CEFET/SC

NÚMEROS COMPLEXOS

(Da pg 62 a 64 - Apostila de Preparação Tecnológica)

Prof. Dr. Emerson S. Serafim

O que é um número complexo?

É todo o número que pode ser escrito na forma:

$$Z = x + j\,y$$

Onde **x** é a parte **real** de Z, e **y** é a parte **imaginária** de Z.

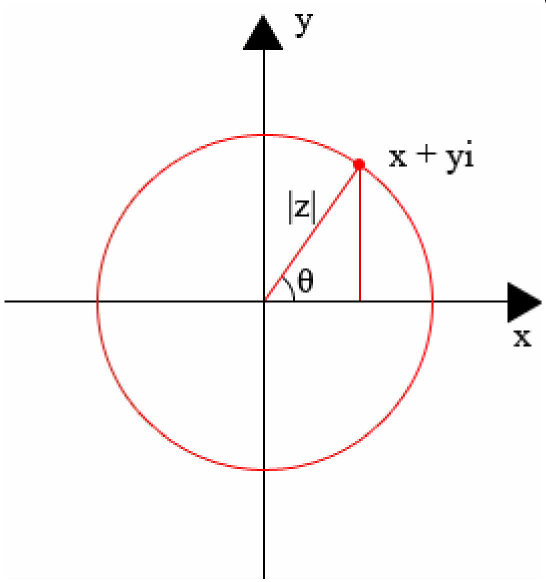
Exemplo: Identifique as partes reais e imaginárias dos números complexos listados na tabela abaixo:

Número complexo	Parte real	Parte imaginária
2 + 3 j		
2 - 3 j		
2		
3 j		
-3 j		

Aplicações de números complexos:

A partir de 1800, os NC passaram a ser utilizados em Mecânica dos Fluidos e na **ELETRICIDADE** (análise de circuitos em corrente alternada).

No **plano complexo** ou **plano de *Argand-Gauss***, a parte real é representada pela abscissa (x) e a parte imaginária pela ordenadas(y).



Forma Retangular ou **Cartesiana**:

$$\mathbf{Z = x + \mathit{j}\, y}$$

Forma Polar:

$\mathbf{Z} = |Z|\ e^{\,j\,\theta}$, onde |Z| é o módulo e θ é a fase (ângulo entre o cateto adjacente e a hipotenusa)

COMO CONVERTER AS FORMAS RETANGULARES EM POLARES E VICE-VERSA?

RETANGULAR para **POLAR:**

Partindo da forma retangular: $\mathbf{Z} = \mathbf{x} + j\,\mathbf{y}$

Obter o módulo de Z e a fase, através das equações:

$$|Z| = \sqrt{(x^2+y^2)} \quad \text{e} \quad \theta = \tan^{-1}(y/x)$$

Assim, chega-se a forma polar: $\mathbf{Z = |Z|\ |\underline{\theta}}$

Exemplo:

$\mathbf{Z = 3 + j\,4,}$

$|Z| = \sqrt{(3^2+4^2)} = \sqrt{(9+16)} = \sqrt{(25)} = 5$

$\theta = \tan^{-1}(y/x) = \tan^{-1}(4/3) = 53{,}13^{\circ}$

Logo, na forma polar será: $\mathbf{Z = 5\ |\underline{53{,}13^{\circ}}}$

EXERCÍCIO 01 da apostila, página 63.

POLAR para **RETANGULAR:**

Partindo da forma polar: $\mathbf{Z} = |Z|\ |\underline{\theta}$

Obter a parte real e a parte imaginária, através das equações:

Re: $x = |Z| * \cos\theta$

Imag: $y = |Z| * \text{sen}\,\theta$

Assim, chega-se a forma polar: $\mathbf{Z = x +}\ j\ \mathbf{y}$

Exemplo:

$\mathbf{Z = 10\ |\underline{40^o}},$

$x = |Z| * \cos\theta = 10 * \cos(45^o) = 7{,}66$

$y = |Z| * \text{sen}\,\theta = 10 * \text{sen}(45^o) = 9{,}81$

Logo, na forma retangular será: $\mathbf{Z = 7{,}66 +}\ j\ \mathbf{9{,}81}$

EXERCÍCIO 02 e 03 da apostila, página 63.

PROPRIEDADES

Dados as seguintes impedâncias (em ohms):

$Z_1 = 10 + j\,6$ e $Z_2 = 5 - j\,3$

Faça a ADIÇÃO (parte real com parte real/ parte Imag. com parte Imag.)**:**

$$Z_r = Z_1 + Z_2 = (10 + j\,6) + (5 - j\,3) = (10+5) + j\,(6\text{-}3) = \mathbf{(15 + \mathit{j}\,3)}\Omega$$

Faça a SUBTRAÇÃO (parte real com parte real/ parte Imag. com parte Imag.)**:**

$$Z_r = Z_1 - Z_2 = (10 + j\,6) - (5 - j\,3) = (10\text{-}5) - j\,(6\text{-}3) = \mathbf{(5 - \mathit{j}\,3)}\ \Omega$$

EXERCÍCIO 04 da apostila, página 64.

Faça a MULTIPLICAÇÃO:

$Z_r = Z_1{*}Z_2 = (10 + j\,6){*}(5 - j\,3) = (10{*}5) - j\,(10{*}3) + j\,(6{*}5) + j^2\,(6{*}{-3}) =$

$= 50 - j30 + j30 + (-1){*}(-18) = (50+18) + j(-30+30) = 68 + j(0) = 68$

Ou: $Z_1 = 11{,}7\,|\underline{30{,}96^o}$ e $Z_2 = 5{,}8\,|\underline{-30{,}96^o}$

Multiplicam-se os módulos e somam-se os ângulos (fases):

$Z_r = Z_1{*}Z_2 = (11{,}7{*}5{,}8)\,|\underline{30{,}96^o - 30{,}96^o} = \mathbf{68}\,|\underline{0^o}\ \Omega$

Faça a DIVISÃO (trabalhar na forma POLAR, dividir os módulos e subtrair os ângulos (fases):

$Z_r = Z_1/Z_2 = (11{,}7\,|\underline{30{,}96^o})/(5{,}8\,|\underline{-30{,}96^o}) = (11{,}7/5{,}8)\,|\underline{30{,}96^o - (-30{,}96^o)}\ \Omega$

$\mathbf{Z_r = 2{,}0\,|\underline{61{,}93^o}}$

ou: $Z_r = (2{,}0{*}\cos(61{,}93^o)) + j\,(2{,}0{*}\mathrm{sen}(61{,}93^o)) = \mathbf{0{,}94}$

APLICAÇÃO

1-Tem-se um circuito elétrico alimentado com corrente alternada. Com o auxílio de um alicate amperímetro foram obtidos os dados abaixo. Obtenha a impedância equivalente (encontrando a Resistência e a Reatância, e as potências (S, P e Q).

a) Vef = 215V; Ief= 2,6A, FP = 0,16 cap

b) Vef = 217V; Ief= 0,39A, FP = 0,98 ind