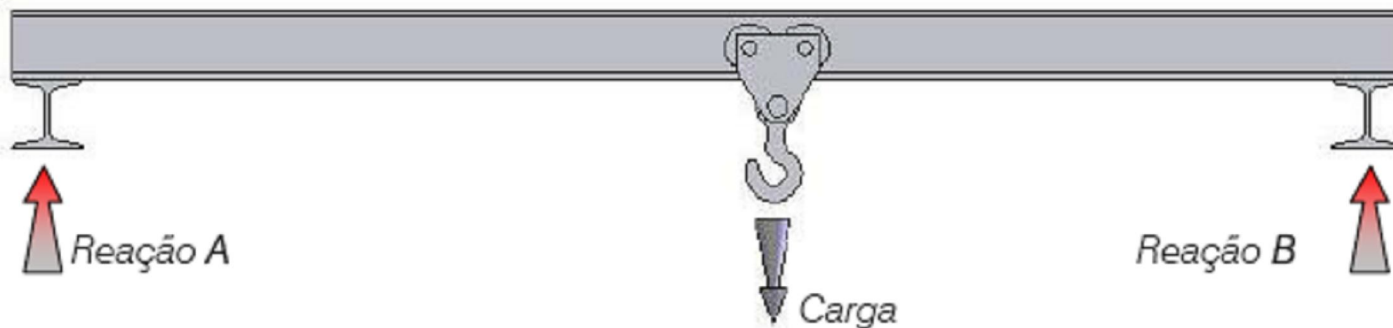


Flexão

APOIOS

Apoios ou vínculos, são componentes ou partes de uma mesma peça que impedem o movimento em uma ou mais direções. Considerando o movimento no plano, podemos estabelecer três possibilidades de movimento:

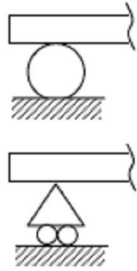
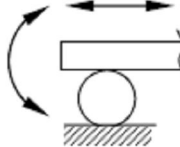
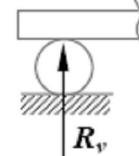
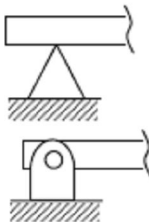
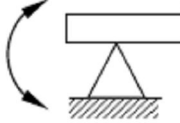
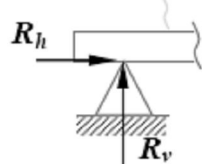
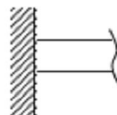
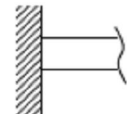
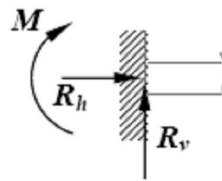
- Translação horizontal (\longleftrightarrow);
- Translação vertical ($\uparrow\downarrow$);
- Rotação ($\cdot\curvearrowright$)



Flexão- Apoios

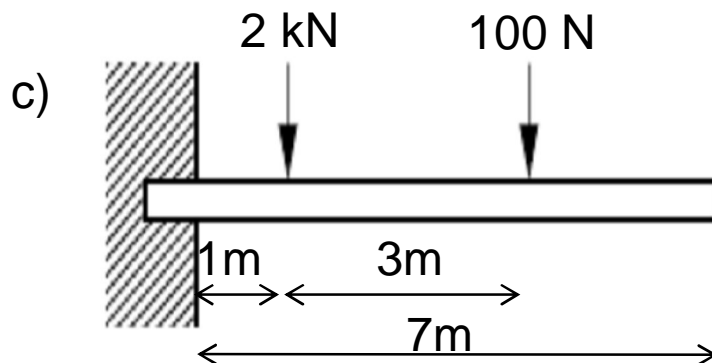
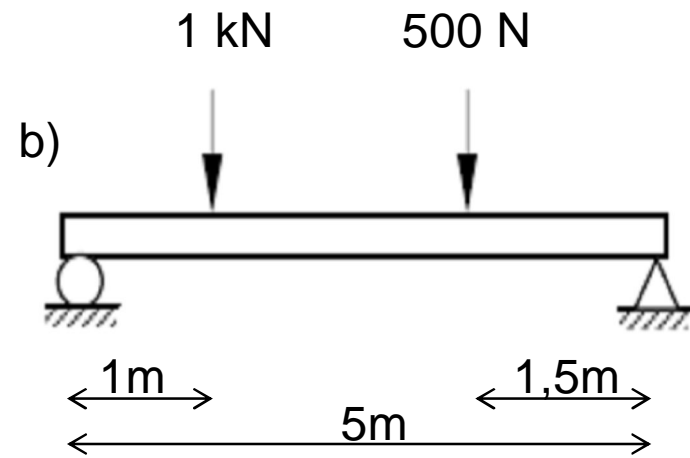
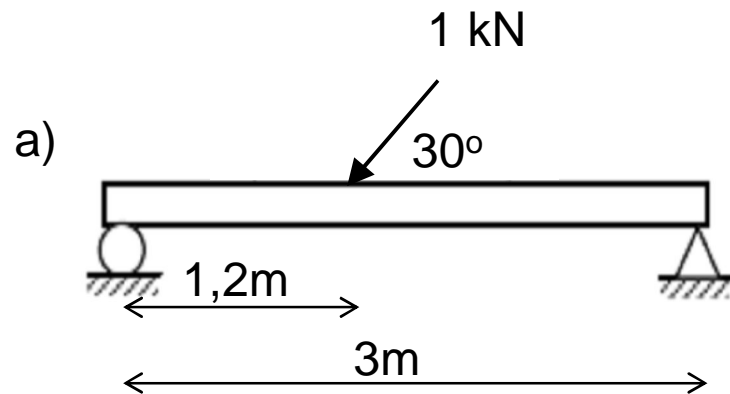
Classificação

Os apoios são classificados de acordo com o grau de liberdade, ou seja, os movimentos que permitem. Desta forma temos:

Apoio	Simbologia	Graus de liberdade	REAÇÕES
MÓVEL			
FIXO			
ENGASTE			

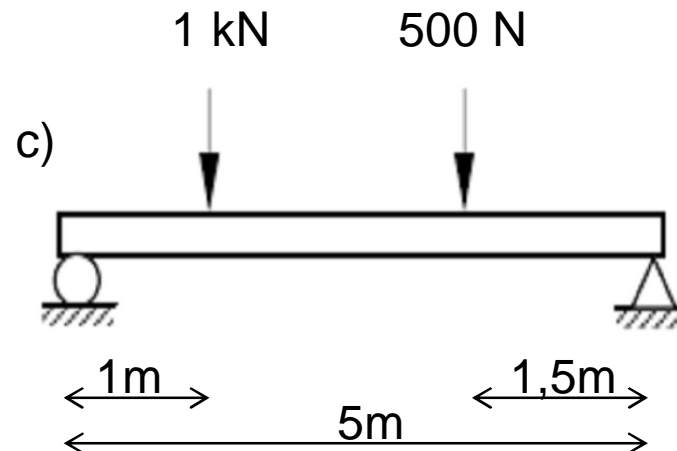
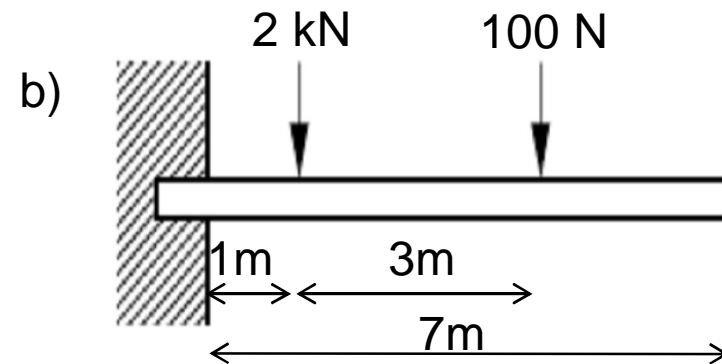
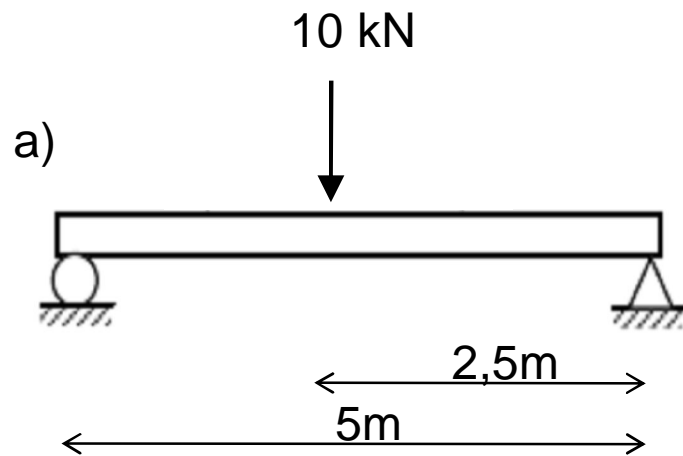
Exemplos - Apoios

Calcule as reações nos apoios abaixo

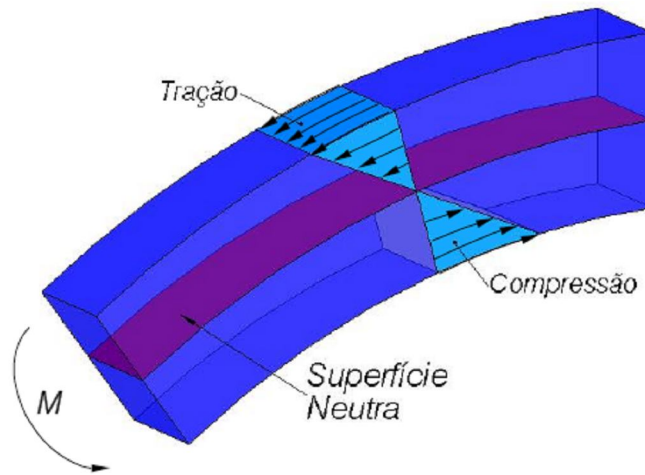


Momento Fletor

- Encontre o momento fletor máximo das vigas abaixo

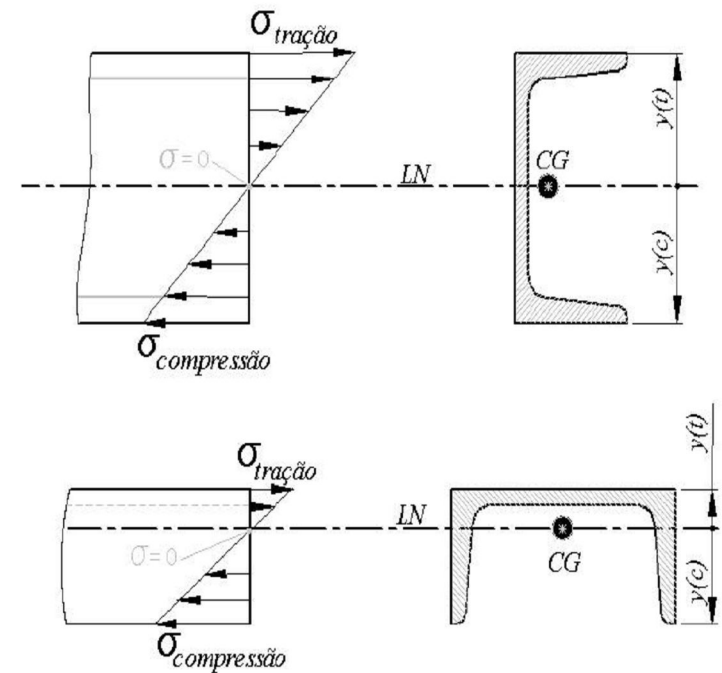


Tensões de Flexão

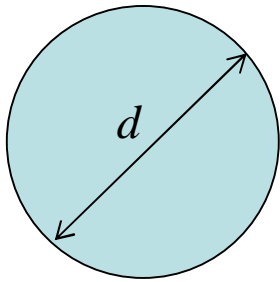


$$\sigma_F = \frac{M_{max}}{W}$$

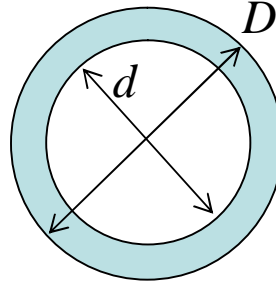
onde: M_{max} = momento fletor máximo [N.m]
 W = módulo de rigidez à flexão (módulo de flexão) [m³]



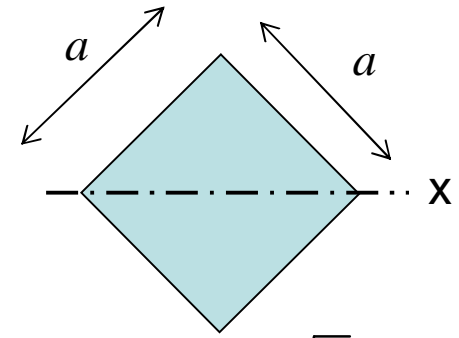
Módulo de Flexão (W)



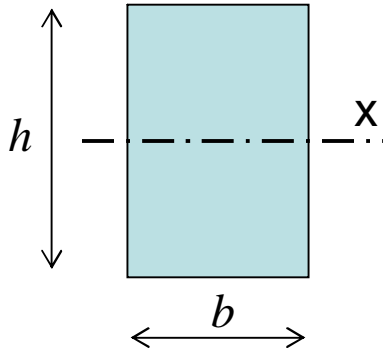
$$W = \frac{\pi d^3}{32}$$



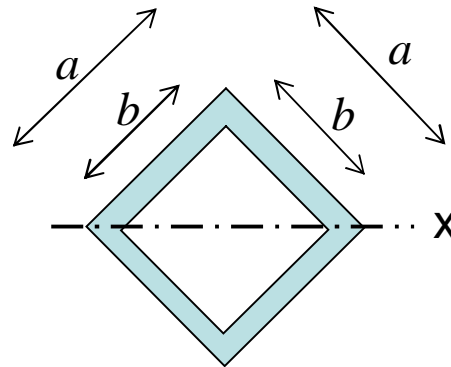
$$W = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32D}$$



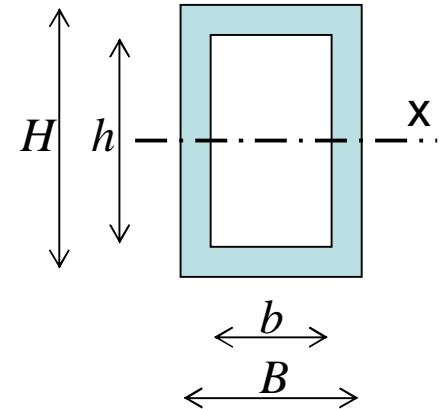
$$W_x = a^3 \frac{\sqrt{2}}{12}$$



$$W_x = \frac{bh^2}{6}$$



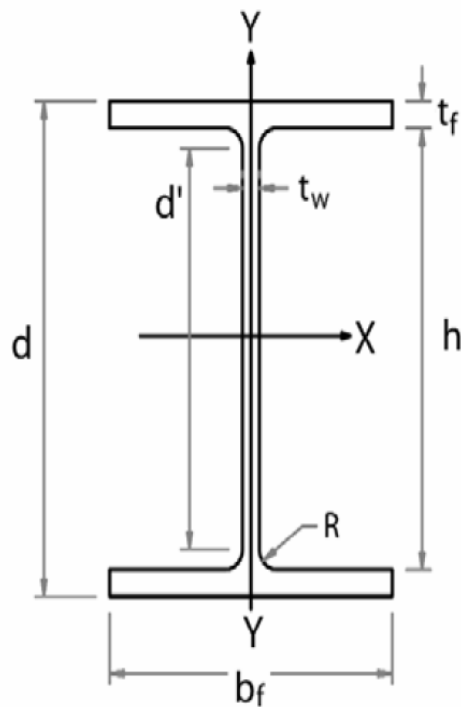
$$W_x = \frac{(a^4 - b^4)\sqrt{2}}{12a}$$



$$W_x = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$$

Módulo de Flexão (W)

- Perfil “I”



BITOLA	Massa linear (kg/m)	d (mm)	b _f (mm)	ESPESSURA		h (mm)	d' (mm)
				t _w (mm)	t _f (mm)		
W 150 x 13,0	13,0	148	100	4,3	4,9	138	118
W 150 x 18,0	18,0	153	102	5,8	7,1	139	119
W 200 x 15,0	15,0	200	100	4,3	5,2	190	170
W 200 x 19,3	19,3	203	102	5,8	6,5	190	170
W 200 x 22,5	22,5	206	102	6,2	8,0	190	170
W 200 x 26,6	26,6	207	133	5,8	8,4	190	170
W 200 x 31,3	31,3	210	134	6,4	10,2	190	170
W 250 x 17,9	17,9	251	101	4,8	5,3	240	220
W 250 x 22,3	22,3	254	102	5,8	6,9	240	220
W 250 x 25,3	25,3	257	102	6,1	8,4	240	220
W 250 x 28,4	28,4	260	102	6,4	10,0	240	220
W 250 x 32,7	32,7	258	146	6,1	9,1	240	220
W 250 x 38,5	38,5	262	147	6,6	11,2	240	220
W 250 x 44,8	44,8	266	148	7,6	13,0	240	220
W 310 x 21,0	21,0	303	101	5,1	5,7	292	272
W 310 x 23,8	23,8	305	101	5,6	6,7	292	272
W 310 x 28,3	28,3	309	102	6,0	8,9	291	271
W 310 x 32,7	32,7	313	102	6,6	10,8	291	271

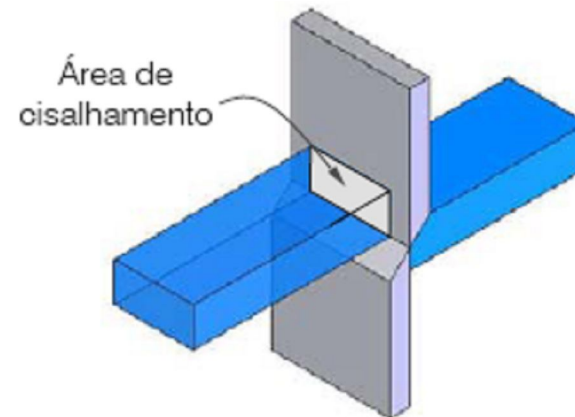
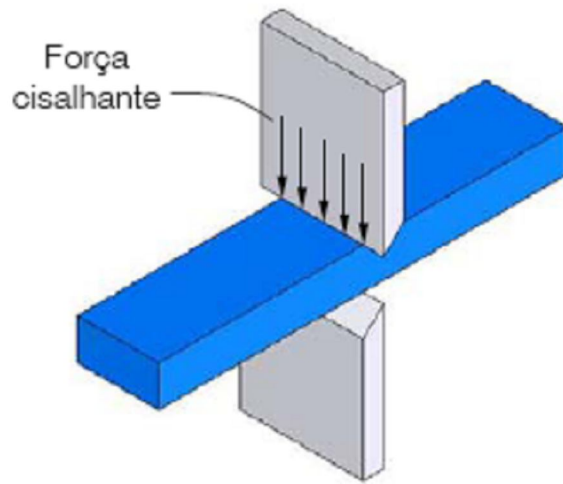
Área (cm ²)	Eixo C-X				Eixo X-Y			
	I _x (cm ⁴)	W _x (cm ³)	r _x (cm)	Z _x (cm ³)	I _y (cm ⁴)	W _y (cm ³)	r _y (cm)	Z _y (cm ³)
16,6	635	85,8	6,18	96,4	82	16,4	2,22	25,5
23,4	939	122,8	6,34	139,4	126	24,7	2,32	38,5
19,4	1.305	130,5	8,20	147,9	87	17,4	2,12	27,3
25,1	1.686	166,1	8,19	190,6	116	22,7	2,14	35,9
29,0	2.029	197,0	8,37	225,5	142	27,9	2,22	43,9
34,2	2.611	252,3	8,73	282,3	330	49,6	3,10	76,3
40,3	3.168	301,7	8,86	338,6	410	61,2	3,19	94,0
23,1	2.291	182,6	9,96	211,0	91	18,1	1,99	28,8
28,9	2.939	231,4	10,09	267,7	123	24,1	2,06	38,4
32,6	3.473	270,2	10,31	311,1	149	29,3	2,14	46,4
36,6	4.046	311,2	10,51	357,3	178	34,8	2,20	54,9
42,1	4.937	382,7	10,83	428,5	473	64,8	3,35	99,7
49,6	6.057	462,4	11,05	517,8	594	80,8	3,46	124,1
57,6	7.158	538,2	11,15	606,3	704	95,1	3,50	146,4
27,2	3.776	249,2	11,77	291,9	98	19,5	1,90	31,4
30,7	4.346	285,0	11,89	333,2	116	22,9	1,94	36,9
36,5	5.500	356,0	12,28	412,0	158	31,0	2,08	49,4
42,1	6.570	419,8	12,49	485,3	192	37,6	2,13	59,8

Exercícios

Determine a tensão máxima atuante na viga do exercício (a) anterior, considerando as seguintes seções transversais:

- Cilíndrica maciça, com diâmetro de 50 mm
- Tubular com diâmetro interno de 40 mm e mesma área anterior.
- Quadrada vazada com lado interno de 40 mm e mesma área anterior
- Viga “I” com mesma área anterior (aproximadamente)

Cisalhamento



Tensão de Cisalhamento: $\tau = \frac{F_{cortante}}{A}$

	Ruptura	Escoamento
Aço até 0,3% C e Alumínio	$\tau_R = 0,6 \sigma_R$	$\tau_{E1} = 0,5 \sigma_E$
Aço 0,3 – 0,7% C	$\tau_R = 0,75 \sigma_R$	$\tau_{E1} = 0,75 \sigma_E$
Aço acima de 0,7% C	$\tau_R = \sigma_R$	$\tau_{E1} = \sigma_E$

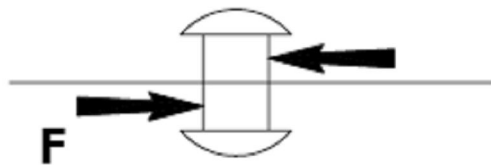
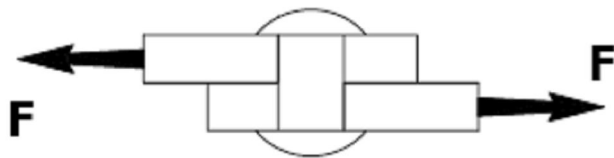
Exercícios

- Calcule a força necessária para cortar uma moeda de 25 mm de diâmetro a partir uma chapa de Aço 1020 de 3 mm de espessura.

Cisalhamento

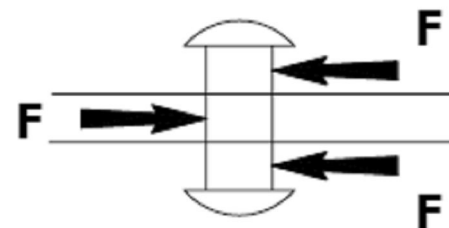
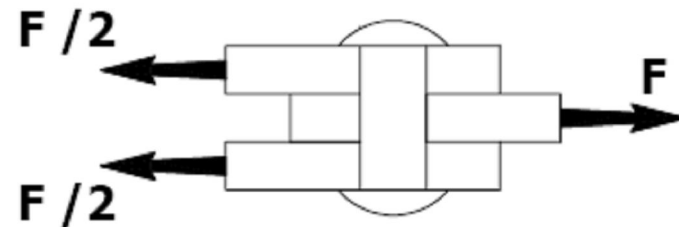
- Juntas rebitadas/aparafusadas

Corte Simples



$$\tau = \frac{F_{\text{cortante}}}{A}$$

Corte duplo



$$\tau = \frac{F_{\text{cortante}}}{2A}$$

Juntas aparafusadas/rebitadas

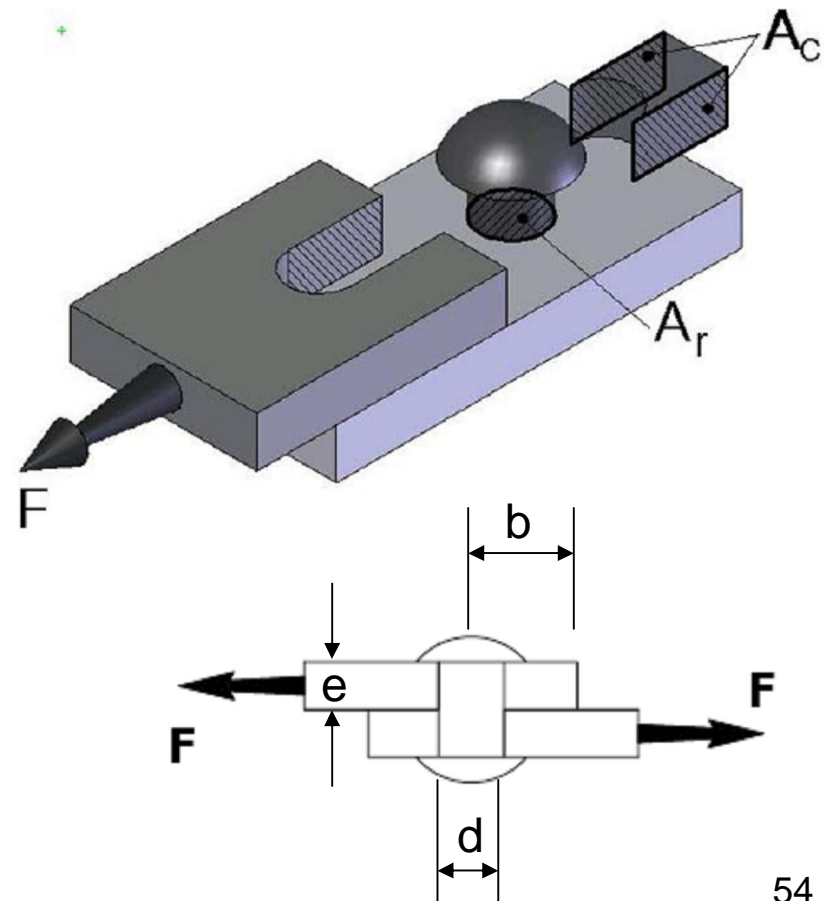
- Distância mínima entre o centro do rebite e a extremidade da chapa:
- $A_c = A_r$

$$F_{rebite} = F_{chapa}$$

$$\tau_{rebite} \times A_{rebite} = \tau_{chapa} \times A_{chapa}$$

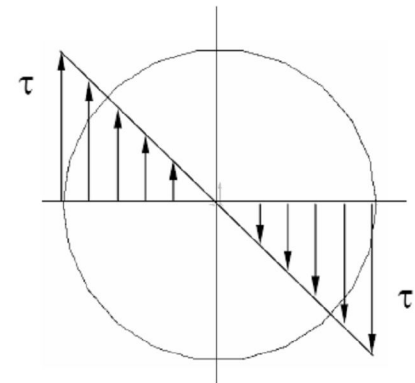
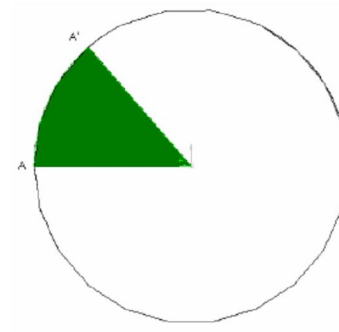
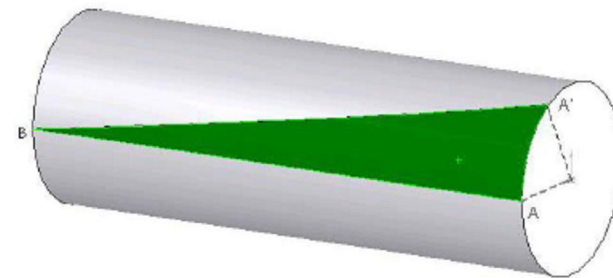
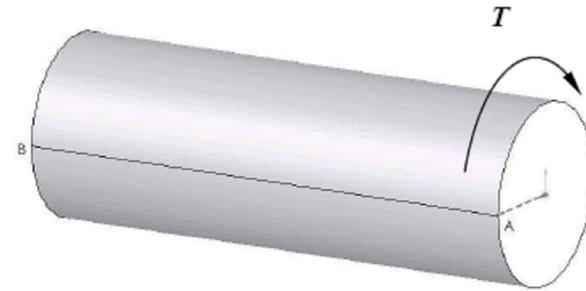
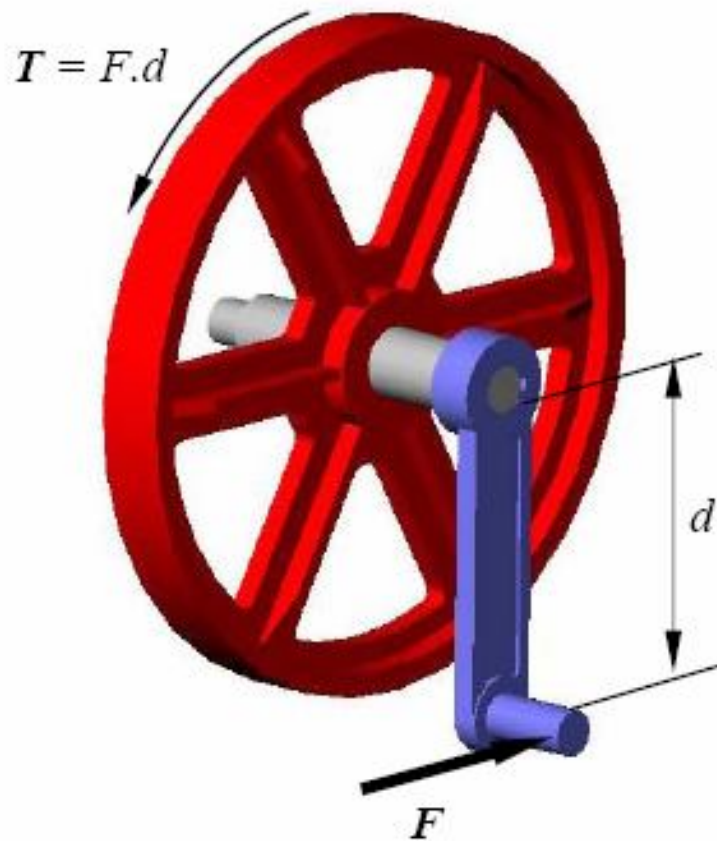
$$\tau_{rebite} \times \frac{\pi d^2}{4} = \tau_{chapa} \times 2be$$

$$b = \frac{\tau_{rebite}}{\tau_{chapa}} \times \frac{\pi d^2}{8e}$$



TORÇÃO

- Torque (Momento torçor): T [N.m]



TORÇÃO

- Tensão de torção: τ [Pa]

Para eixos se seção transversal cheia:

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$$

Para eixos se seção transversal vazada:

$$\tau = \frac{16Td_e}{\pi(d_e^3 - d_i^3)}$$

Onde:

T : torque [N.m]

d : diâmetro cheio [m]

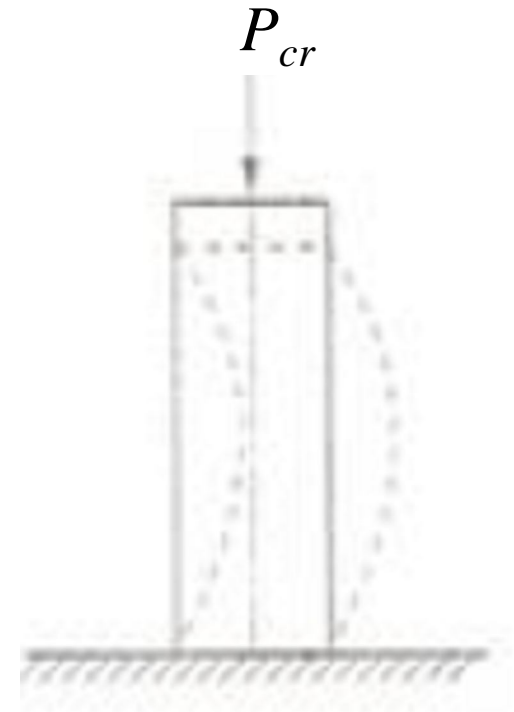
d_e : diâmetro externo [m]

d_i : diâmetro interno [m]

FLAMBAGEM

- Carga Crítica (de Euler): P_{cr} [N]

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{l_f^2}$$

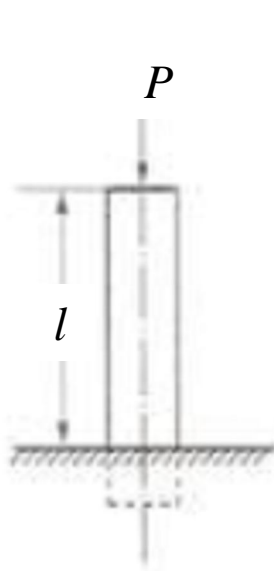


onde: l_f = comprimento livre de flambagem [m]

J = momento de inércia da seção transversal [m⁴]

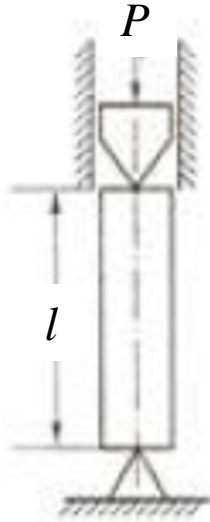
FLAMBAGEM

- Comprimento livre de flambagem: l_f [m]



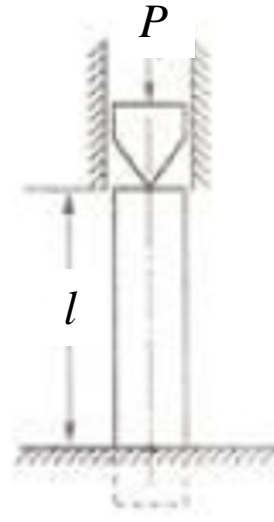
$$l_f = 2.l$$

engastada
e livre



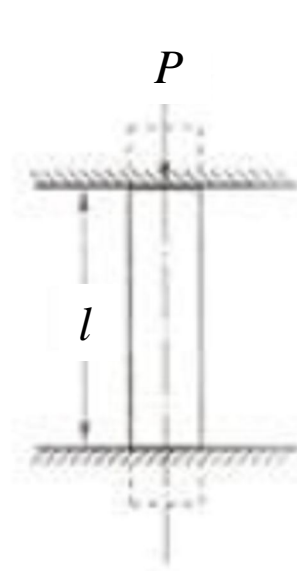
$$l_f = l$$

bi-articulada



$$l_f = 0,7.l$$

engastada e
articulada



$$l_f = 0,5.l$$

bi- engastada

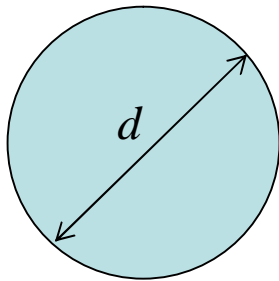
FLAMBAGEM

- Momento de Inércia da seção: J [m⁴]

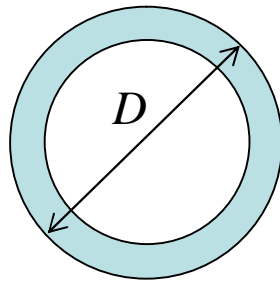
$$J = W . t$$

onde: W = módulo de flexão [m³]

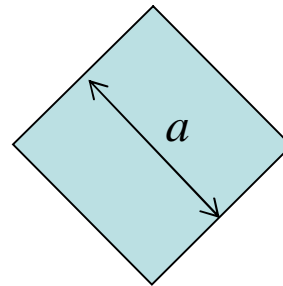
t = metade da menor dimensão externa da seção [m]



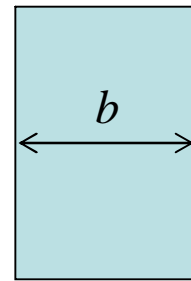
$$t = \frac{d}{2}$$



$$t = \frac{D}{2}$$



$$t = \frac{a}{2}$$



$$t = \frac{b}{2}$$

EXERCÍCIO - FLAMBAGEM

- Calcular qual a carga mínima para ocorra de flambagem de uma coluna de aço ABNT 1020 maçica, bi-articulada com 1,2 m de comprimento e 34 mm de diâmetro.
- Uma coluna vertical de seção quadrada e engastada nas duas extremidades está submetida a um peso de compressão de 100 kN. Se o comprimento é de 2,2m, e o material é concreto, qual a dimensão mínima da coluna para que não ocorra flambagem.