

Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina – CEFET/SC



Unidade Araranguá

# RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS I

## Curso de Eletromecânica

Prof. Fernando H. Milanese, Dr. Eng.

[milanese@cefetsc.edu.br](mailto:milanese@cefetsc.edu.br)

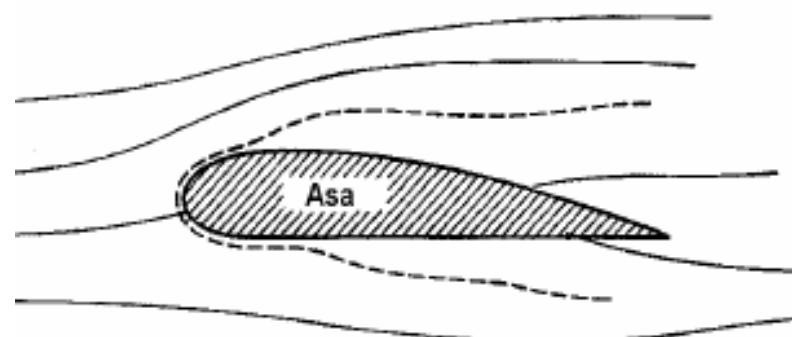
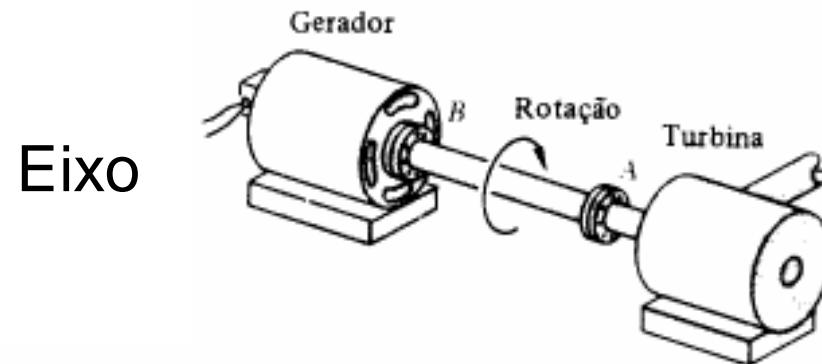
# Conteúdo da aula

- Introdução à disciplina
- Introdução à Resistência dos Materiais
- Classes de solicitações

# Introdução à Resistência dos Materiais

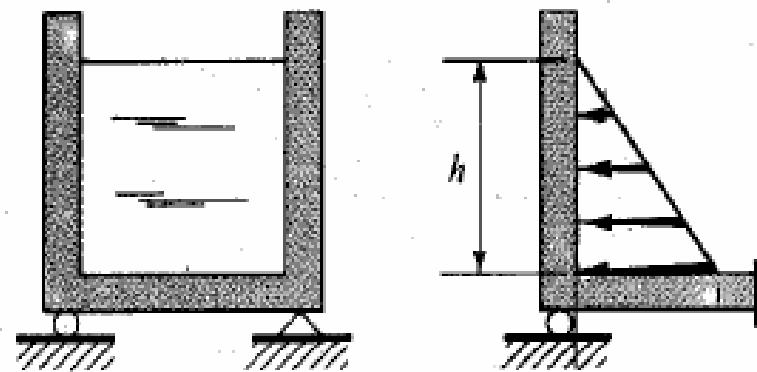
- *Objetivo:* estudar o comportamento de sólidos sob esforços.
- *Estática:* estuda somente as forças externas.
- *Resistência dos materiais:* efeitos das forças no comportamento interno dos sólidos

# Exemplos



Asa de avião

Reservatório



# Classes de Solicitações

Existem 5 tipos de solicitações (esforços) mecânicas:

- Tração
- Compressão
- Flexão
- Torção
- Cisalhamento

# Classes de Solicitações

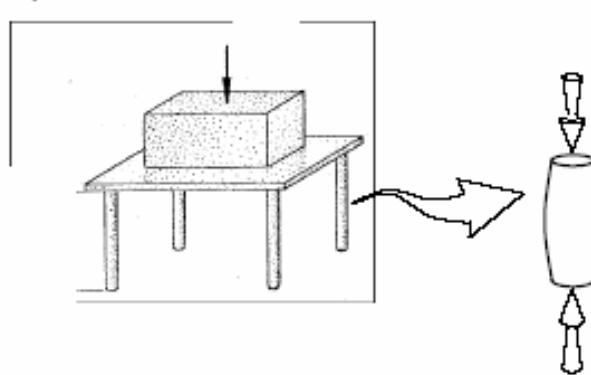
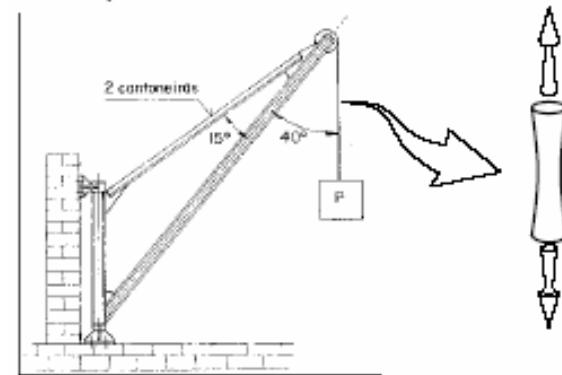


Figura 2.1 a) Pés da mesa estão submetidos à compressão,



b) Cabo de sustentação submetido à tração.

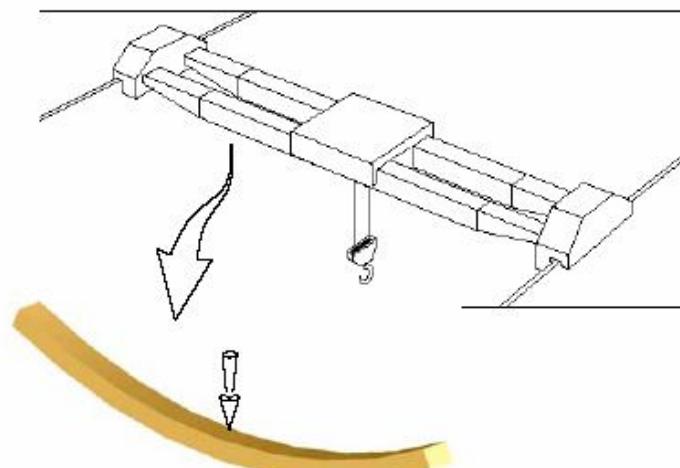


Figura 2.2 Viga submetida à flexão.

# Classes de Solicitações

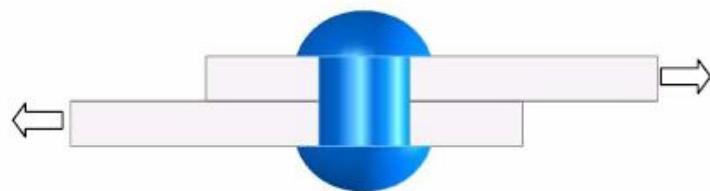


Figura 2.3 Rebite submetido ao cisalhamento.

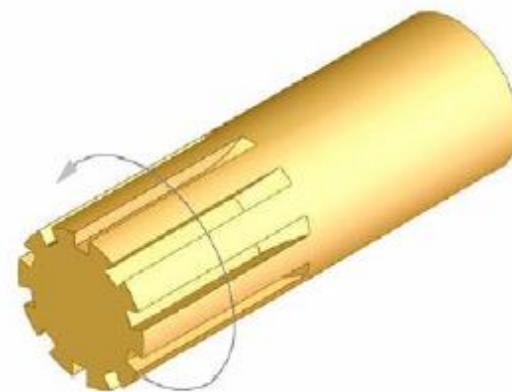


Figura 2.4 Ponta de eixo submetida à torção.

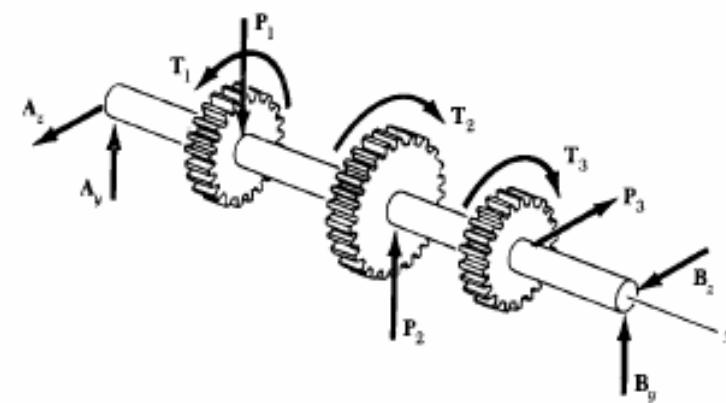


Figura 2.5 Árvore de transmissão: Flexo-torção.

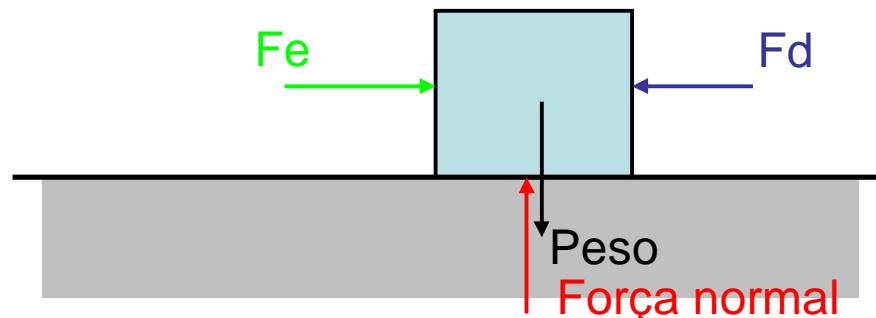
# Exercícios de fixação

Diga pelo menos um exemplo prático onde podemos encontrar cada um dos tipos de solicitações:

- Tração
- Compressão
- Flexão
- Cisalhamento
- Torção

# Estática

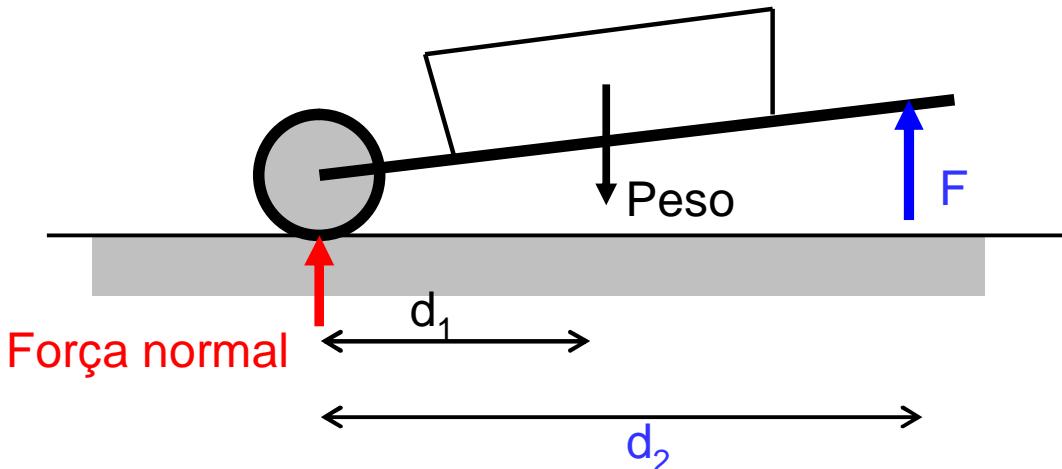
- Estudo dos corpos em equilíbrio (Velocidade=constante).
- Força resultante sobre o corpo é zero. Ex:



$$F_e = F_d$$

Peso = Força normal

- Momento resultante sobre o corpo é zero. Ex:

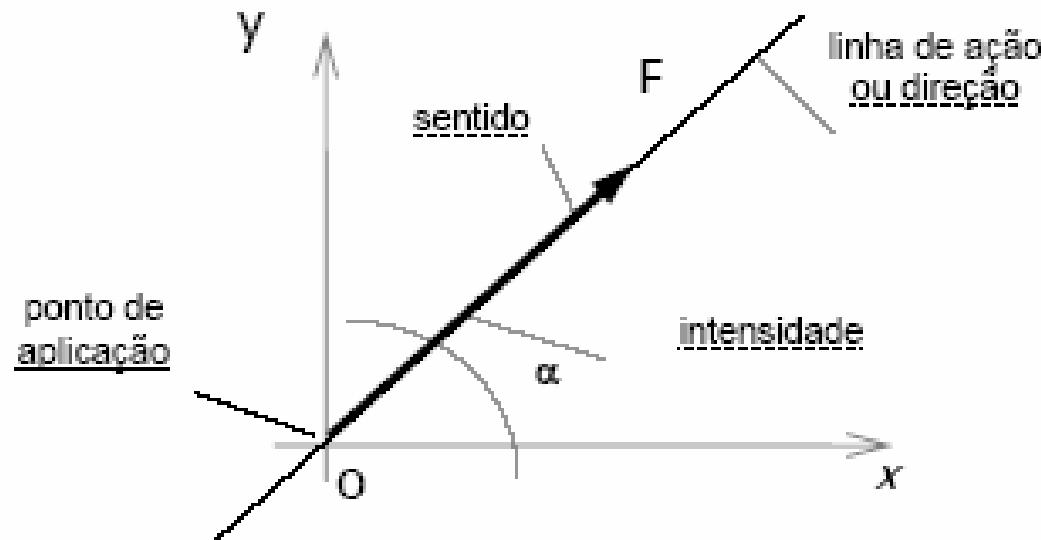


$$\text{Peso} \cdot d_1 = F \cdot d_2$$

Peso = F + Força normal

# Forças

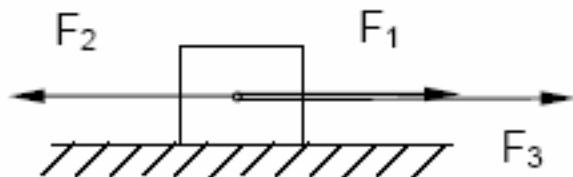
- Grandeza física que provoca movimento ou deformação de um corpo
- Exemplo mais comum: Peso.
- Unidade (SI): N (newton)
- Força é um vetor (módulo, direção e sentido)



# Resultante de Forças ( $\sum F$ )

- *Forças coincidentes*: forças que atuam na mesma linha de ação. Forças no mesmo sentido se somam e forças em direção opostas se subtraem. Ex:

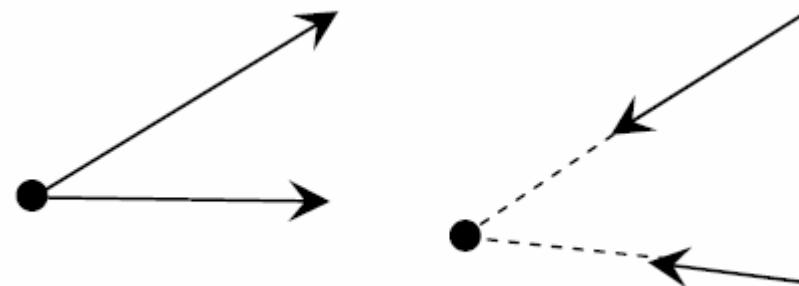
Calcular a resultante das forças  $F_1 = 50\text{N}$ ,  $F_2 = 80\text{ N}$  e  $F_3 = 70\text{ N}$  aplicadas no bloco da figura abaixo:



$$\begin{aligned}F_{\text{resultante}} &= F_1 - F_2 + F_3 \\F_{\text{resultante}} &= 50 - 80 + 70 \\F_{\text{resultante}} &= 40\text{N}\end{aligned}$$

Convenção de  
sinais:  
(+) direita  
(-) esquerda

- *Forças concorrentes*: forças que atuam no mesmo ponto de aplicação (diferente linha de ação). Ex:



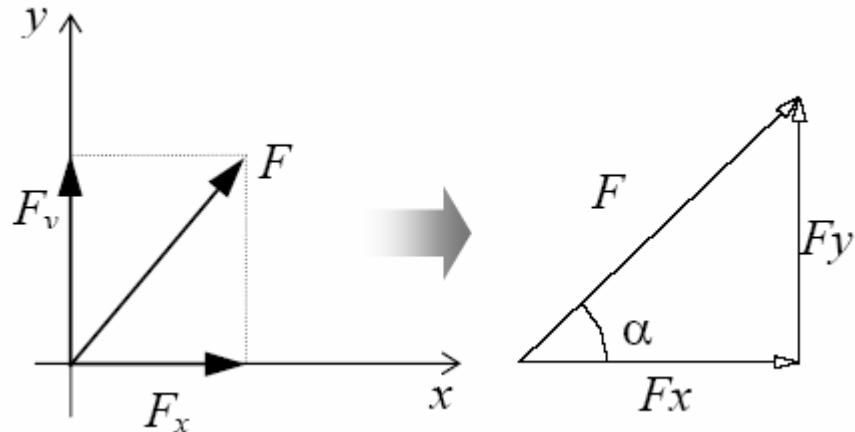
# Resultante de Forças

Forças concorrentes podem ser somadas de duas maneiras:

- Método analítico: Decompor as forças em coordenadas cartesianas e somar as componentes coincidentes.
- Método gráfico: Desenhar as forças em escala e usar a regra do paralelogramo para obter a resultante.

# Método analítico para força resultante

- Decomposição de forças:

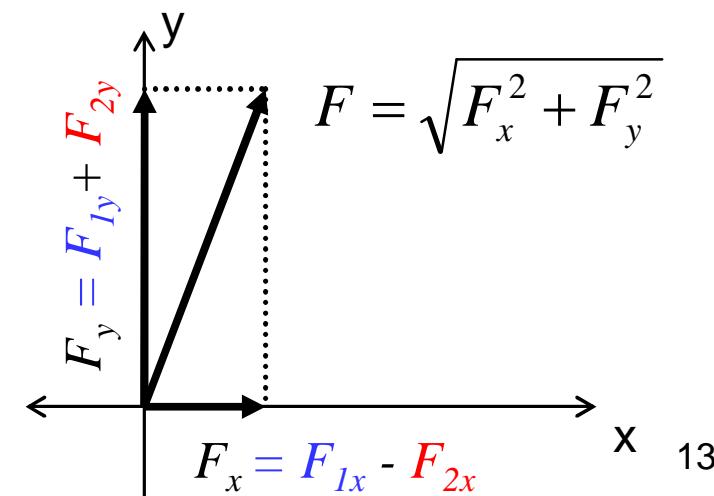
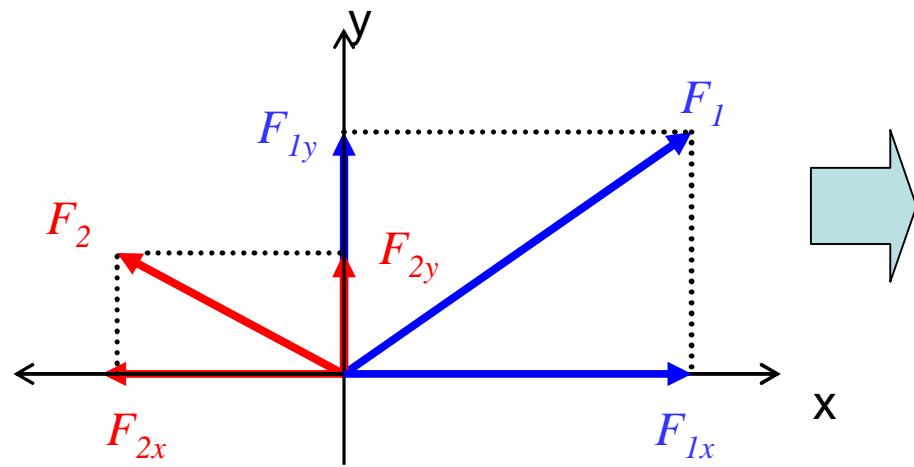


Onde:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

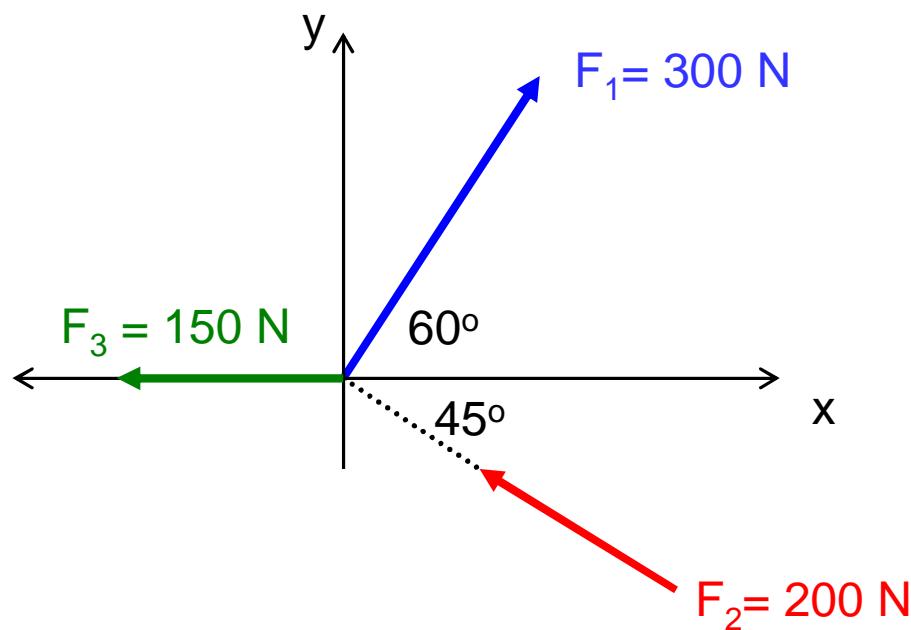
- Somar componentes coincidentes e compor:



# Método analítico para força resultante

## Exercício de fixação

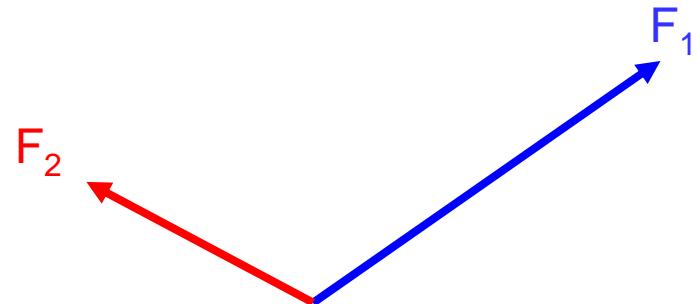
Calcular a força resultante abaixo:



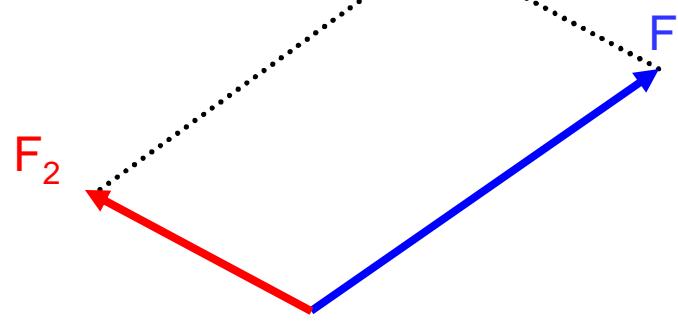
ângulo (graus)	sen	cos	tg
0	0	1	0
5	0,09	1,00	0,09
10	0,17	0,98	0,18
15	0,26	0,97	0,27
20	0,34	0,94	0,36
25	0,42	0,91	0,47
30	0,50	0,87	0,58
35	0,57	0,82	0,70
40	0,64	0,77	0,84
45	0,71	0,71	1,00
50	0,77	0,64	1,19
55	0,82	0,57	1,43
60	0,87	0,50	1,73
65	0,91	0,42	2,14
70	0,94	0,34	2,75
75	0,97	0,26	3,73
80	0,98	0,17	5,67
85	1,00	0,09	11,43
90	1,00	0,00	infinito

# Método gráfico para força resultante

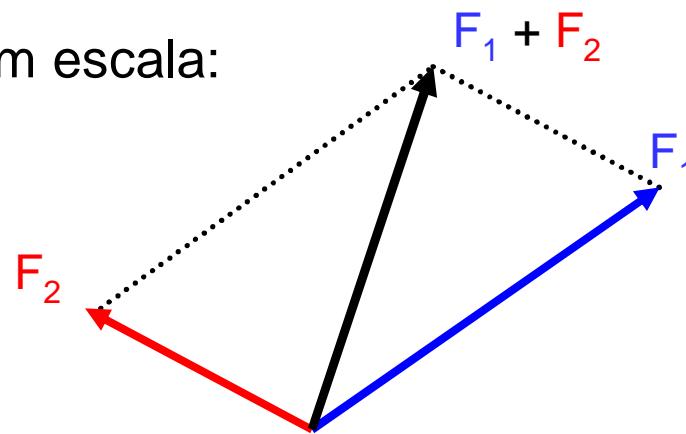
- Desenhar as forças em escala:



- Regra do paralelogramo:

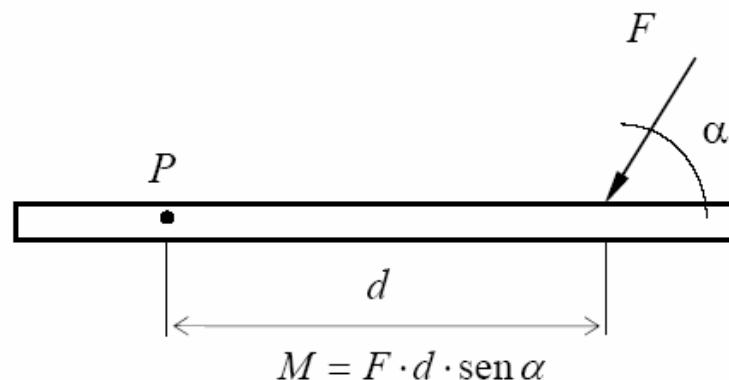


- Traçar a resultante e medir com escala:



# Momento estático de uma força

Seja  $F$  uma força constante aplicada em um corpo,  $d$  a distância entre o ponto de aplicação desta força e um ponto qualquer  $P$ . Por definição, o momento “ $M$ ” realizado pela força  $F$  em relação ao ponto  $P$  é dado pelo seguinte produto vetorial:



quando  $\alpha = 90^\circ$

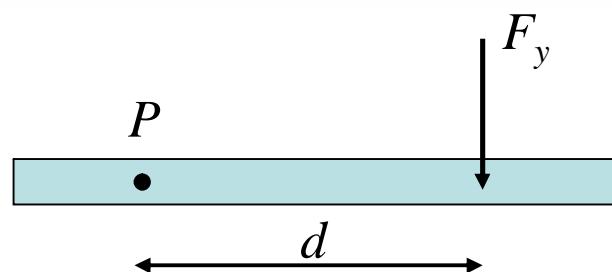
$$\boxed{M = F \cdot d}$$

Observe que  $M = d \cdot F \cdot \sin \alpha$

Mas  $F \cdot \sin \alpha = F_y$

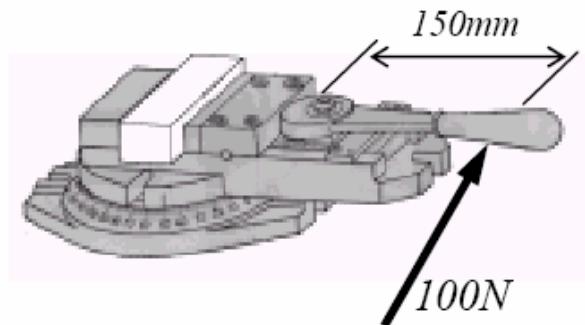
Logo,  $M = d \cdot F_y$

Unidade (Sistema Internacional): [N] . [m] = N.m



# Momento de uma força (exemplo)

Calcular o momento provocado na alavanca da morsa, durante a fixação da peça conforme indicado na figura abaixo:



$$M = F \cdot d$$

$$M = 100 \cdot 150$$

$$M = 15000 \text{ N.mm}$$

No sistema Internacional (SI):  $d = 0,15 \text{ m}$

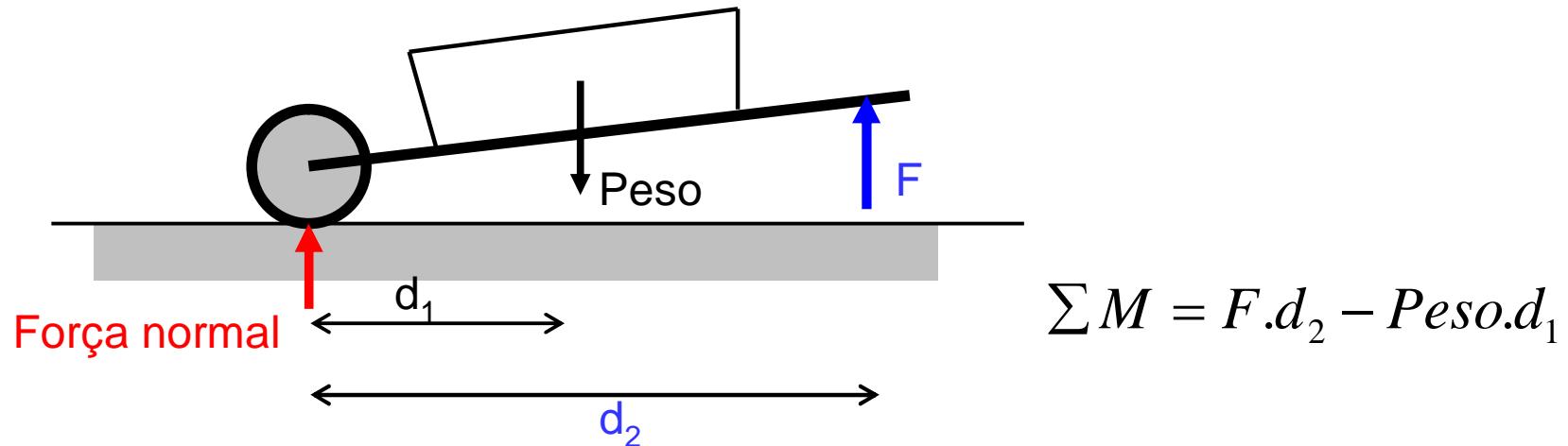
$$M = F \cdot d = 100 \text{ N} \cdot 0,15 \text{ m} = 15 \text{ N.m}$$

# Momento resultante ( $\sum M$ )

Para somar os momentos de várias forças atuando num mesmo corpo, adota-se a seguinte convenção de sinais:

- (+) giro no sentido anti-horário
- (-) giro no sentido horário

Exemplo: Qual o momento resultante das forças com relação ao eixo da roda do carrinho de mão esquematizado abaixo?

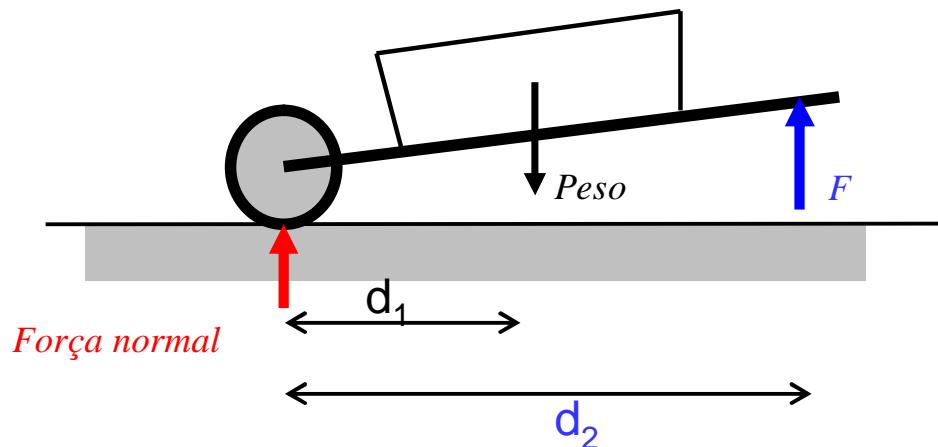


# Equilíbrio estático

Conforme mencionado anteriormente, um corpo está em equilíbrio estático quando DUAS condições acontecerem:

- Força resultante é zero:  $\sum F = 0$
- Momento resultante é zero:  $\sum M = 0$

# Equilíbrio estático (exemplo)



Peso = 100 N,

$d_1 = 50 \text{ cm}$ ,

$d_2 = 1\text{m}$

$$\sum M = F \cdot d_2 - \text{Peso} \cdot d_1 = 0$$

$$F \cdot d_2 = \text{Peso} \cdot d_1$$

$$F = \text{Peso} \cdot \frac{d_1}{d_2} = 100 \cdot \frac{0,5}{1} = 50 \text{ N}$$

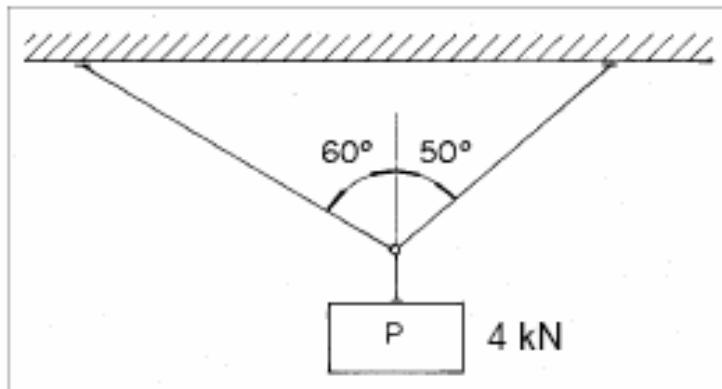
$$\sum F_y = \text{Força normal} - \text{Peso} + F = 0$$

$$\text{Força normal} + F = \text{Peso}$$

$$\text{Força normal} = \text{Peso} - F = 100 - 50 = 50 \text{ N}$$

# Exercício de fixação

Calcular a carga nos cabos que sustentam o peso de 4 kN, como indicado nas figuras:



$$\sum F_x = 0 (\rightarrow +)$$

$$-F_1 x + F_2 x = 0$$

$$-F_1 \sin 60^\circ + F_2 \sin 50^\circ = 0$$

$$F_2 = F_1 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 50^\circ}$$

$$F_2 = F_1 \cdot 1,13$$

$$\sum F_y = 0 (\uparrow +)$$

$$F_1 y + F_2 y - P = 0$$

$$F_1 \cos 60^\circ + F_2 \cos 50^\circ - 4 = 0$$

$$F_1 \cdot 0,50 + F_2 \cdot 0,64 = 4$$

$$F_1 \cdot 0,50 + (F_1 \cdot 1,13) \cdot 0,64 = 4$$

$$F_1 \cdot 0,50 + F_1 \cdot 0,72 = 4$$

$$F_1 = \frac{4}{0,50 + 0,72}$$

$$F_1 = 3,27 \text{ kN}$$

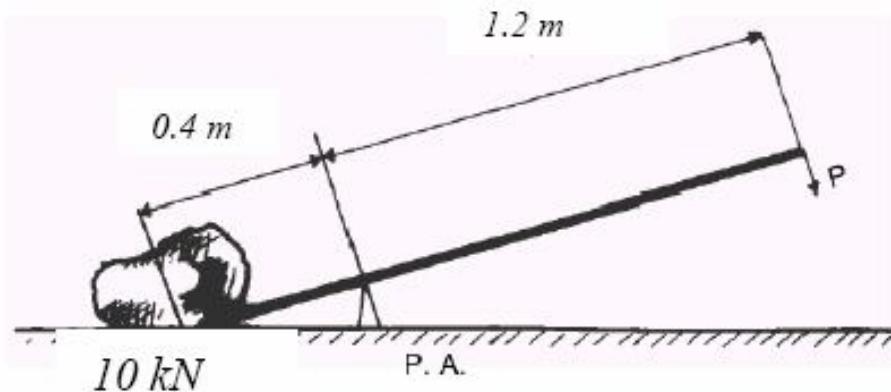
$$F_2 = F_1 \cdot 1,13$$

$$F_2 = 3,27 \cdot 1,13$$

$$F_2 = 3,70 \text{ kN}$$

## Exercício de fixação

Calcular a força P necessária para levantar a pedra sobre a alavanca abaixo e a força feita pelo ponto de apoio (P.A.).



$$\sum M = 0$$

$$P_{pedra} \cdot 0,4 - P \cdot 1,2 = 0$$

$$P_{pedra} \cdot \frac{0,4}{1,2} = P$$

$$P = P_{pedra} \cdot \frac{0,4}{1,2} = 10 \text{ kN} \cdot 0,33 = 3,3 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{P.A.} - P_{pedra} - P = 0$$

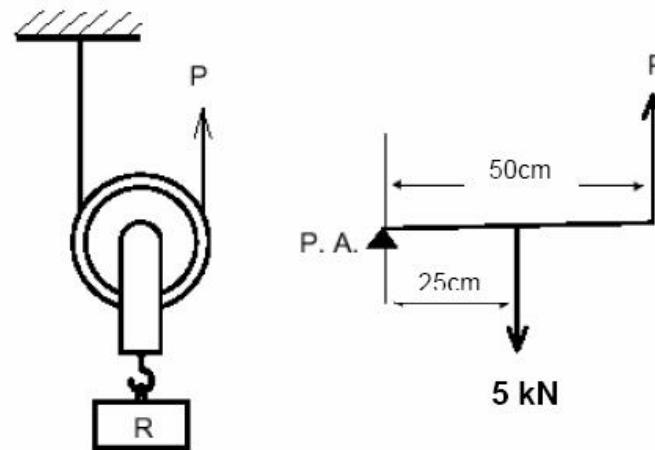
$$F_{P.A.} = P_{pedra} + P$$

$$F_{P.A.} = 10 \text{ kN} + 3,3 \text{ kN}$$

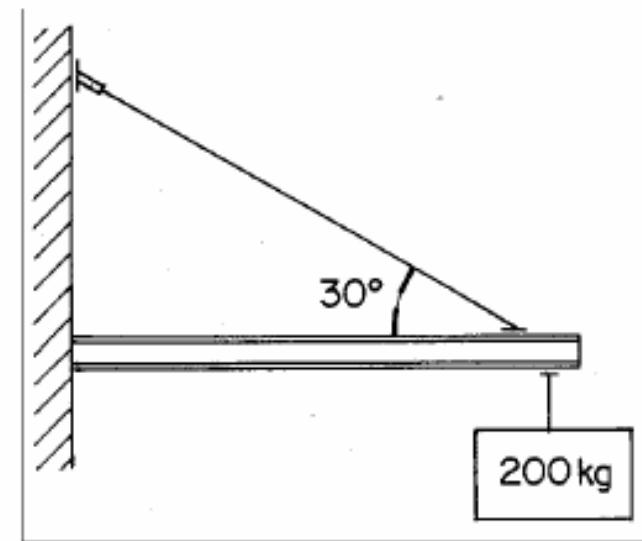
$$F_{P.A.} = 13,3 \text{ kN}$$

# Exercícios de aplicação

a) Calcule P



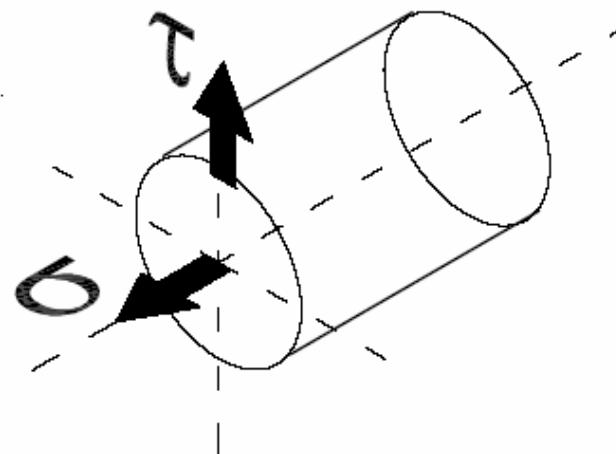
b) Calcule a força de compressão da barra horizontal



# Tensão

É o resultado das forças externas atuando sobre um corpo. As tensões podem ser dois tipos:

- Tensão normal ( $\sigma$ , sigma). É o tipo de tensão que aparece na tração, compressão e flexão.
- Tensão tangencial ou cisalhante ( $\tau$ , tau). É o tipo de tensão que aparece no cisalhamento e na torção.



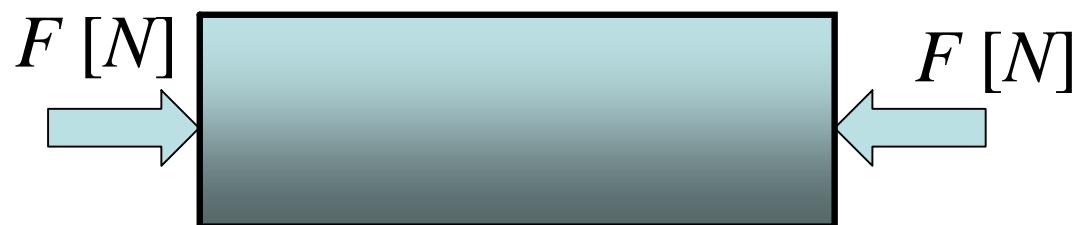
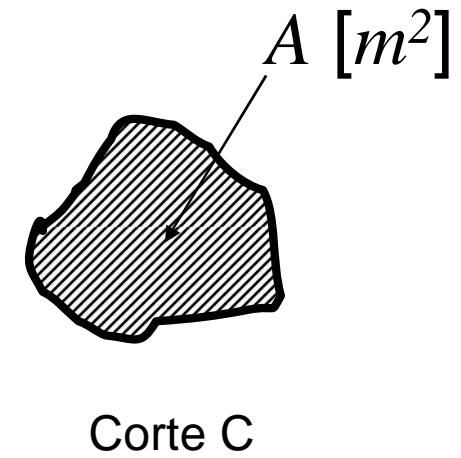
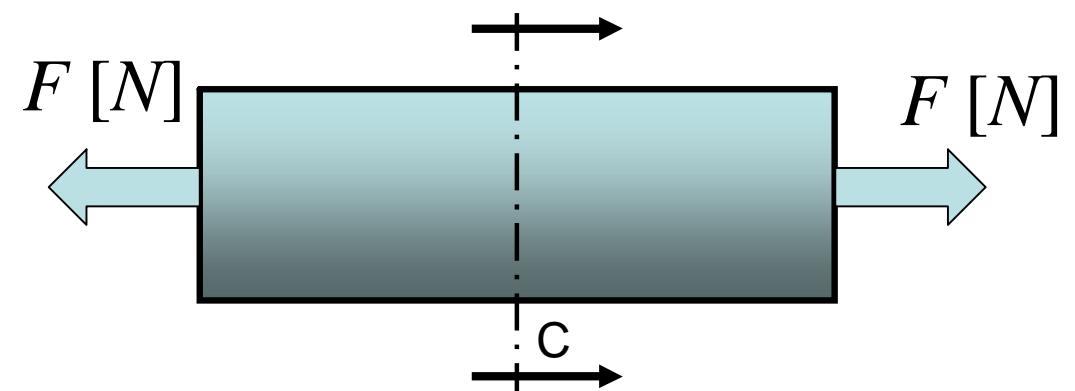
Em ambos os casos, a tensão é a força externa dividida pela área da seção transversal. Estudaremos primeiramente a tensão normal e depois a cisalhante.

# Tensão normal

Considere um elemento mecânico de área de seção transversal A [m<sup>2</sup>] submetido a uma força de tração ou compressão F [N]. A tensão interna a que este elemento está submetido é dada por:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Unidade (SI):  $\frac{[N]}{[m^2]} = \left[ \frac{N}{m^2} \right] = [Pa] \text{ (pascal)}$



# Tensão

## *Outras unidades*

Como o pascal (Pa) é uma unidade muito pequena, é comum utilizar-se os múltiplos do sistema Internacional:

- 1 kPa = 1.000 Pa =  $10^3$  Pa (quilo pascal)
- 1 MPa = 1.000.000 Pa =  $10^6$  Pa (mega pascal)
- 1 GPa = 1.000.000.000 Pa =  $10^9$  Pa (giga pascal)

Se a unidade de área utilizada for [mm<sup>2</sup>], a tensão calculada terá unidade de MPa.

1 Pa	1 N/m <sup>2</sup>
1 MPa	1 N/mm <sup>2</sup>
1 GPa	1 KN/mm <sup>2</sup>
1 GPa	$10^3$ MPa

# Tensão normal

## Exemplo:

Uma barra de seção circular com 50 mm de diâmetro, é tracionada por uma carga normal de 36 kN. Determine a tensão normal atuante na barra.

a) Força normal:

$$F = 36kN = 36000N$$

b) Área de seção circular:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{onde } \pi = 3,14159\dots \cong 3,1416$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,1416 \cdot (50)^2}{4} = 1963,5 \text{ mm}^2 \quad \text{ou} \quad A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,1416 \cdot (0,05)^2}{4} = 0,0019635 \text{ m}^2$$

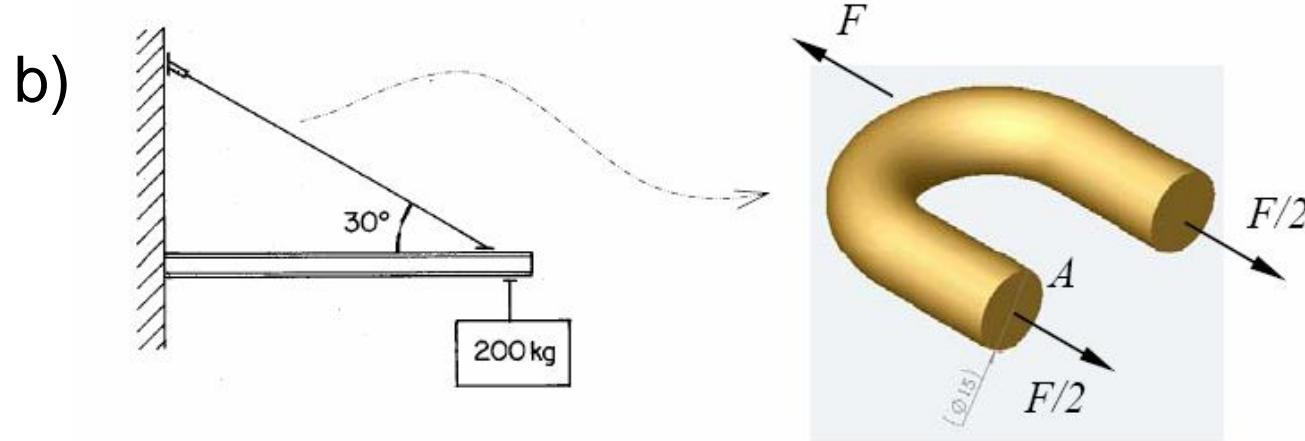
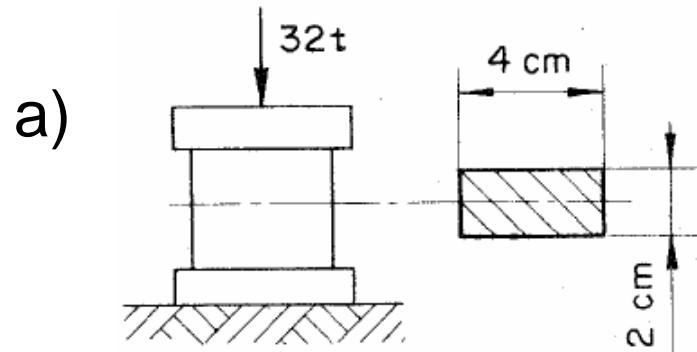
c) Tensão normal:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{36000}{1963,5} = 18,33 \text{ MPa} \quad \text{ou} \quad \sigma = \frac{F}{A} = \frac{36000}{0,0019635} = 18.334.606 \text{ Pa} \cong 18,33 \text{ MPa}$$



# Exercícios

Calcular a tensão em cada exemplo abaixo:



# Tração

- Ensaio de Tração

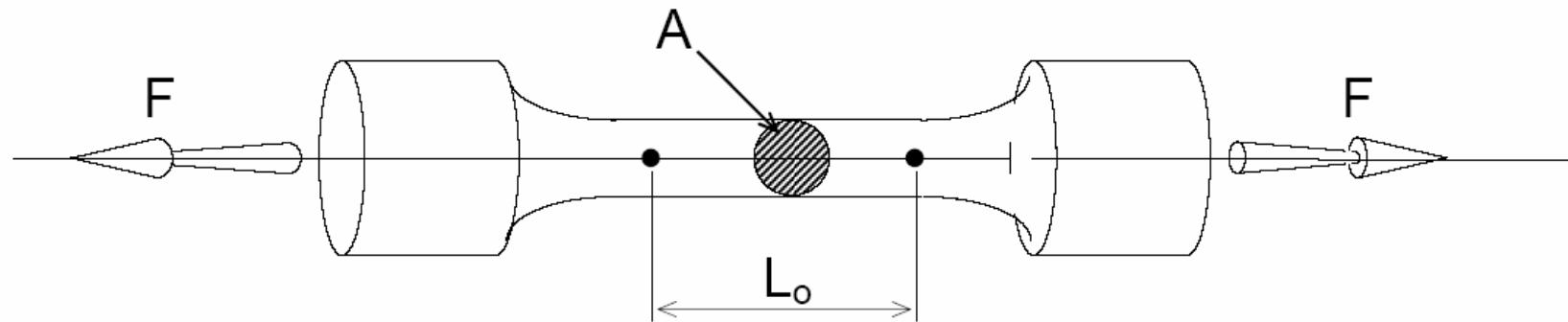


Figura 4.2 Corpo de prova para ensaio mecânico de tração.

# Tração

- Diagrama Tensão x Deformação

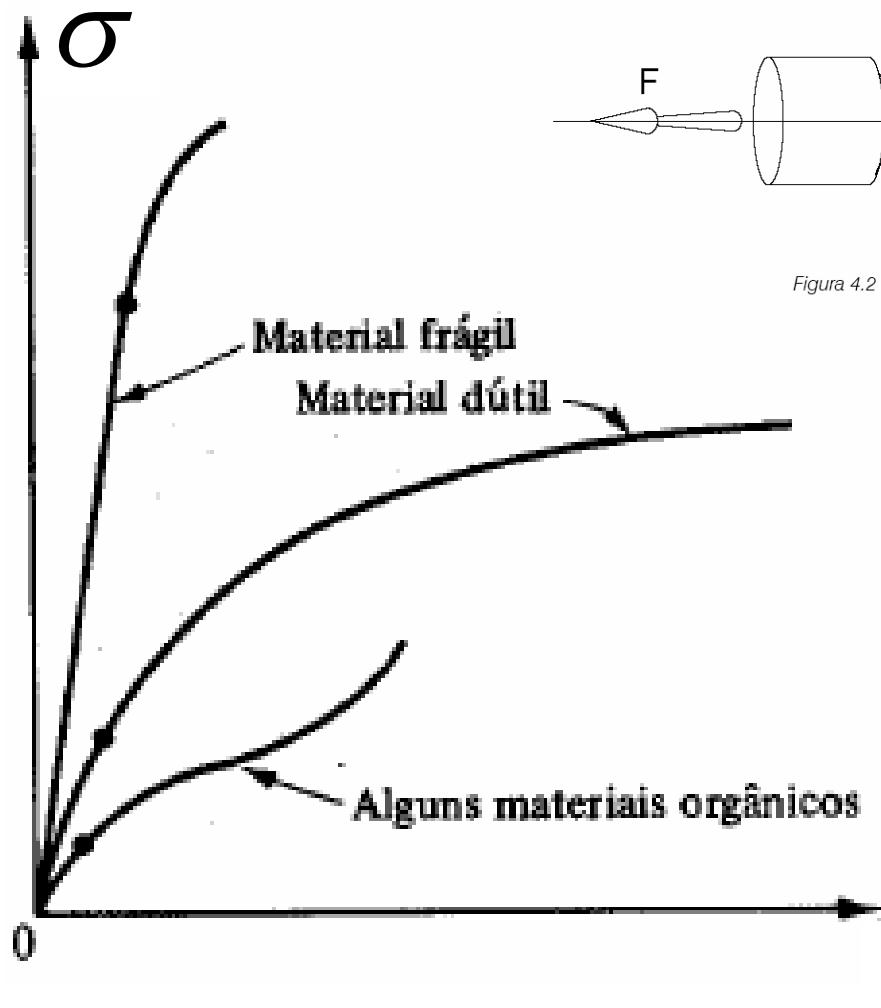


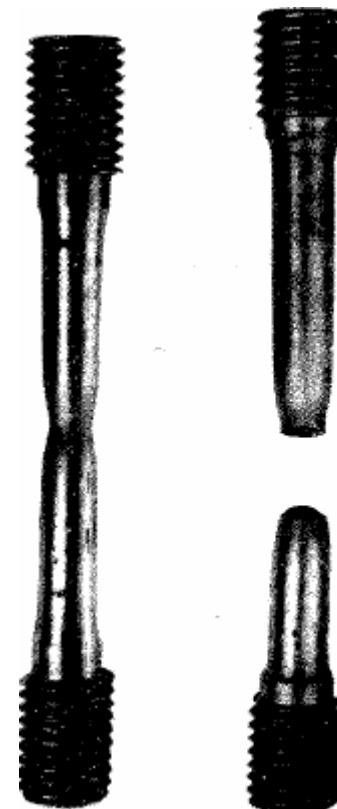
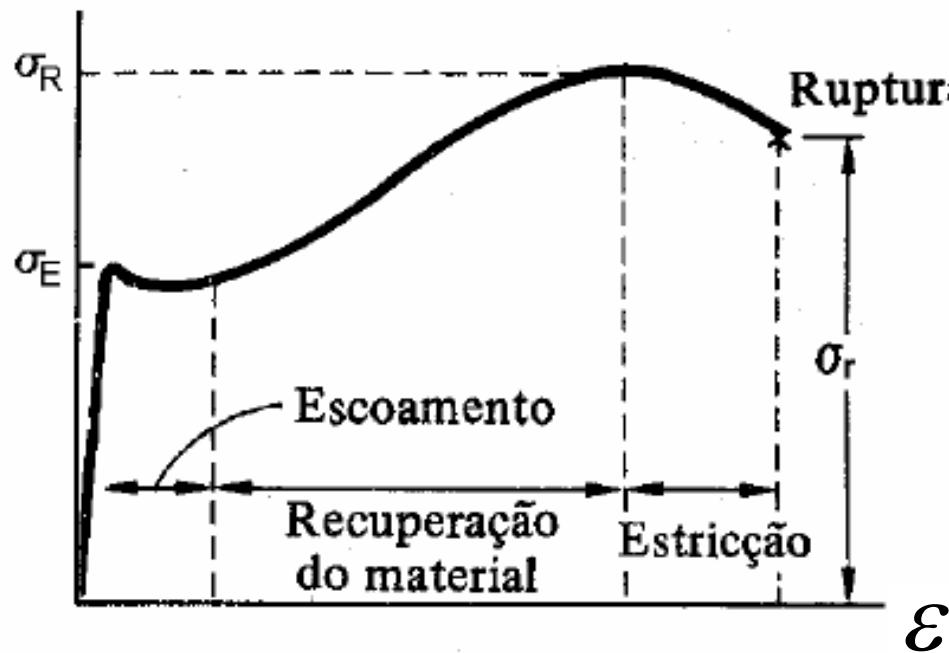
Figura 4.2 Corpo de prova para ensaio mecânico de tração.

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_o} = \frac{L - L_o}{L_o}$$

# Tração

- Material Dúctil



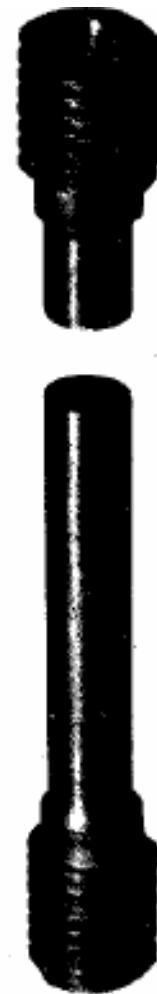
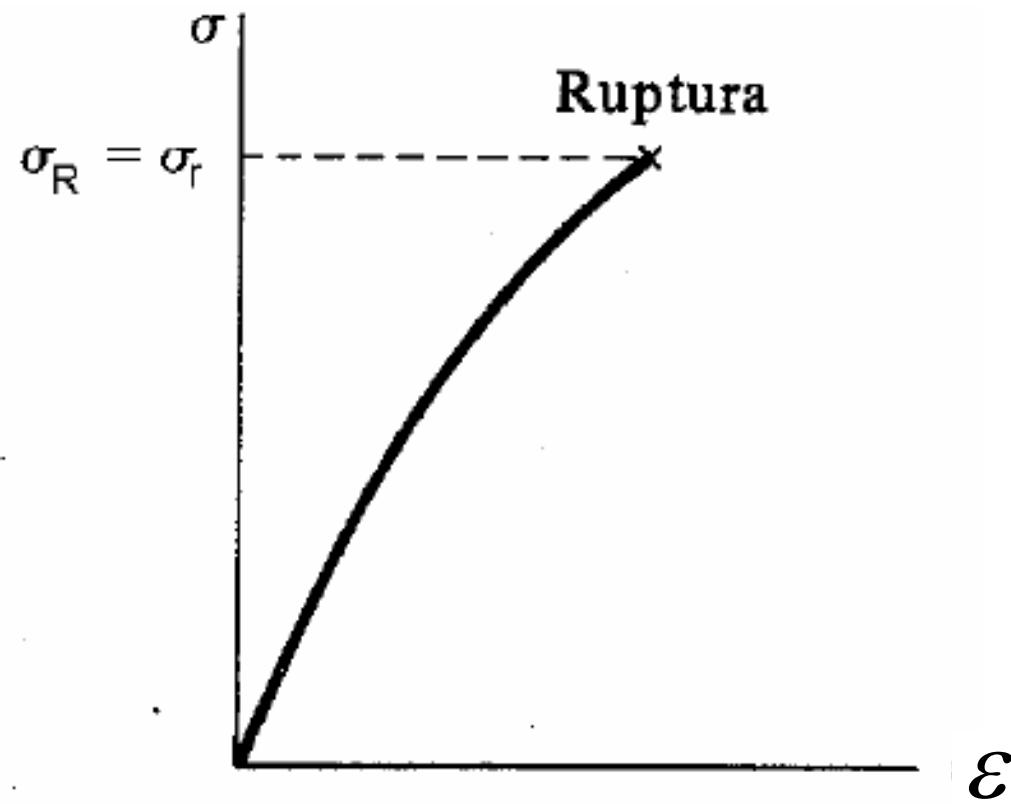
$\sigma_E$  = Tensão de escoamento

$\sigma_R$  = Tensão limite de resistência

$\sigma_r$  = Tensão de ruptura

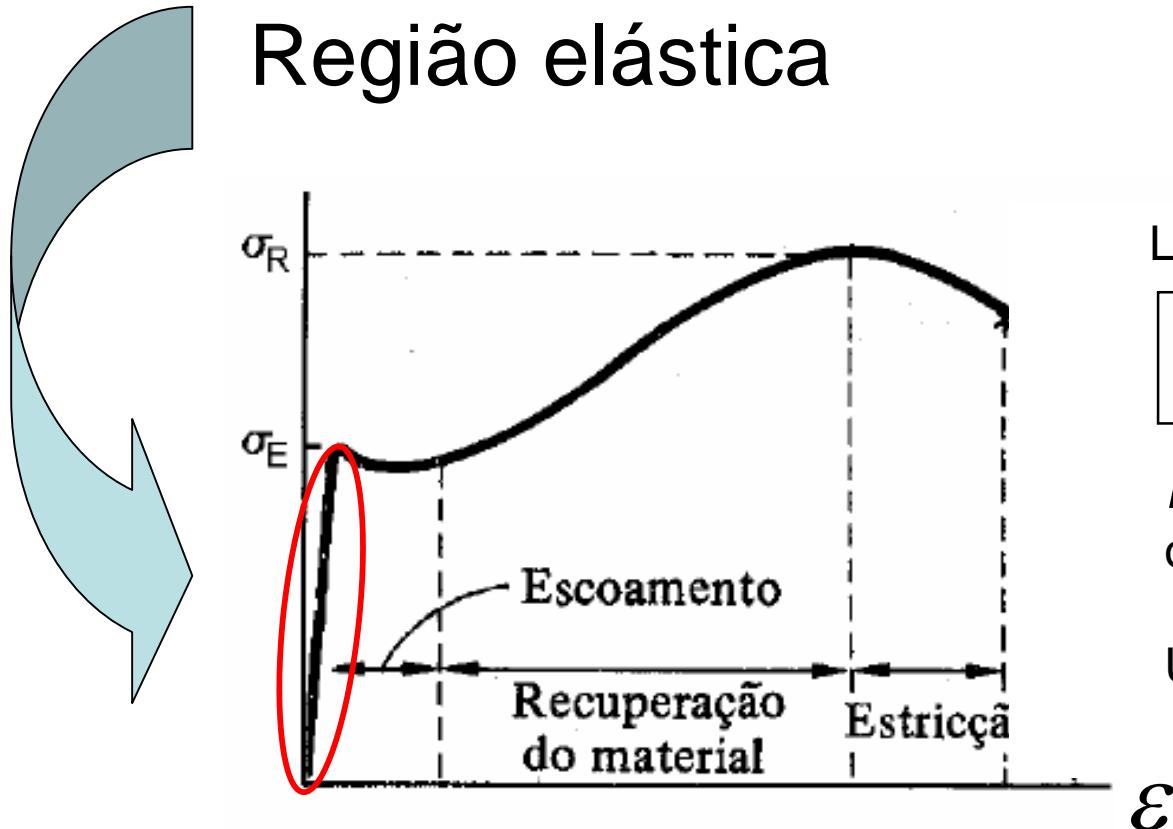
# Tração

- Material Frágil



# Tração

## Região elástica



Lei de Hooke:

$$\sigma = E \varepsilon$$

**$E$  = módulo de elasticidade**  
ou *módulo de Young*

Unidade: [Pa]

Exemplos:  $E_{aço} = 210 \text{ GPa}$ ,  $E_{alumínio} = 70 \text{ GPa}$

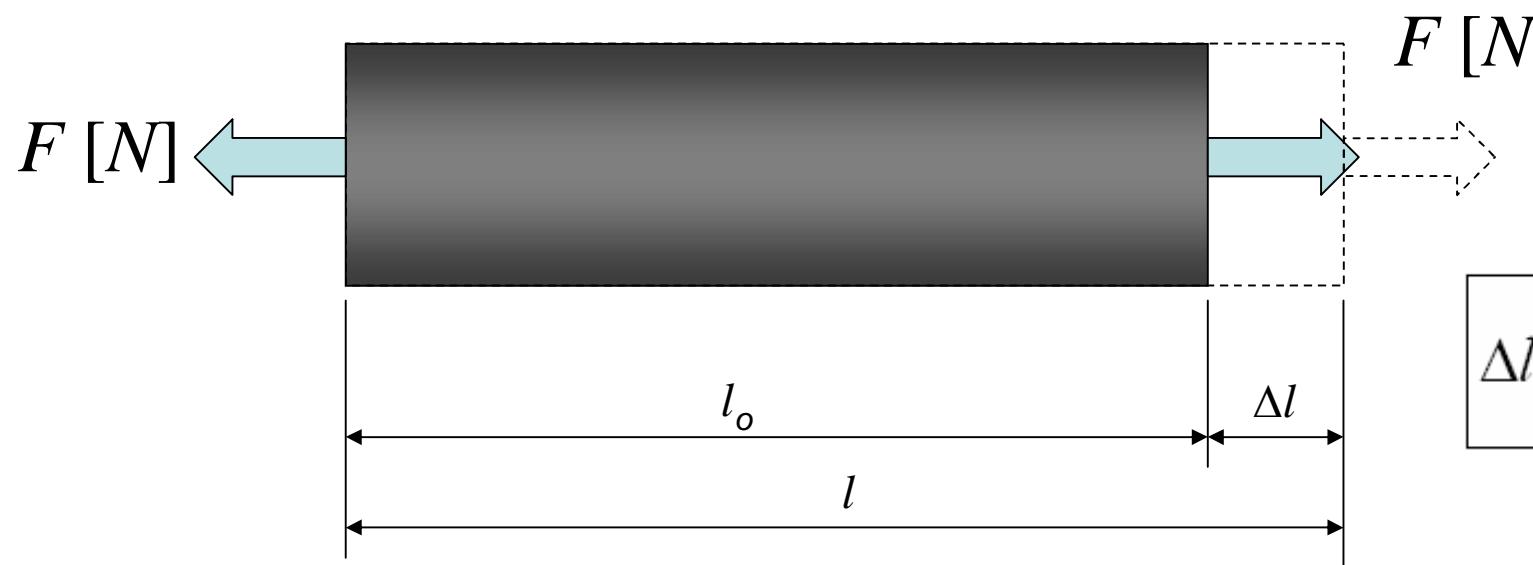
# Região elástica

- Equações:

$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_o} = \frac{l - l_o}{l_o}$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$



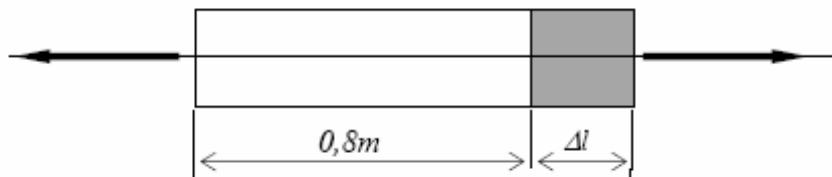
$$\Delta l = \frac{F \cdot l_o}{A \cdot E}$$

# Exemplos

Uma barra de alumínio de possui uma secção transversal quadrada com 60 mm de lado, o seu comprimento é de 0,8m. A carga axial aplicada na barra é de 30 kN. Determine o seu alongamento.  $E_{al} = 70 \text{ GPa}$

a) Força normal:

$$F = 30\text{kN} = 30000 \text{ N}$$



b) Comprimento inicial da barra:

$$l = 0,8\text{m} = 800\text{mm}$$

↳ Como neste exemplo o módulo de elasticidade foi dado em MPa ( $1\text{MPa} = 1\text{N/mm}^2$ ), as unidades de comprimento foram convertidas para milímetros.

c) Área de secção quadrada:

$$A = a^2 = 60^2 = 3600\text{mm}^2$$

d) Alongamento:

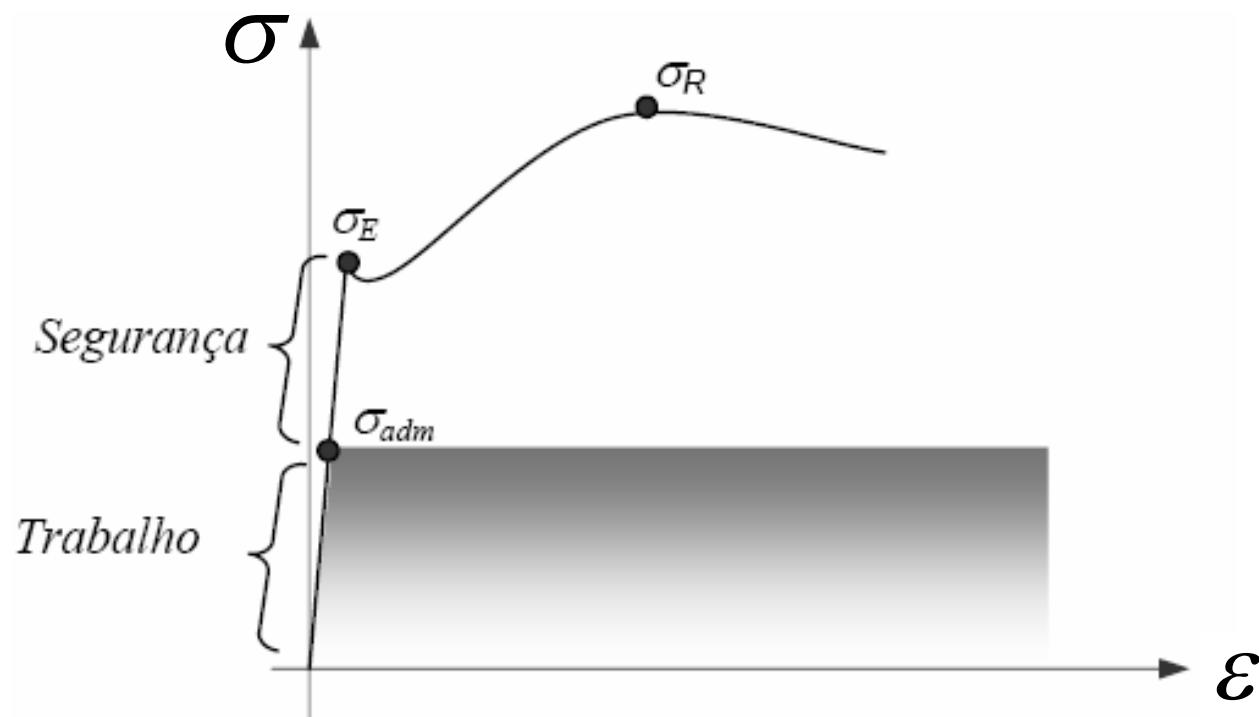
$$\Delta l = \frac{30000 \cdot 800}{3600 \cdot 70 \times 10^3}$$

$$\Delta l = 0,0952\text{mm}$$

$$\Delta l = 9,52 \times 10^{-2} \text{mm}$$

# Dimensionamento

- Estruturas devem ser projetadas para trabalhar na região elástica.
- Tensão admissível ( $\sigma_{adm}$ ): é a máxima tensão para a qual a peça é projetada.
- Observe que  $\sigma_{adm} < \sigma_E$



# Dimensionamento

- Cálculo da tensão admissível:

Materiais Frágeis →  $\sigma_{adm} = \sigma_R / Sg$

Materiais Dúteis →  $\sigma_{adm} = \sigma_E / Sg$

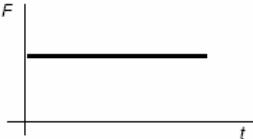
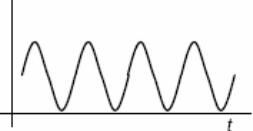
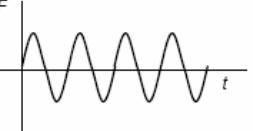
- **$Sg$  = coeficiente de segurança**
- Depende de:

1. Material a ser aplicado;
2. Tipo de carregamento;
3. Freqüência de carregamento;
4. Ambiente de atuação;
5. Grau de importância do membro projetado.

# Coeficiente de Segurança ( $Sg$ )

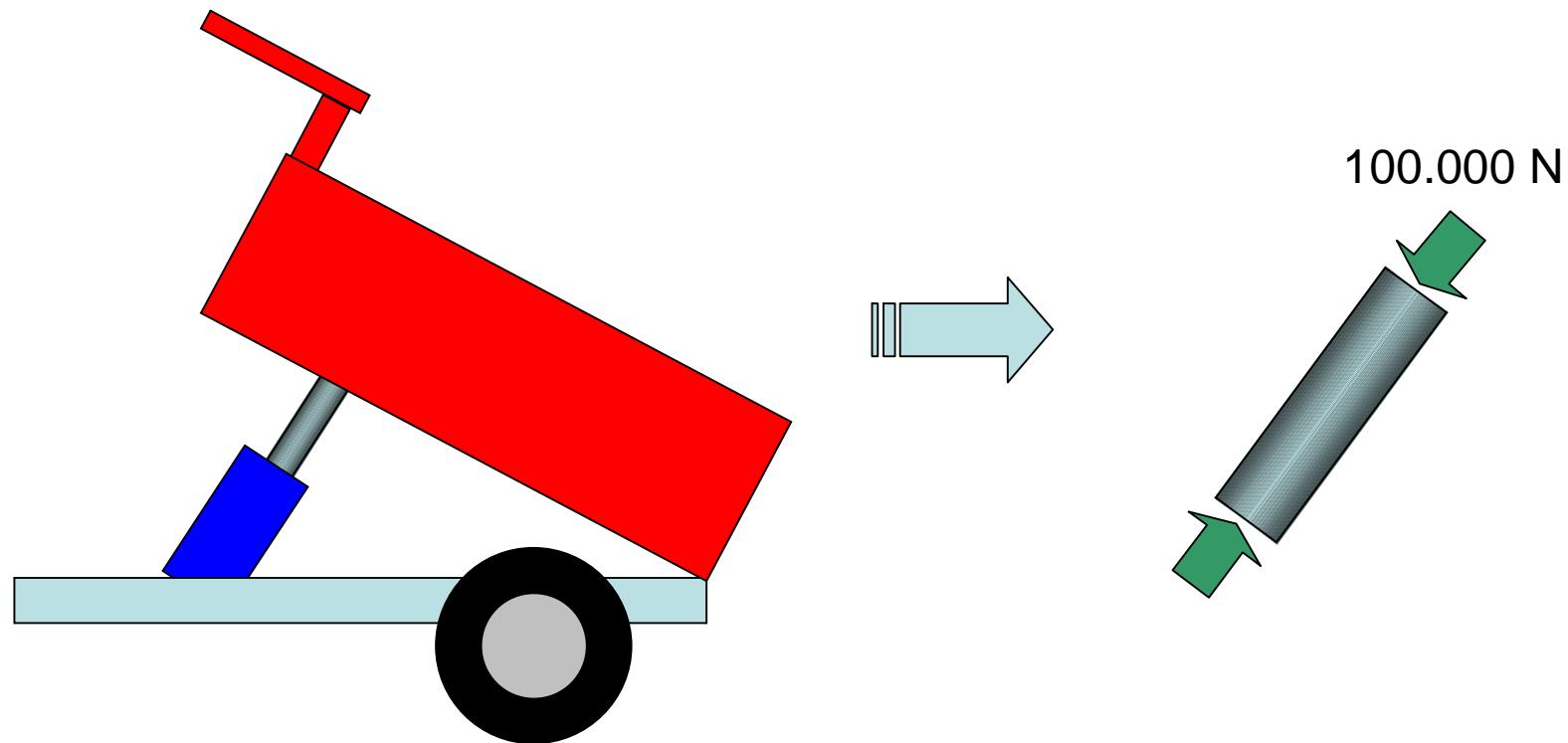
$$Sg = A \cdot B \cdot C \cdot D$$

Tabela 9.1 Fatores para a determinação do coeficiente de segurança

FATOR	CASO	VALOR
A	PEÇAS FORJADA; TEMPERADA A ÓLEO; AÇO NÍQUEL	1,2
	PEÇA FERRO FUNDIDO; AÇO CARBONO	2
B	CARGA ESTÁTICA 	1
	CARGA DINÂMICA 	2
	CARGA ALTERNADA 	3
C	CARGA CONSTANTE	1
	CARGA GRADUAL	2
	POUCO IMPACTO	3
	ALTO IMPACTO	4 - 5
D	MATERIAIS DÚCTEIS	1,5
	MATERIAIS FRÁGEIS	2

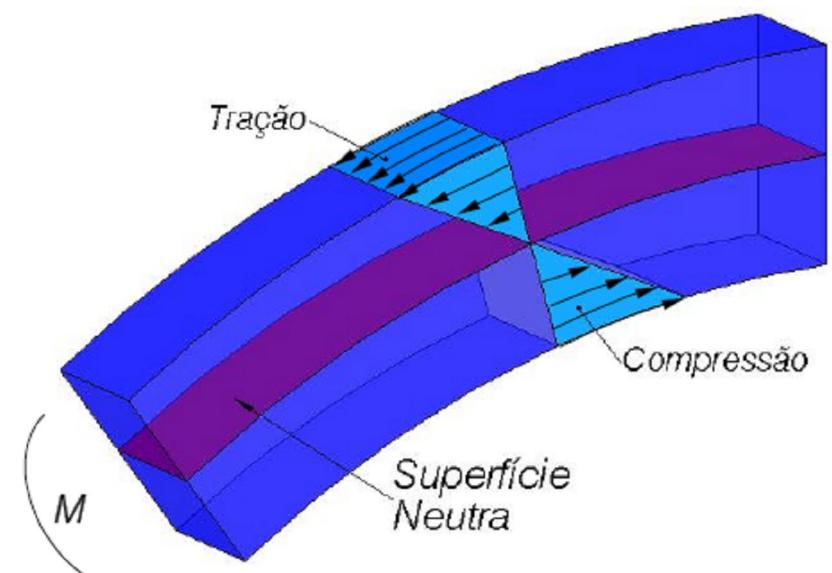
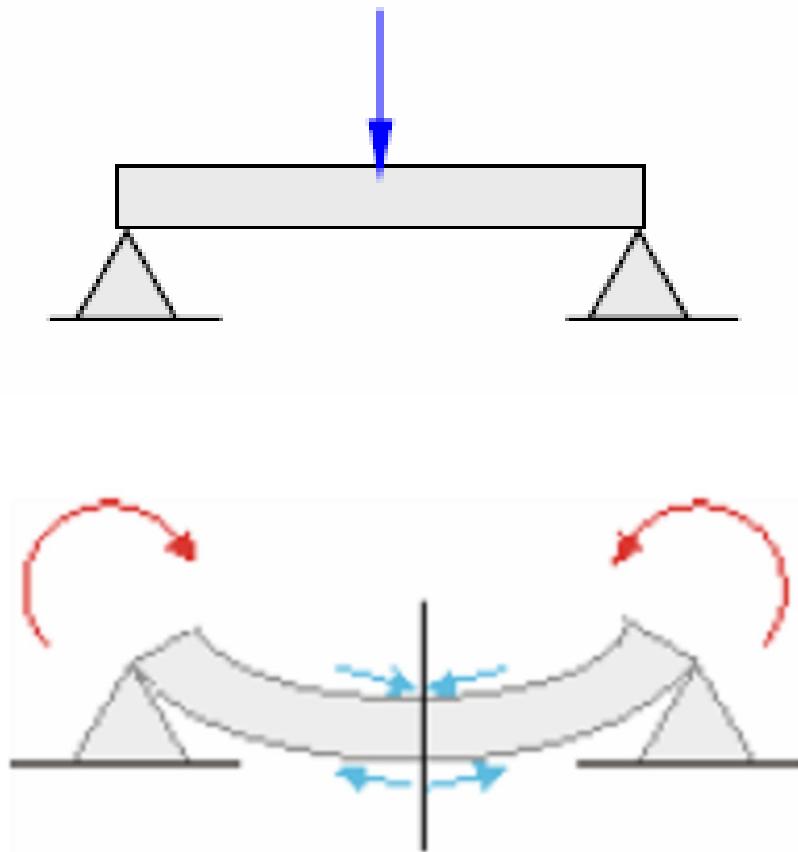
# Exemplo

- Calcule o diâmetro da haste do pistão hidráulico da figura abaixo.  
Material: aço ABNT 1040



# Flexão

- Esforço que provoca curvatura na viga



# Flexão

- Formato das vigas

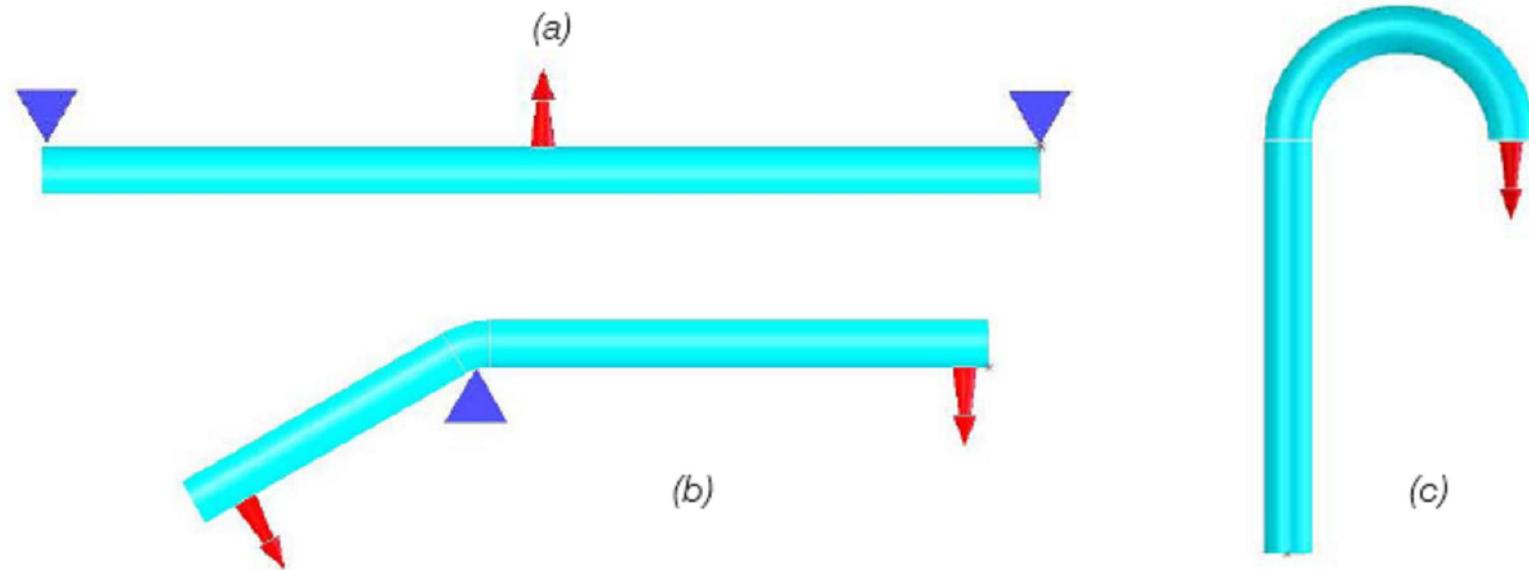
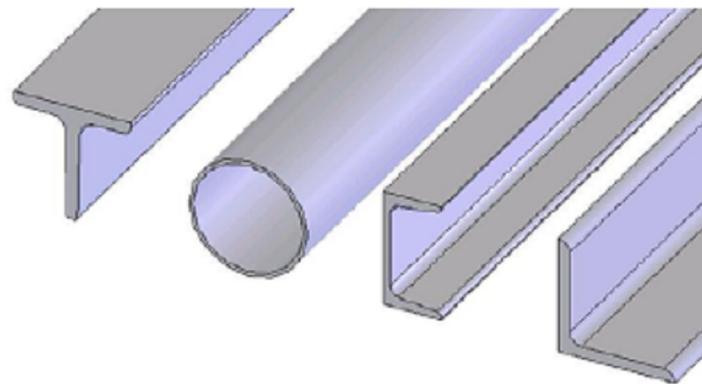


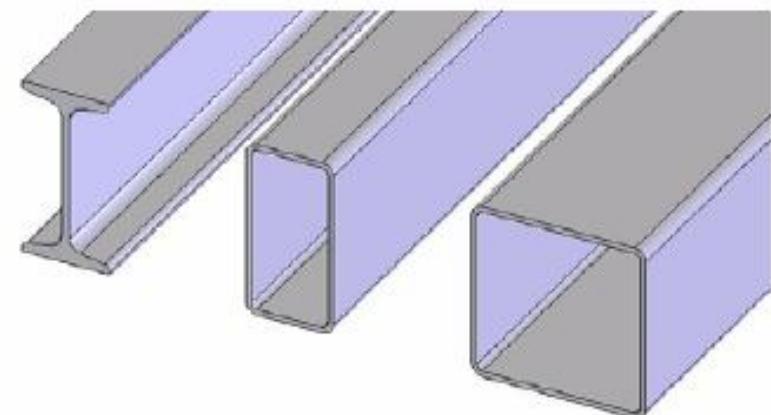
Figura 6.4 vigas (a) reta, (b) angular e (c) curva.

# Flexão

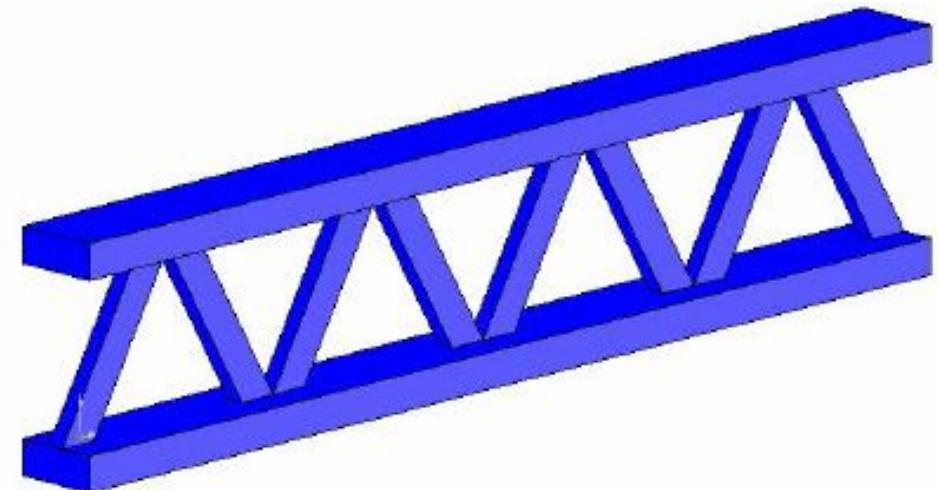
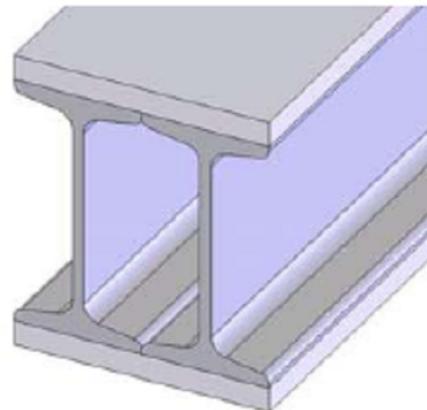
- Seção transversal



(a)



(b)

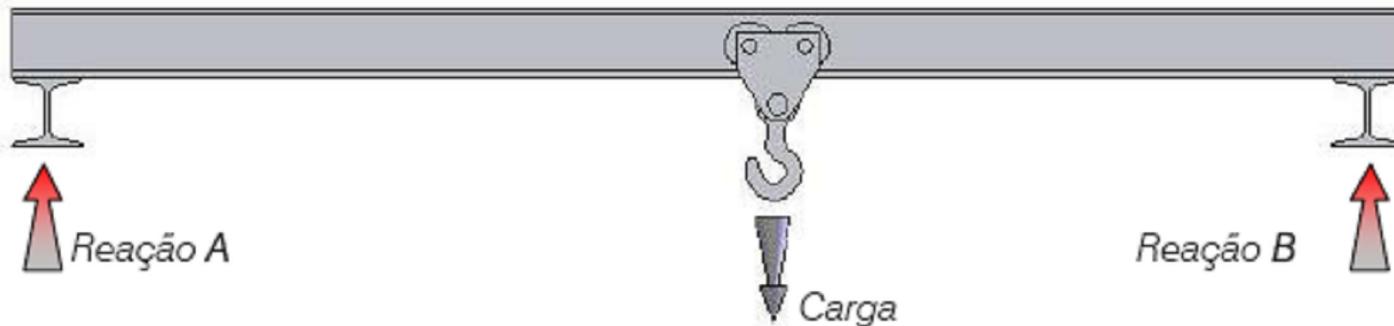


# Flexão

## APOIOS

Apoios ou vínculos, são componentes ou partes de uma mesma peça que impedem o movimento em uma ou mais direções. Considerando o movimento no plano, podemos estabelecer três possibilidades de movimento:

- Translação horizontal ( $\longleftrightarrow$ );
- Translação vertical ( $\uparrow\downarrow$ );
- Rotação ( $\cdot\circlearrowright$ )



# Flexão- Apoios

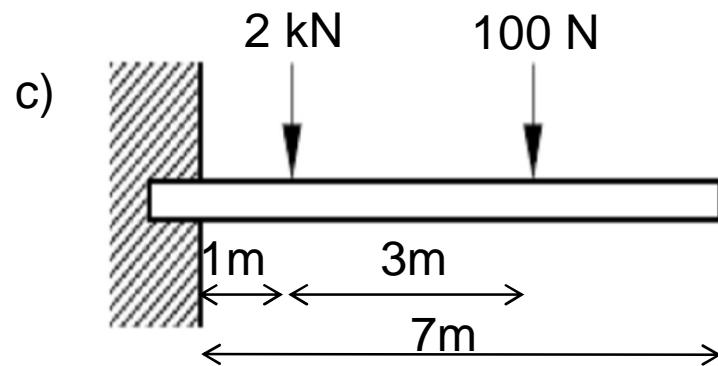
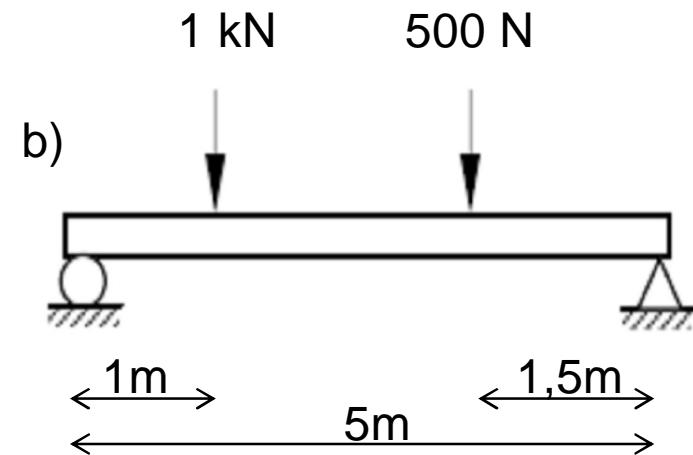
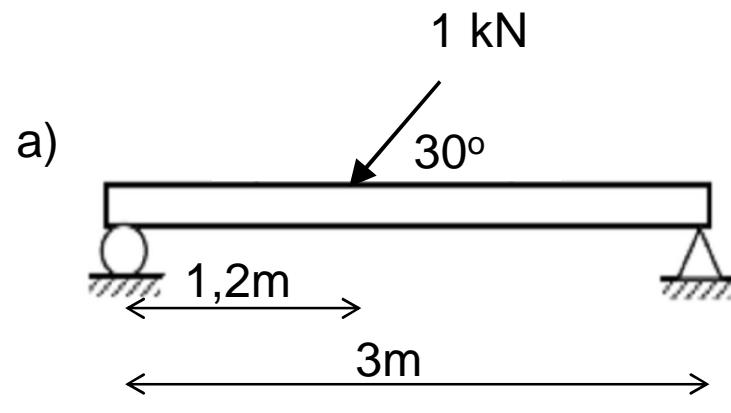
## Classificação

Os apoios são classificados de acordo com o grau de liberdade, ou seja, os movimentos que permitem. Desta forma temos:

Apoio	Simbologia	Graus de liberdade	REAÇÕES
MÓVEL			
FIXO			
ENGASTE			

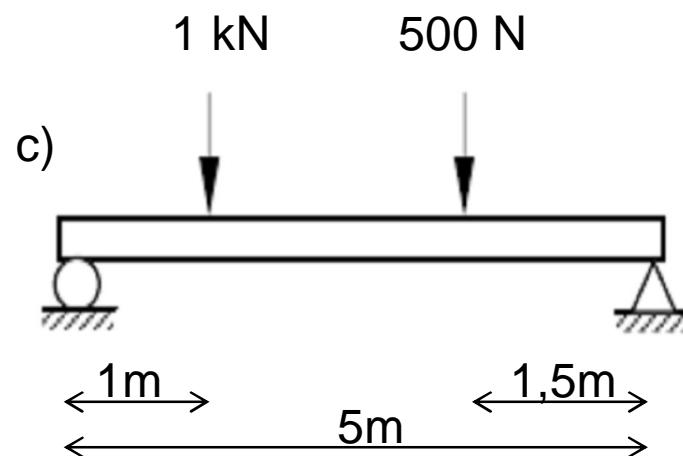
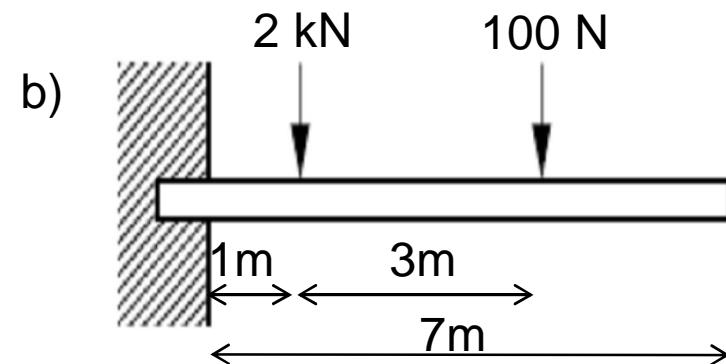
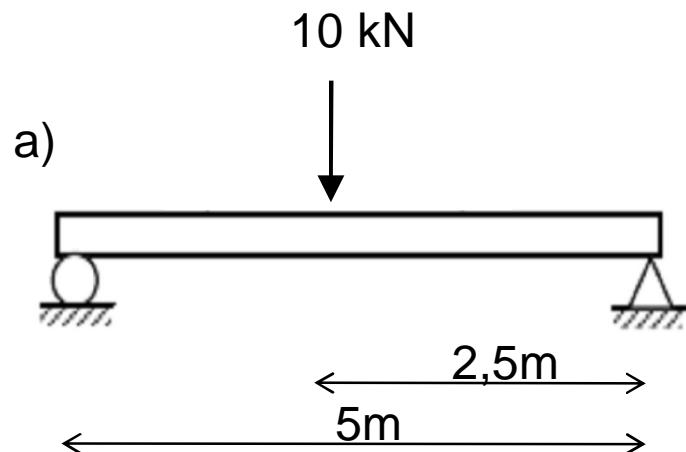
# Exemplos - Apoios

Calcule as reações nos apoios abaixo

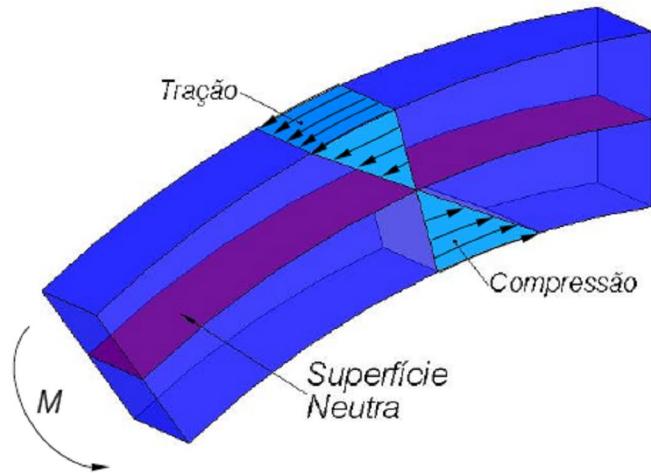


# Momento Fletor

- Encontre o momento fletor máximo das vigas abaixo

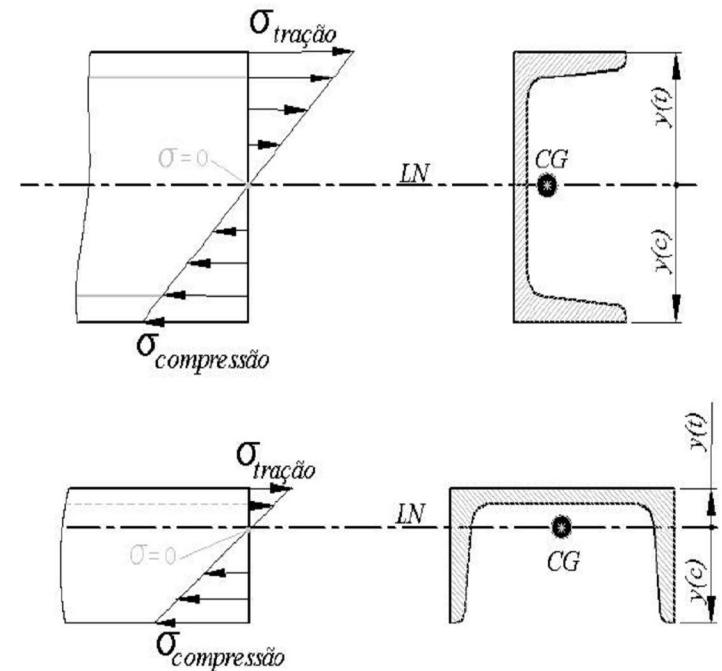


# Tensões de Flexão

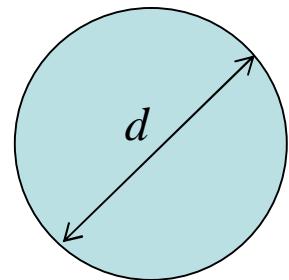


$$\sigma_F = \frac{M_{max}}{W}$$

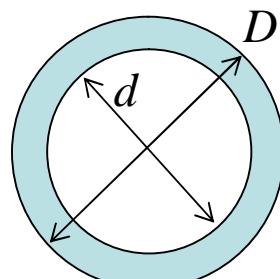
onde:  $M_{max}$  = momento fletor máximo [N.m]  
 $W$  = módulo de rigidez à flexão (módulo de flexão) [ $m^3$ ]



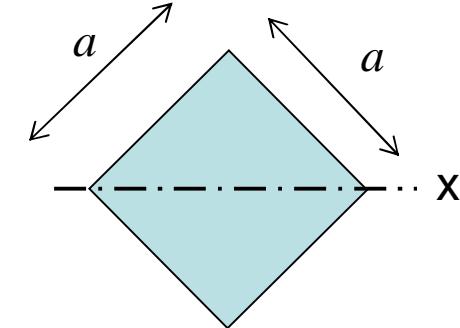
# Módulo de Flexão (W)



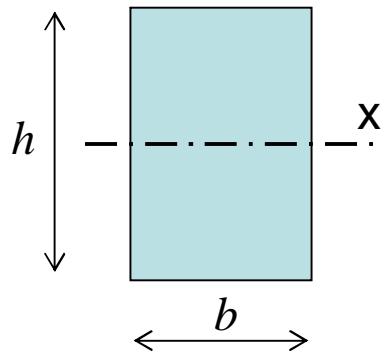
$$W = \frac{\pi d^3}{32}$$



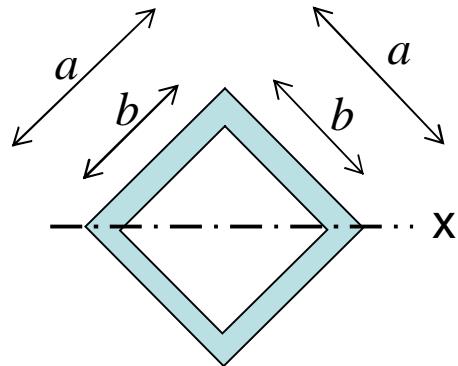
$$W = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D}$$



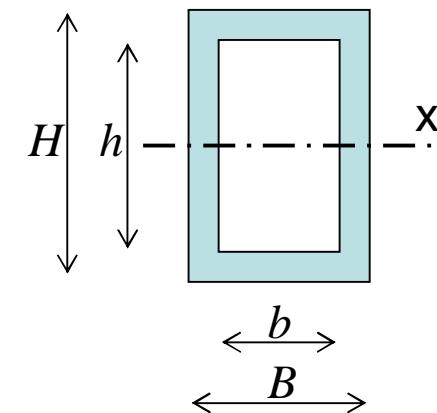
$$W_x = a^3 \frac{\sqrt{2}}{12}$$



$$W_x = \frac{bh^3}{6}$$



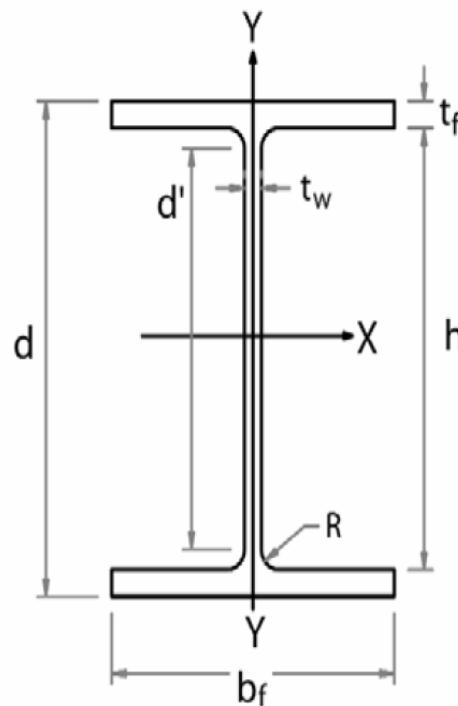
$$W_x = \frac{(a^4 - b^4)\sqrt{2}}{12a}$$



$$W_x = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$$

# Módulo de Flexão (W)

- Perfil “I”



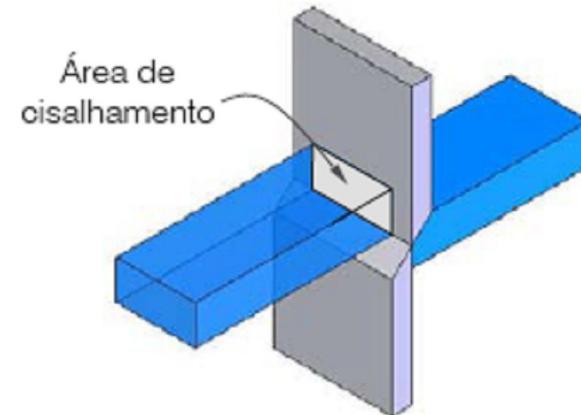
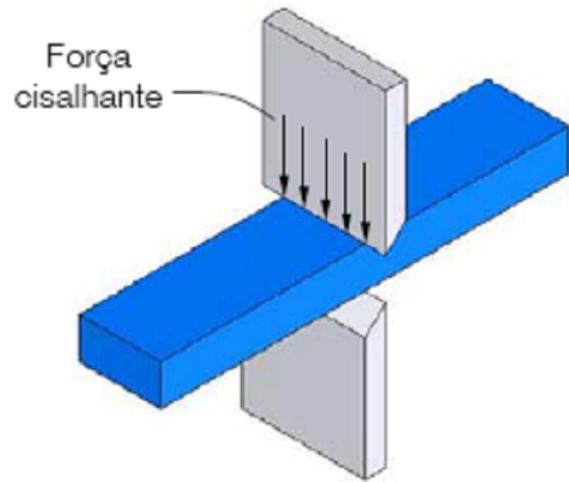
BITOLA	Massa linear (kg/m)	d (mm)	$b_f$ (mm)	ESPESSURA		h (mm)	d' (mm)	Eixo -X		Eixo X-Y		
				$t_w$ (mm)	$t_f$ (mm)			$I_x$ ( $\text{cm}^4$ )	$W_x$ ( $\text{cm}^3$ )	$r_x$ (cm)	$Z_x$ ( $\text{cm}^3$ )	$I_y$ ( $\text{cm}^4$ )
W 150 x 13,0	13,0	148	100	4,3	4,9	138	118	16,6	635	85,8	6,18	96,4
W 150 x 18,0	18,0	153	102	5,8	7,1	139	119	23,4	939	122,8	6,34	139,4
W 200 x 15,0	15,0	200	100	4,3	5,2	190	170	19,4	1.305	130,5	8,20	147,9
W 200 x 19,3	19,3	203	102	5,8	6,5	190	170	25,1	1.686	166,1	8,19	190,6
W 200 x 22,5	22,5	206	102	6,2	8,0	190	170	29,0	2.029	197,0	8,37	225,5
W 200 x 26,6	26,6	207	133	5,8	8,4	190	170	34,2	2.611	252,3	8,73	282,3
W 200 x 31,3	31,3	210	134	6,4	10,2	190	170	40,3	3.168	301,7	8,86	338,6
W 250 x 17,9	17,9	251	101	4,8	5,3	240	220	23,1	2.291	182,6	9,96	211,0
W 250 x 22,3	22,3	254	102	5,8	6,9	240	220	28,9	2.939	231,4	10,09	267,7
W 250 x 25,3	25,3	257	102	6,1	8,4	240	220	32,6	3.473	270,2	10,31	311,1
W 250 x 28,4	28,4	260	102	6,4	10,0	240	220	36,6	4.046	311,2	10,51	357,3
W 250 x 32,7	32,7	258	146	6,1	9,1	240	220	42,1	4.937	382,7	10,83	428,5
W 250 x 38,5	38,5	262	147	6,6	11,2	240	220	49,6	6.057	462,4	11,05	517,8
W 250 x 44,8	44,8	266	148	7,6	13,0	240	220	57,6	7.158	538,2	11,15	606,3
W 310 x 21,0	21,0	303	101	5,1	5,7	292	272	27,2	3.776	249,2	11,77	291,9
W 310 x 23,8	23,8	305	101	5,6	6,7	292	272	30,7	4.346	285,0	11,89	333,2
W 310 x 28,3	28,3	309	102	6,0	8,9	291	271	36,5	5.500	356,0	12,28	412,0
W 310 x 32,7	32,7	313	102	6,6	10,8	291	271	42,1	6.570	419,8	12,49	485,3

# Exercícios

Determine a tensão máxima atuante na viga do exercício (a) anterior, considerando as seguintes seções transversais:

- Cilíndrica maciça, com diâmetro de 50 mm
- Tubular com diâmetro interno de 40 mm e mesma área anterior.
- Quadrada vazada com lado interno de 40 mm e mesma área anterior
- Viga “I” com mesma área anterior (aproximadamente)

# Cisalhamento



Tensão de Cisalhamento:  $\tau = \frac{F_{cortante}}{A}$

	Ruptura	Escoamento
Aço até 0,3% C e Alumínio	$\tau_R = 0,6 \sigma_R$	$\tau_E = 0,5 \sigma_E$
Aço 0,3 – 0,7% C	$\tau_R = 0,75 \sigma_R$	$\tau_E = 0,75 \sigma_E$
Aço acima de 0,7% C	$\tau_R = \sigma_R$	$\tau_E = \sigma_E$

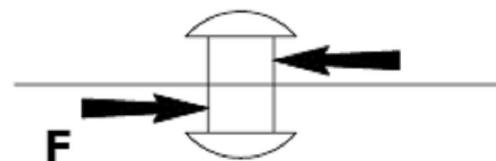
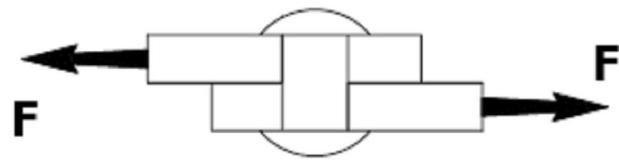
# Exercícios

- Calcule a força necessária para cortar uma moeda de 25 mm de diâmetro a partir uma chapa de Aço 1020 de 3 mm de espessura.

# Cisalhamento

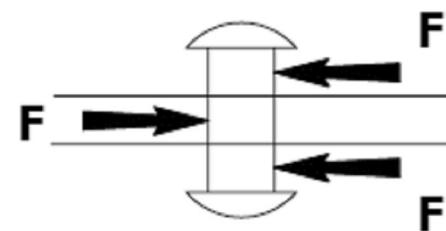
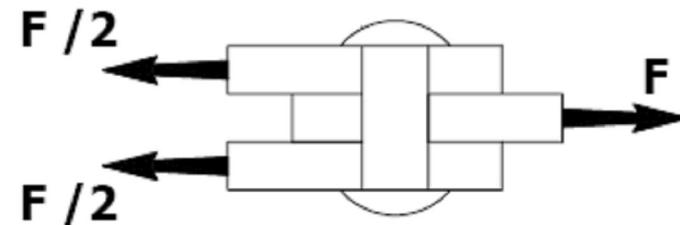
- Juntas rebitadas/aparafusadas

Corte Simples



$$\tau = \frac{F_{cortante}}{A}$$

Corte duplo



$$\tau = \frac{F_{cortante}}{2A}$$

# Juntas aparafusadas/rebitadas

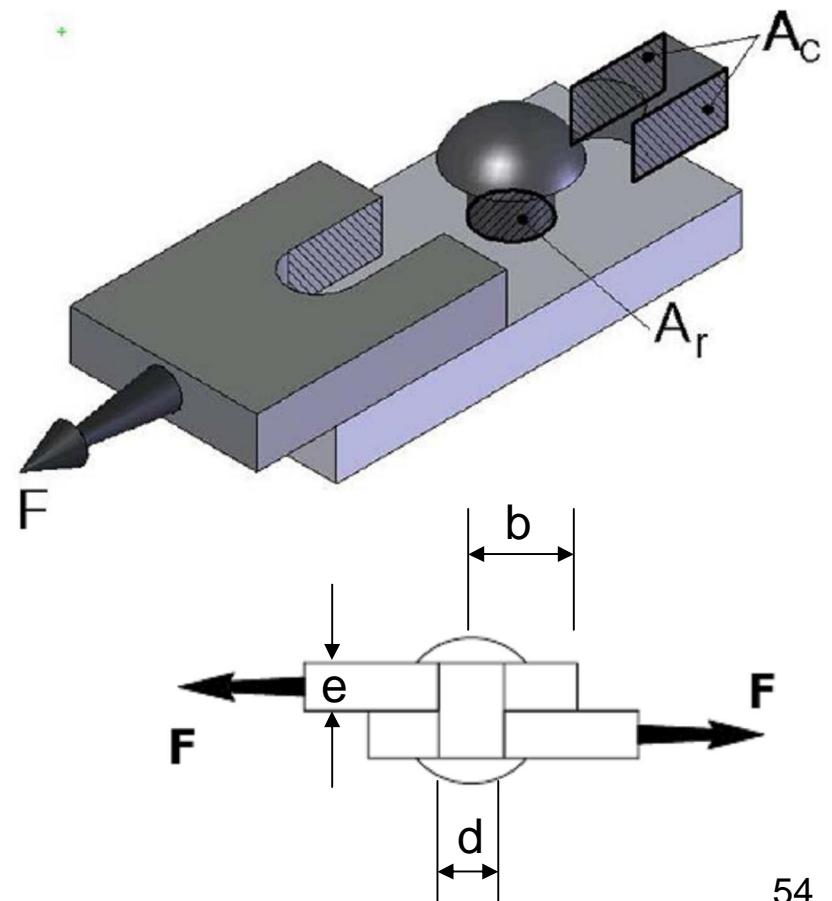
- Distância mínima entre o centro do rebite e a extremidade da chapa:
- $A_c = A_r$

$$F_{rebite} = F_{chapa}$$

$$\tau_{rebite} \times A_{rebite} = \tau_{chapa} \times A_{chapa}$$

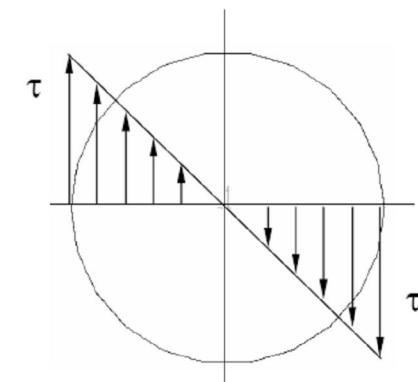
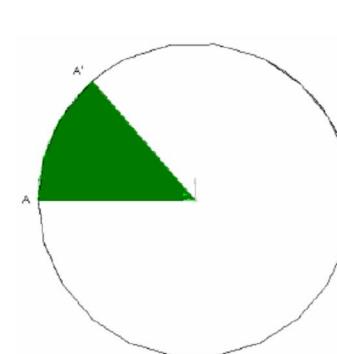
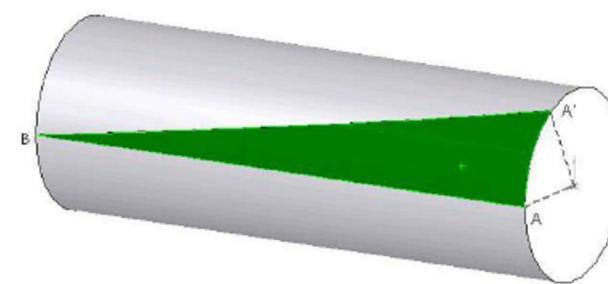
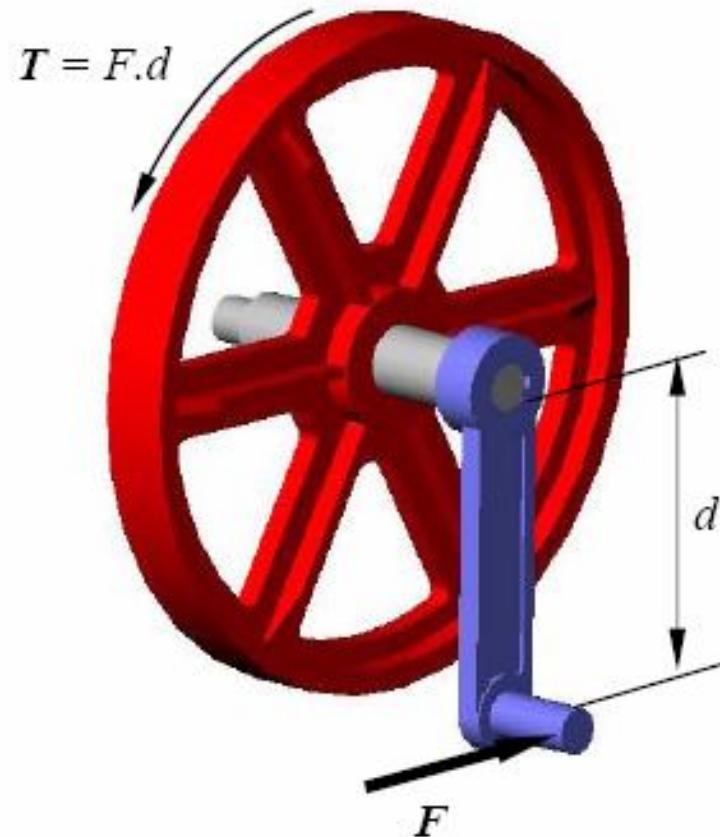
$$\tau_{rebite} \times \frac{\pi d^2}{4} = \tau_{chapa} \times 2be$$

$$b = \frac{\tau_{rebite}}{\tau_{chapa}} \times \frac{\pi d^2}{8e}$$



# TORÇÃO

- Torque (Momento torçor):  $T$  [N.m]



# TORÇÃO

- Tensão de torção:  $\tau$  [Pa]

Para eixos se seção transversal cheia:

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3}$$

Para eixos se seção transversal vazada:

$$\tau = \frac{16Td_e}{\pi(d_e^3 - d_i^3)}$$

Onde:

$T$ : torque [N.m]

$d$ : diâmetro cheio [m]

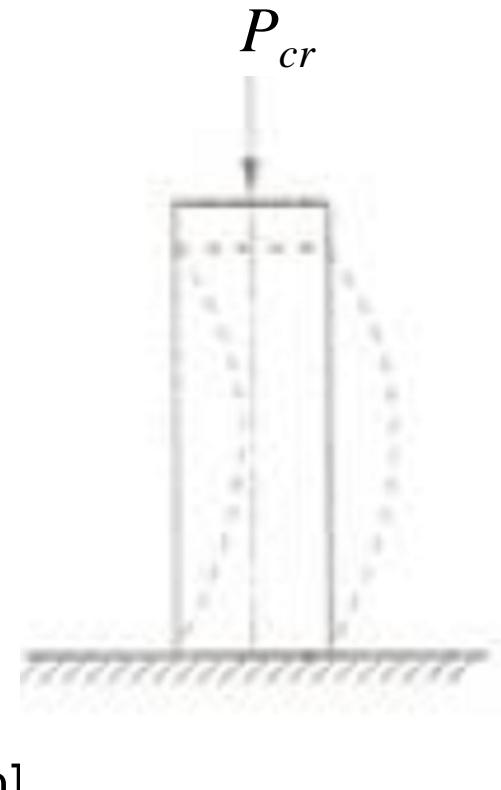
$d_e$ : diâmetro externo [m]

$d_i$ : diâmetro interno [m]

# FLAMBAGEM

- Carga Crítica (de Euler):  $P_{cr}$  [N]

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E J}{l_f^2}$$

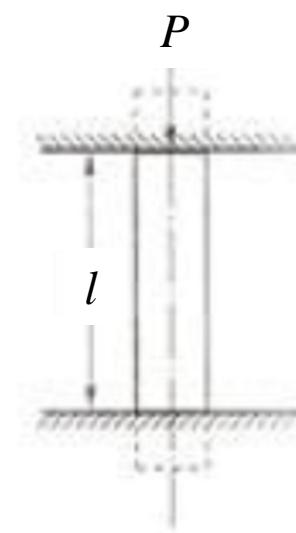
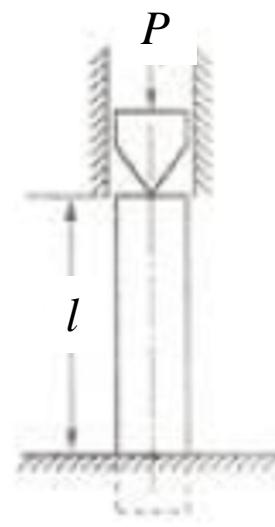
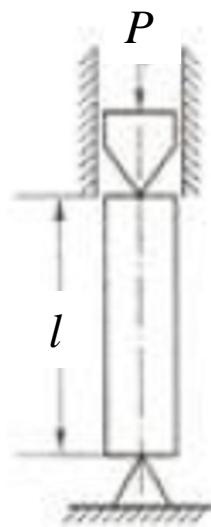
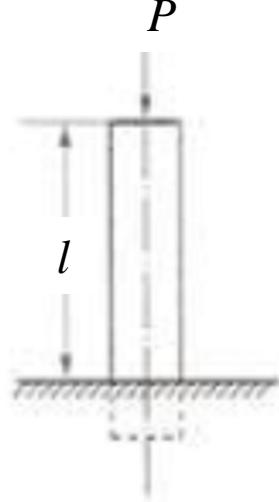


onde:  $l_f$  = comprimento livre de flambagem [m]

$J$  = momento de inércia da seção transversal [ $\text{m}^4$ ]

# FLAMBAGEM

- Comprimento livre de flambagem:  $l_f$  [m]



$$l_f = 2.l$$

engastada  
e livre

$$l_f = l$$

bi-articulada

$$l_f = 0,7 \cdot l$$

engastada e  
articulada

$$l_f = 0,5 \cdot l$$

bi- engastada

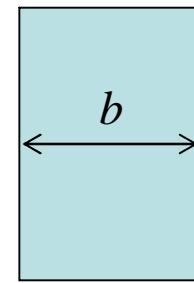
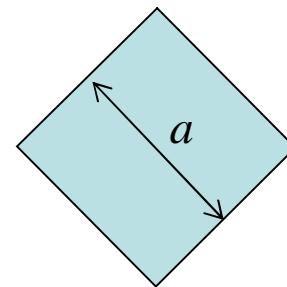
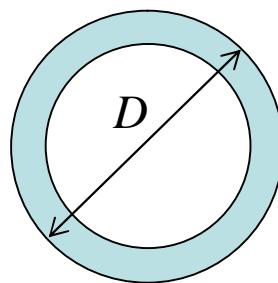
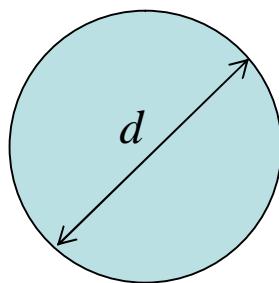
# FLAMBAGEM

- Momento de Inércia da seção:  $J$  [ $\text{m}^4$ ]

$$J = W \cdot t$$

onde:  $W$  = módulo de flexão [ $\text{m}^3$ ]

$t$  = metade da menor dimensão externa da seção [m]



$$t = \frac{d}{2}$$

$$t = \frac{D-d}{2}$$

$$t = \frac{a}{2}$$

$$t = \frac{b}{2}$$

# EXERCÍCIO - FLAMBAGEM

- Calcular qual a carga mínima para ocorra de flambagem de uma coluna de aço ABNT 1020 macica, bi-articulada com 1,2 m de comprimento e 34 mm de diâmetro.
- Uma coluna vertical de seção quadrada e engastada nas duas extremidades está submetida a um peso de compressão de 100 kN. Se o comprimento é de 2,2m, e o material é concreto, qual a dimensão mínima da coluna para que não ocorra flambagem.