

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
CENTRO INTERDISCIPLINAR DE NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO

**PROCESSOS COGNITIVOS E OBJETOS DIGITAIS INTERATIVOS DE
APRENDIZAGEM: A CONSTRUÇÃO DO EQUILÍBRIO FÍSICO**

Cláudio Ferretti

Porto Alegre
2007

Cláudio Ferretti

**PROCESSOS COGNITIVOS E OBJETOS DIGITAIS INTERATIVOS DE
APRENDIZAGEM: A CONSTRUÇÃO DO EQUILÍBRIO FÍSICO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação da Universidade Federal do Rio grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Informática na Educação.

Orientador:

Prof. Dr. Milton Antônio Zaro.

Co-orientadora:

Prof^a. Dr^a. Léa da Cruz Fagundes.

Porto Alegre

2007

Agradecimentos:

Aos meus pais, por me terem dado um lar acolhedor, a quem
sempre vi trabalhando e cuidando dos filhos.

Aos bons amigos, que nos momentos difíceis são
como os mourões vermelhos em meio a neve
eles não te dizem o caminho, mas são
a segurança da chegada.

Mas em primeiro lugar a Deus, que permitiu
que tudo isso acontecesse.

RESUMO

Os objetos de aprendizagem digitais, quando empregados para reconhecer e analisar processos cognitivos, podem contribuir para o desenvolvimento de uma didática voltada ao aprendizado. Esta pesquisa investiga em que medida os objetos digitais de aprendizagem contribuem para identificar os processos cognitivos em desenvolvimento durante a formação do conceito do equilíbrio físico na balança. Tais conhecimentos permitem desenhar objetos digitais de aprendizagem interativos, viabilizando aos professores organizarem estratégias que possibilitem a formação de operações lógicas em seus alunos, indispensáveis ao raciocínio formal. Na Epistemologia Genética de Piaget, encontramos tanto a explicação teórica (Equilibração das Estruturas Cognitivas) como os métodos que permitem conhecer tais processos em desenvolvimento (Método Clínico Piagetiano).

PALAVRAS-CHAVE: Processo de conceituação. Epistemologia Genética. Sistemas Lógicos. Informática na Educação, Objetos de Aprendizagem.

ABSTRACT

The physical concepts are considered on difficult understanding for some students of the Basic School, directed only to people endowed with special talents. Such difficulty can come from the teaching method employed in Physics Education.

The knowledge of the cognitive processes that grow during the formation of those concepts can contribute for the development of a teaching method aimed at learning. However, education professionals with knowledge on epistemology and specific concepts in this subject, need a thorough, interdisciplinary and permanent formation.

Analyzing the cognitive processes and developing tools for their identification, we will be making available to the educators, resources capable to aid them in his/her task of discovering their students' difficulties.

This research investigates in which way the digital objects of learning contribute to identify the cognitive processes in development, during the formation of the concept of the physical balance, using a scale. Such knowledge permits to design interactive digital learning objects, allowing the teachers to organize methods that make possible the formation of logical operations in their students, necessary to a formal reasoning.

In the Genetic Epistemology of Piaget, we found the theoretical explanation (Cognitive Structures Equilibration) as well as the methods allowing to know the development of these processes (Piaget's Clinical Method).

KEYWORDS: Conceptualization processes, Genetic Epistemology, Logical systems, Technology and Education, Learning Objects.

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	1
1.1. Justificativa da Pesquisa.....	3
1.2. O Problema	6
1.3. Estrutura da Tese	6
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	7
2.1. Por que a Epistemologia Genética de Piaget?	9
2.2. As abordagens em contradição	9
2.3. Equilibração das Estruturas Cognitivas.....	15
2.4. Tomada de Consciência	45
2.5. O Conceito de conceito – A Conceituação.	46
2.6. Abstração Reflexionante	62
2.7. O Método Clínico Piagetiano (MCP)	65
2.8. Epistemologia do equilíbrio na balança	66
2.9. O conceito físico de equilíbrio	80
2.10. A interação – televisão, cinema e computador.....	88
3. O OBJETO DIGITAL	93
3.1.1. O objeto material.....	93
3.1.2. O objeto digital.....	96
3.1.3. Um capítulo especial: a interface	98
4. METODOLOGIA	102
4.1. Tipo de pesquisa	102
4.2. Os sujeitos de pesquisa	104
4.3. Técnica de registro de dados.....	105
4.4. Inversão de método	105
4.4.1. Tabela dos alunos pesquisados	105
4.4.2. Alunos com várias tabelas	107
4.5. Procedimentos experimentais e análise dos dados	109
4.6. O protocolo utilizado	109
5. RESULTADOS	114
5.1. O Panorama epistemológico	114

5.2.	O objeto material	114
5.3.	O objeto digital	116
5.4.	As entrevistas.....	118
5.4.1.	A aluna Clari[7;12].....	119
5.4.2.	O aluno Beck[5;13].....	128
5.4.3.	A Entrevista da Aluna Sama[7;12]	134
5.5.	Objeto material ou objeto digital?	135
6.	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	137
6.1.	Metodologia	137
6.2.	Sujeitos escolhidos.....	138
6.3.	A entrevista clínica.....	138
6.4.	Registro dos dados.....	138
6.5.	Orientação da fundamentação teórica	139
6.6.	Ajustes do objeto digital.....	140
7.	CONCLUSÃO	141
7.1.	Apreensão do conceito.....	141
7.2.	O objeto digital e processos cognitivos.....	143
7.3.	A Epistemologia presente nas entrevistas	144
7.4.	Orientações para elaboração de objetos digitais.....	147
7.5.	Uma nova perspectiva	149
8.	TRABALHOS FUTUROS	149
9.	REFERÊNCIAS	151

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Variáveis Peso e Distância, lado direito e esquerdo.	75
Quadro 2: Operações do Grupo <i>INRC</i>.	79
Quadro 3: Registros de Entrevistas nas Balanças.....	105
Quadro 4: Previsões de Comportamento Retirado da literatura.....	170
Quadro 5: Níveis Cognitivos na Balança Simétrica.	171
Quadro 6: Níveis Cognitivos na Balança Assimétrica e Dupla.	172
Quadro 7: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Simétrica.....	174
Quadro 8: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Assimétrica.	175
Quadro 9: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Dupla.....	176
Quadro 10: Dados das Entrevistas Organizados por Grupos.....	177
Quadro 11: Extrato de Planilha Eletrônica das Entrevistas.....	177

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Ciclo cognitivo, perturbação e equilíbrio	29
Tabela 2: Três entrevistas realizadas com um aluno hipotético Cri[7;12]	108
Tabela 3: Processos cognitivos presentes em três entrevistas clínicas	136
Tabela 4: Entrevista com Clari[7;12].....	178
Tabela 5: Entrevista com Beck[5;13]	197

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Mapa conceitual da abordagem teórica desta pesquisa	7
Figura 2: Equilíbrio de um corpo extenso numa abordagem axiomática.....	10
Figura 3: Mapa conceitual do equilíbrio de corpos extensos.	12
Figura 4: Modelo de estrutura cíclica cognitiva	15
Figura 5: Compensação dos sistemas cognitivos e perturbação.....	16
Figura 6: Assimilação recíproca e sistema de significação.	17
Figura 7: Perturbação e equilibração do sistema cognitivo.....	18
Figura 8: Processo de assimilação recíproca de esquemas	19
Figura 9: Interação do Tipo IA.....	24
Figura 10: Interação do tipo IB.....	25
Figura 11: Interação do tipo IIA.....	27
Figura 12: Modelo geral de interação.	28
Figura 13: Abstração reflexionante no esquema geral de equilibração	32
Figura 14: Interação entre objetos	33
Figura 15: Fases da compensação e seus tipos	36
Figura 16: Tamanho relativo e perspectiva.....	37
Figura 17: Os quadros A e B têm a mesma tonalidade.....	38
Figura 18: Triângulo com base inclinada	39
Figura 19: Perspectiva com varas iguais	40
Figura 20: Configuração serial linear e parabólica	41
Figura 21: Interação sujeito-objeto.....	46
Figura 22: Comprimento relativo em função do alinhamento.	53
Figura 23: Coleções figurais feitas por crianças.....	54
Figura 24: Início de classificação (falta de ordem no todo).....	54
Figura 25: Sieriação intercala ao pares, triplas, etc.	55
Figura 26: Seqüência de abstrações realizada sobre um objeto	62
Figura 27: Perturbação ocasionada por um novo observável B''	63
Figura 28: Reflexionamento a um patamar superior	63
Figura 29: Reestruturação em um novo patamar de abstração	64
Figura 30: Grupo INRC.....	75
Figura 31: Definição das proposições lógicas p , q , p' e q'	76

Figura 32: Adoção de uma operação identidade e sua inversa	77
Figura 33: Recíproca e correlativa da idêntica	77
Figura 34: Relação entre as transformações INRC.	79
Figura 35: Atuação de uma força no CG do corpo.....	82
Figura 36: Tipos de equilíbrio encontrados nos corpos extensos	83
Figura 37: Ponto P no centro de gravidade da prancha.	83
Figura 38: Deslocamento do ponto P para obter-se equilíbrio estável	83
Figura 39: Efeito de compensação dos pesos pelas distâncias	84
Figura 40: Equilíbrio de dois blocos em dos braços de uma balança.....	84
Figura 41: Equilíbrio entre o CM de dois blocos e um terceiro bloco	85
Figura 42: Cálculo de Imprecisão na balança digital	86
Figura 43: Verificação da posição do centro de massa de dois blocos	87
Figura 44: Balança de braços.....	93
Figura 45: Balança tipo “gangorra”.....	94
Figura 46: Modificação do ponto de apoio da barra	94
Figura 47: Escala confeccionada sobre a balança	95
Figura 48: Relação entre as massas dos blocos	95
Figura 49: Primeira concepção de balança digital.	96
Figura 50: Segunda concepção balança digital.....	96
Figura 51: Balança digital na simulador Phi.	97
Figura 52: Balança digital simétrica.	99
Figura 53: Menu flutuante de tamanho e cor dos objetos	100
Figura 54: Ponto P indicador de equilíbrio na balança digital.	100
Figura 55: Balanças digitais assimétrica e dupla.....	100
Figura 56: Teclas de navegação das câmeras no simulador Phi.....	101
Figura 57: Procedimento experimental para análise dos dados.....	109
Figura 58: Balança material tipo “gangorra”.	110
Figura 59: Blocos pequenos utilizados na balança tipo “gangorra”	111
Figura 60: Balança material assimétrica	111
Figura 61: Replica menor da balança original.	111
Figura 62: Equilíbrio de três corpos na balança.....	115
Figura 63: Desequilíbrio pelo acréscimo de massas iguais	116
Figura 64: Alturas relativas na balança	126
Figura 65: Posicionamento dos blocos e face de referência	132

Figura 66: Mapa Conceitual do aluno Beck[5;13] após a última entrevista	133
Figura 67: Sistemas axiomáticos e epistêmicos	141
Figura 69: Equilibração tipo IIA.....	144
Figura 71: Reflexionamento do sistema guindaste-balança	146
Figura 72: Reflexão e tomada de consciência do sistema guindaste-balança	146
Figura 73: Simulação apresentada aos sujeitos da soldagem.....	164
Figura 74: Fusão do gelo com nível constante.....	165
Figura 75: Fusão do gelo com aumento de nível	165
Figura 76: Aumento de nível gelo apoiado.	165
Figura 77: Aumento de nível devido ao apoio do gelo no fundo do copo	166

APÊNDICES

Apêndice A: Objetos Digitais de Aprendizagem	154
Apêndice B: Projeto Piloto de Sondagem.....	164
Apêndice C: Lista de Símbolos Lógicos Empregado nas Análises.....	169
Apêndice D: Processos Cognitivos Encontrados na Literatura	170
Apêndice E: Processos Cognitivos na Balança Simétrica	171
Apêndice F: Processos Cognitivos na Balança Assimétrica e Dupla	172
Apêndice G: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Simétrica	173
Apêndice H: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Assimétrica	175
Apêndice I: Tabulação de Dados das Entrevistas	177
Apêndice J: Entrevistas com Clari[7,12]	178
Apêndice L: Entrevistas com Beck[5;13]	197

1. APRESENTAÇÃO

Os conceitos físicos são considerados pelos alunos do Ensino Básico de difícil compreensão, abstratos, sem emprego “prático”, baseados em fórmulas e algoritmos de resolução. Este conceito deformado de ciência gera insatisfação, levando alunos ao extremo de optarem por cursos universitários que não contenham tal disciplina. Como professor de Física, pergunto-me: onde estarão as causas de tal ansiedade?

Em um primeiro momento, poderíamos pensar de forma inatista pura, concebendo que cada pessoa nasce com capacidades específicas. Se o conjunto de conhecimentos que integram o corpo axiomático da Física for tão abstrato, que necessite de dons especiais para seu entendimento, pouco poderíamos influir na aprendizagem. A melhora no ensino viria então por uma simplificação no grau de abstração dos conceitos, simplificando-os ao máximo, tornando-os mnemônicos.

Talvez não seja esta a visão correta do problema. Nas interações que realizamos no dia a dia, já trazemos intuições desses conceitos e com ele respondemos às solicitações do mundo físico.

Poderíamos então pensar que o problema estaria na extensão dos currículos. Logo, deveríamos ensinar o básico indispensável para uma cultura mediana, uma vez que o cidadão normal pode viver apenas com sua “intuição” física.

Novamente, tal solução parece-nos pobre, não apontando para o centro da questão. Pela Física entramos em contato com algumas estruturas lógicas do raciocínio, importantes para o desenvolvimento deste e dos processos de decisão. Guardadas as proporções, seria semelhante ao que ocorre com uma criança em contato com a linguagem. Através do exercício do falar, constrói progressivamente seu raciocínio. O homem comum não tem consciência que emprega tabelas de verdade quando decide que, **se** está chovendo, **então** não saio de casa. Estas estruturas lógicas, presentes na física, perpassam todas as ciências, sejam da área de exatas ou as humanas.

O problema, então, encontra-se no Ensino de Física? Como essa dificuldade de aprendizagem não é recente, muitos professores vêm utilizando recursos didáticos para dinamizar sua aula, despertar a atenção do aluno, e assim, orientá-lo ao conceito. Talvez estejamos centrando nossas pesquisas na melhoria das técnicas de ensinar, esquecendo-nos que o cerne da questão encontra-se em quais são os

modos de aprender. E este parece ser um dos pontos centrais do problema, sendo sua origem epistêmica.

Papert (1994), ao considerar o mesmo problema, surpreendeu-se porque não encontrou na língua inglesa uma palavra para a arte de aprender:

“O tratamento desigual das artes de aprender e ensinar em nossa língua mostra-se visível tanto na gramática como no vocabulário. Pense, por exemplo, em analisar gramaticalmente a sentença: “O professor ensina uma criança”. Professor é o sujeito ativo desta; criança, o objeto passivo. O professor faz algo para o aprendiz. Esta forma gramatical ostenta o carimbo da ideologia hierárquica da Escola ao representar o ensino como o processo ativo (Papert, p. 78, 1998).

Em sua opinião as pedagogias tradicionais estão dirigidas ao professor, sendo este tomado como fator primordial do processo ensino-aprendizagem:

O professor está no comando e é, portanto quem precisa de habilidade; o aprendiz tem apenas que obedecer a instruções. Esta assimetria está tão profundamente arraigada que até mesmo os defensores da Educação “ativa” ou “construtivista” consideram difícil escapar dela. Há muitos livros e cursos sobre a arte do ensino construtivista que falam sobre a arte de organizar situações nas quais o aprendiz “construirá conhecimento”, mas não conheço qualquer livro sobre o que eu aceitaria tratar-se da mais difícil arte de realmente construir conhecimento. A literatura como-fazer na subcultura construtivista é quase tão fortemente tendenciosa para o lado do professor quanto à subcultura instrucionista” (Papert, p. 78, 1998).

Se o desenvolvimento dos processos cognitivos, que ocorrem na construção dos conceitos físicos, não for conhecido, as tentativas de melhoria do ensinar adquirem um caráter empírico, ocorrendo melhoras fortuitas, sem tocar, no entanto, na causa do problema que motiva a mudança.

Profissionais de educação com conhecimento de epistemologia e conceitos específicos em sua disciplina necessitam de uma formação muito ampla, interdisciplinar e prolongada. Dificilmente teríamos, em todos os estabelecimentos de ensino, profissionais desse gênero. É possível, então, investigar tais processos cognitivos na situação atual da escola?

Por estarmos em um momento histórico privilegiado, de recursos digitais diversificados e em ritmo acelerado de desenvolvimento, pretende-se com esta

pesquisa estudar os processos cognitivos que se desenvolvem durante a interação do sujeito com objetos digitais de aprendizagem. Disponibilizando os conhecimentos adquiridos nesse estudo aos educadores, contribuímos para a melhoria do aprendizado de conceitos físicos, bem como estabelecemos uma metodologia para o emprego de recursos digitais na tarefa de aprender.

Na Epistemologia Genética de Piaget, encontramos tanto a explicação teórica (Equilibração das Estruturas Cognitivas) como os métodos (Método Clínico Piagetiano) capazes de ajudar a conhecer tais processos em desenvolvimento em estudantes da Educação Básica.

1.1. Justificativa da Pesquisa

No final de 1985, a disciplina de Física do Colégio Militar de Brasília sofreu uma alteração significativa. A Mecânica, tradicionalmente apresentada na 2ª Série do então “Segundo Grau” passou a ser ministrada na 1ª Série. Durante a transição foi possível acompanhar as duas Séries com as mesmas disciplinas.

Nessas circunstâncias, observamos que os estudantes da 2ª Série apresentavam facilidade em relacionar equações algébricas com fenômenos cinemáticos, enquanto os alunos da 1ª Série buscavam formas automáticas (utilização de fórmulas), sem compreensão do fenômeno.

A avaliação (realizada com os mesmos instrumentos) revelou uma menor compreensão de conceitos físicos por parte dos estudantes da 1ª Série, passando a apoiar-se unicamente em formulações matemáticas.

Por observação empírica, realizada durante 15 anos de docência, verificamos que estudantes ingressantes na 1ª Série do Ensino Médio apresentavam dificuldades para entender os conceitos científicos, principalmente aqueles que solicita operações e composições abstratas, tais como o posicionamento de um móvel em trajetórias, a partir da função horária do movimento.

Naquela ocasião modificamos a disciplina Ciências Físicas e Biológicas (CFB) da então 8ª Série do Primeiro Grau, dando ênfase ao programa da 1ª Série, no intuito de verificar a origem do problema cognitivo.

Empregando uma didática diferenciada, voltada à experimentação, seguida de questionamento e busca de suas próprias explicações, proporcionamos aos estudantes da 8ª Série uma atitude reflexiva frente ao estudo. Aqueles que

buscaram o laboratório para utilizar os instrumentos apresentaram, com o passar do tempo, um desenvolvimento lógico mais elaborado. Ao ampliar os possíveis lógicos (estimular a atitude questionadora nos problemas ocorridos na experiência, deixar o aluno propor soluções, retornar aos estudantes perguntas formuladas por seus colegas, etc.), permitíamos a formação de uma saudável atitude crítica e a ampliação das composições operatórias, que constituem o raciocínio lógico.

No ano seguinte, quando os estudantes oriundos dessas turmas ingressaram na 1ª Série, ainda apresentaram dificuldades, mas em outro grau, conseguindo operacionalizar algoritmos com maior habilidade e melhor compreensão dos fenômenos, principalmente nas relações abstratas de representação gráfica, como por exemplo, gráficos horários de movimento. No entanto, as turmas que receberam o tratamento tradicional continuaram com a mesma deficiência encontrada em anos precedentes.

Embora essa experiência tenha concorrido para uma melhora conceitual dos alunos, persistia a carência de fundamentos teóricos para compreender e justificar o processo de aprendizagem. A partir de então, buscamos encontrar uma teoria que pudesse acompanhar o desenvolvimento cognitivo em processo, o que acreditamos ter encontrado na Epistemologia Genética de Jean Piaget. Segundo Piaget:

“A experiência nunca é acessível senão por intermédio de quadros lógico-matemáticos. (...) A física como ciência da experiência mais evoluída é uma perpétua assimilação do dado experimental a estruturas lógico-matemáticas, porque o próprio refinamento da experiência é função dos instrumentos lógico-matemáticos utilizados a título de intermediários necessários entre o sujeito e os objetos a atingir” (Piaget, p. 90, 1991).

O conhecimento que encontramos em Piaget nos auxilia a entender os mecanismos presentes no processo interativo de aprendizagem de conceitos, a partir da experiência do aprendiz no mundo:

“Os conhecimentos nunca derivam exclusivamente da sensação ou da percepção, mas também de esquemas de ação ou esquemas operatórios de diversos níveis, que são uns e outros irredutíveis à percepção por si só. Por outro lado, a própria percepção não consiste numa simples leitura dos dados sensíveis, mas comporta uma organização ativa, na qual intervêm decisões e as pré-inferências e que é devida à influência sobre a percepção como tal desse esquematismo das ações ou das operações” (Piaget, 105, 1991).

Essa dificuldade de compreensão ocorria em outros estabelecimentos de ensino nos quais tínhamos contato. Surgia de uma forma muito parecida, levando-nos a crer que suas causas não estariam em circunstâncias sociais, culturais ou didáticas.

O ambiente digital não está isento de apresentar as mesmas dificuldades. Objetos digitais de aprendizagem interativos, baseados somente na transmissão do sistema axiomático, poderão equivocadamente tentar priorizar a percepção, tornando o objeto “atraente e interativo”, sem uma aplicação efetiva de processos que levem a formação de conceitos.

A necessidade de conhecer melhor a complexidade do processo educativo, frente a uma crescente diversidade social, econômica, étnica, espacial e temporal, aponta para uma maior utilização de ambientes virtuais interativos, como elementos promotores do desenvolvimento cognitivo. Esse conhecimento, por parte do professor, e a tomada de consciência pelo sujeito de seus próprios processos de conhecer, é indispensável para que ocorra o processo de aprendizagem, permitindo uma formação humana mais ampla, maior flexibilidade de raciocínio, possibilitando, enfim, uma formação para a autonomia e responsabilidade social.

Por certo as características próprias do ambiente virtual não alcançam todas as condições do ensino presencial, principalmente no fator interação. Deve-se, portanto, analisar em que medida tais características intervêm na aprendizagem e na estruturação cognitiva desses estudantes.

As disciplinas chamadas “exatas” têm muito a contribuir, de modo interdisciplinar, à formação filosófica e cultural, quando procuram o desenvolvimento dos “possíveis lógicos”¹. Um professor com conhecimentos de epistemologia genética encontra-se em melhores condições de promover a atitude reflexiva, incentivar a solução de problemas de autoria do aluno, e orientar o desenvolvimento dos conceitos presentes, facilitando sua formação nas artes, na filosofia e nas ciências.

¹ Entendem-se aqui os possíveis lógicos como as diversas circunstâncias reais ou hipotéticas que derivem de uma situação concreta de forma possível ou necessária.

1.2. O Problema

O problema central, motivador da pesquisa, foi o seguinte:

Como os princípios da Psicologia Cognitiva e os métodos da Epistemologia Genética, aplicados a objetos digitais interativos, podem servir para verificar e analisar os processos cognitivos em desenvolvimento na construção de conceitos físicos pelo sujeito?

A partir do problema principal, outros subproblemas podem ser identificados:

- a) Essa análise poderá servir de fundamento à produção de objetos digitais de aprendizagem interativa?
- b) Em comparação com os objetos materiais, quais as vantagens de utilizarmos objetos digitais?
- c) Qual o conjunto de condições tecnológicas e epistêmicas a ser considerado na aplicação desses objetos como recurso didático?

1.3. Estrutura da Tese

Procurando orientar a leitura deste trabalho, abordamos de forma panorâmica os principais assuntos da pesquisa.

Primeiramente, será realizada uma fundamentação teórica, justificando a escolha da Epistemologia Genética de Piaget. Esta será a base conceitual para a criação de objetos digitais de aprendizagem, para os problemas encontrados durante este processo e sua aplicação, em alunos de Escola Básica. Posteriormente, trataremos das formas de registros das *entrevistas clínicas*, da análise das interações aluno-objeto digital e da análise dos resultados.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao propor a análise e acompanhamento dos processos cognitivos para a construção de conceitos de Física, admitimos encontrar seus elementos essenciais na gênese do conceito, base teórica para o planejamento e aplicação didática dos objetos de aprendizagem. Adotamos a Epistemologia Genética de Piaget como teoria capaz de acompanhar tais processos.

A Figura 1 apresenta a estrutura em tópicos da teoria escolhida.

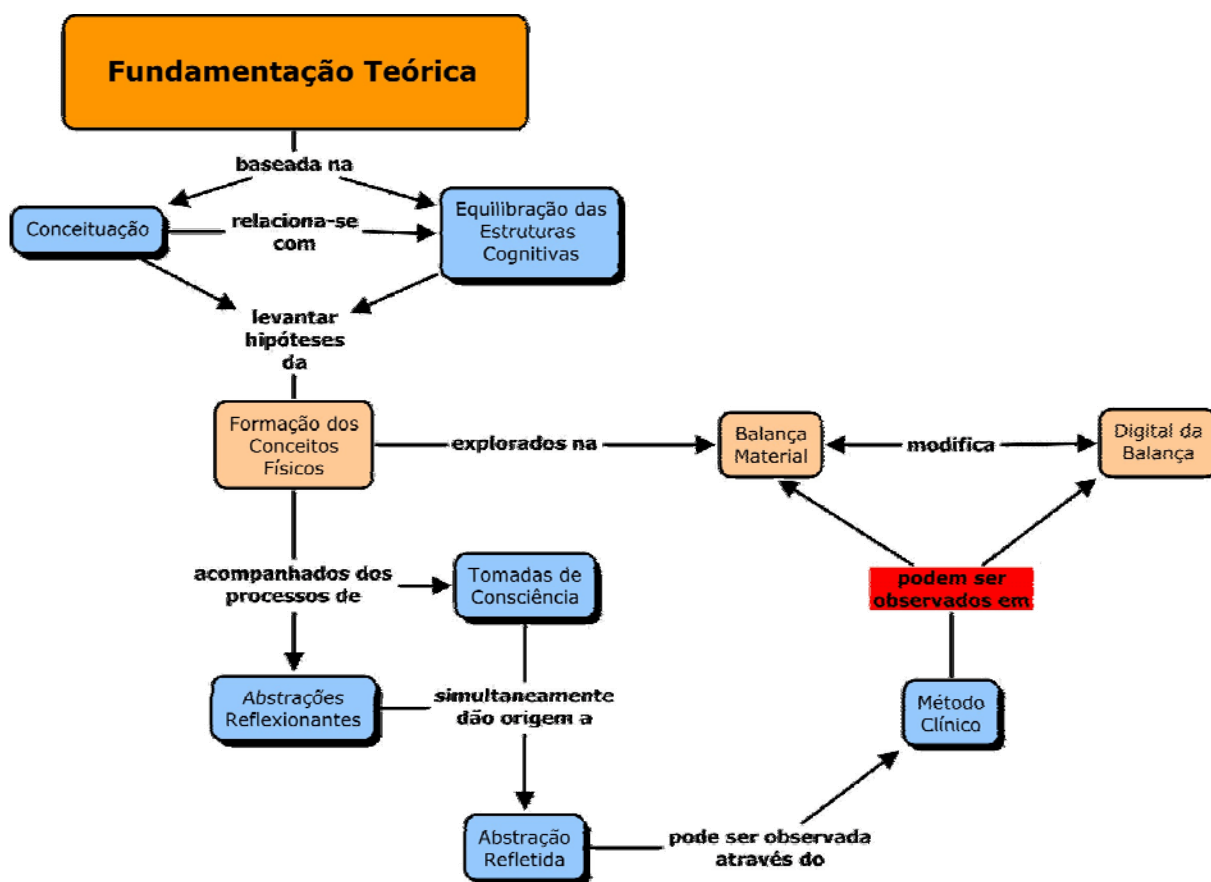


Figura 1: Mapa conceitual da abordagem teórica desta pesquisa

Através da Equilíbrio das Estruturas Cognitivas buscamos evidenciar a formação do conceito de equilíbrio em objetos de aprendizagem digitais.

O conceito é considerado como um sistema de significações e, portanto deve ser pesquisado a partir da gênese de algum fenômeno, que nessa pesquisa será o equilíbrio físico na balança. Orientados pela Entrevista Clínica, os métodos a serem empregados devem buscar a confecção de um objeto digital que apresente características epistêmicas semelhantes ao clone material.

A pesquisa está fundamentada no conhecimento e treinamento dos pesquisadores em entrevistas clínicas piagetianas. Seguir um roteiro e não se prender a ele, quando o processo cognitivo desenvolvido pelo aluno assim o exija, é a etapa mais difícil do processo de capacitação clínica. Nesse contexto, agradecemos a colaboração dos professores Edson Luiz Lindner e Antônio Fonseca de Lira pela dedicação, ajuda na elaboração e aplicação das provas piagetianas.

Ao realizar uma pesquisa de âmbito psicológico é importante destacar o caráter metódico da análise clínica.

“O primeiro objetivo da Epistemologia Genética é (...) o de tomar a psicologia a sério e de fornecer verificações de todas as questões de fato que cada epistemologia necessariamente levanta, mas substituindo a psicologia especulativa ou implícita, com que, em geral, nos contentamos, por análises controláveis (portanto, à maneira do que, cientificamente, se chama um controle) (Piaget, p. 18, 1972)”.

A formação dos conceitos ocorre de forma sistêmica, integrando informações em um todo coerente, dependendo tal adaptação de processos não apenas cognitivos, mas também afetivos e emocionais. No entanto, como os objetos de aprendizagem pesquisados focam o cognitivo, restringimos nosso campo de pesquisa às relações lógicas, buscando analisar as fases do processo cognitivo, suas relações e desenvolvimento, deixando o campo da tematização para um novo estudo.

Como a abordagem teórica que pretendemos realizar é ampla, vamos dividi-la em estudos menores, para podermos caracterizá-la devidamente. Seguiremos a seguinte estrutura:

- 1) Por que a Epistemologia Genética?
- 2) As Abordagens em Contradição
- 3) Equilibração das Estruturas Cognitivas;
- 4) Tomada de Consciência;
- 5) Conceituação;
- 6) Abstrações Reflexionantes;
- 7) Método Clínico;
- 8) A Epistemologia do Equilíbrio Físico
- 9) A interação – televisão, cinema e computador

2.1. Por que a Epistemologia Genética de Piaget?

Em nossa concepção, um **conceito** encontra-se inserido em uma totalidade lógica, cujo complementar (negação) é o constitutivo básico para o raciocínio. Ser **algo**, é **não ser** muitos outros, o que implica estar incluído em um sistema de relações que se interligam em uma estrutura lógica capaz de dar sentido ao todo. O domínio dessas negações e “vicariâncias”, em uma estrutura de classes, relações simétricas e assimétricas, escreve a história do indivíduo, dando-lhe instrumentos capazes de aumentar sua visão de mundo.

Porém, utilizar a Epistemologia Genética como base para a análise levou-nos a outro problema: qual o conceito a ser explorado nesta pesquisa?

Optamos por utilizar o conceito de equilíbrio em corpos extensos, em particular a balança de braços, devido a nossa experiência didática em Física e os questionamentos realizados durante anos em sala de aula. Começamos, então, pela análise de uma contradição entre duas abordagens: a hierarquização axiomática de conteúdos e a seqüência do desenvolvimento cognitivo.

2.2. As abordagens em contradição

O processo de formação do conceito de equilíbrio mecânico, mediante uma abordagem formal da Física, é visto como uma composição hierárquica de conteúdos devidamente concatenados, tomados como conhecimentos axiomáticos nessa ciência.

Uma das diversas formas de decompor esse processo de formação (o equilíbrio mecânico) em seus componentes básicos pode ser encontrada no Mapa Conceitual da Figura 2.

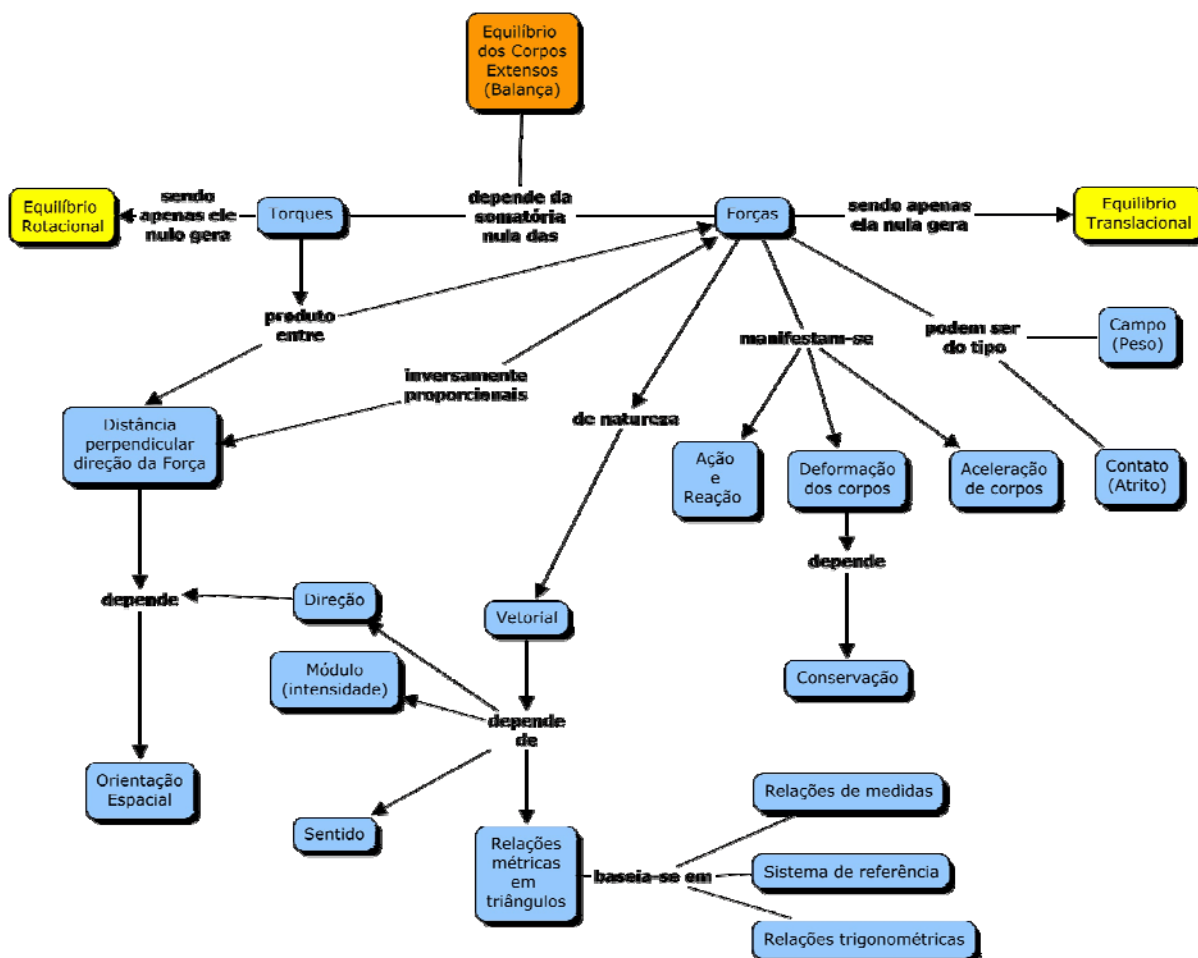


Figura 2: Equilíbrio de um corpo extenso numa abordagem axiomática.

Nessa abordagem, a compreensão do equilíbrio físico dependerá de um encadeamento lógico de conceitos: somatória nula das forças e dos torques, grandeza vetorial (direção, módulo e sentido), relações métricas em triângulo, relações trigonométricas, sistema de unidades de medidas, sistema de referência, e assim por diante, em uma infinidade de relações entre subconceitos, constitutivos da estrutura axiomática mencionada.

A didática empregada no ensino de tais conceitos está orientada pela hierarquia crescente de conceitos. Esta estrutura é empregada para a elaboração dos conteúdos programáticos utilizada nas escolas de Ensino Básico. Iniciaríamos pelas relações métricas em triângulos retângulos, incluindo a trigonometria. Passaríamos a vetores, forças, distâncias perpendiculares à força, somatórias vetoriais, somatória de torque/força e finalmente equilíbrio mecânico em corpos extensos.

Esta didática compreende o processo de aprendizagem como uma transmissão de conteúdo, cuja tarefa do aluno é compreender a organização dos conceitos feita pelo professor.

A “mestria” do professor conta muito para a aprendizagem. Alunos de capacidades diferentes são separados por grupos de habilidades. Isso facilita ao professor “transmitir adequadamente” os assuntos, não “fazendo perder tempo àqueles que podem andar mais rápido”.

Nessa abordagem, atender às capacidades cognitivas diferentes implica utilizar meios audiovisuais mais adequados, mostrando o assunto sob outro enfoque, permitindo ao aluno ter diferentes fontes de informação e assim conseguir entender o conceito que o professor deseja transmitir. A responsabilidade da aprendizagem recai principalmente sobre o professor que através de seu trabalho árduo, ou mesmo seu “carisma”, transmite com mais facilidade as partes difíceis do conteúdo programado.

Fora todas as dificuldades que possam advir desse tipo de pedagogia (professores culpando circunstâncias externas à escola pela baixa cultura de seus alunos, sistemas de ensino incapazes de promover a escola como lugar de aprender, etc.), esta abordagem não atinge o problema principal da educação: ignorar os processos de aprender, a compreensão de como ocorre uma aprendizagem.

Se acompanharmos os processos cognitivos que se desenvolvem na compreensão do equilíbrio físico na balança de braços encontramos uma situação diferente (Figura 3).

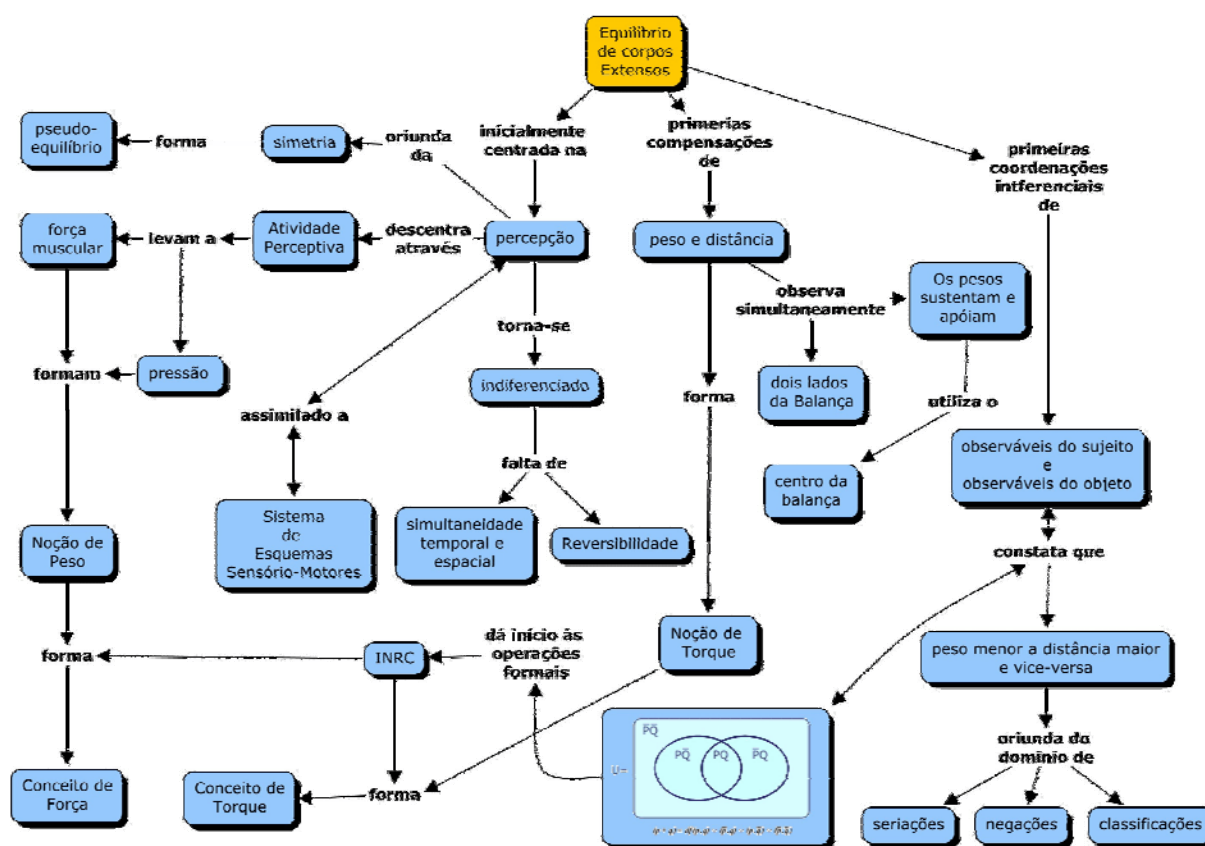


Figura 3: Mapa conceitual do equilíbrio de corpos extensos.

O equilíbrio físico não seria ponto de chegada, mas de partida. A criança precocemente equilibra blocos na balança (idade de 4 a 5 anos), formando a noção de força a partir da coordenação de esquemas cinestésicos (força muscular e pressão na mão); é posteriormente, com a ajuda das operações formais (por volta dos 12-14 anos), que realiza a tomada de consciência do conceito de equilíbrio.

Em suas pesquisas, Piaget (1976/2) acompanhou a gênese do equilíbrio mecânico entrevistando crianças e adolescentes. Verificou que o desenvolvimento das noções de proporção peso versus distância encontrava-se inicialmente centrado na percepção, necessitando uma longa elaboração cognitiva (da qual o sujeito não tem consciência de suas limitações) para a sua devida compreensão. A aquisição da constância do peso (além da massa e do volume) é fundamental para a conceituação do equilíbrio, necessitando uma série de regulações perceptivas entre sensores de pressão² (tato), sensação muscular (cinestésica) e visão, integrando-os

² Para crianças pequenas, duas esferas de mesma massa, uma de aço e outra de madeira, parece ter pesos diferentes quando colocadas na palma das mãos, em virtude das pressões diferentes que exercem sobre as mãos.

em um todo capaz de vencer as impressões puramente cinestésicas. Essa tarefa é laboriosa, ocorrendo equilíbrio somente por volta dos 10-12 anos. Crianças pequenas são vencidas pelas primeiras impressões ao seu alcance, acreditando que o peso tem a função de apoiar, como por exemplo, quando colocam dois pesos no mesmo braço de uma balança de pratos para equilibrar melhor, pois “pondo desse lado fica mais apoiado”. Ou ainda, buscam o equilíbrio na balança pela simples simetria perceptiva e não por operação lógica de compensação.

As observações feitas por Piaget sugerem uma nova visão da didática, voltada ao processo natural de aquisição do conceito. Na interação, ao favorecer a compreensão *das negações lógicas* e não apenas *das certezas*, torna o aluno responsável por sua educação. Trata-se de uma didática voltada para a formação e equilíbrio de novas estruturas cognitivas.

Como explicar o êxito de muitos alunos no sistema de ensino atual?

Se o lar for um ambiente estimulante, rico em observáveis, dando oportunidade a regulações perceptivas, o aluno trará um conjunto de operações lógicas capazes de acompanhar, mesmo com dificuldades, uma abordagem axiomática de conteúdo. Afirmamos que, para tal aluno, tanto um método, quanto o outro são eficientes. Poderíamos dizer que “tais alunos são bons para a escola”. Talvez pudéssemos elaborar uma didática onde “a escola fosse boa para o aluno” criando um ambiente propício ao desenvolvimento das composições lógicas do pensamento adulto.

Abordando o mesmo problema por outro ângulo, o formalismo utilizado na Física se destina a uma elaboração científica dos fenômenos. O método científico permite a evolução das ciências experimentais, tirando-as de uma concepção subjetiva, na medida em que procura os efeitos através de suas causas. Parte do conhecimento experimental, atingindo uma generalização capaz de relacionar, com coerência, todos os fatos envolvidos (teoria científica). Esse processo histórico parece nos mostrar que a interação do sujeito com o objeto deva ser o ponto de partida para o estudo dos conceitos, seja na criança ou no adulto. Evidentemente um público adulto apresentará um raciocínio diverso do infantil, podendo dispensar a presença material do objeto na formalização de teorias, embora necessitando do material para comprovar a própria teoria.

Uma das abordagens empregadas pelos professores, em sua prática pedagógica, é partir do geral ao particular, apresentando a teoria como um todo e

depois, através de exemplificações experimentais, as aplicações concretas que demonstram a exatidão da teoria. Essa prática pedagógica é justificada pela dificuldade de compreensão existente nas complexas relações causais existente entre os objetos e a formalização matemática. Acredita-se que a criação de modelo simplificado da realidade permita analisar em partes a complexidade do todo.

Questionamos, portanto, não a integridade do método científico, mas sua adequação como prática pedagógica (ensino por conteúdos = formação de conceitos científicos?), principalmente em crianças e adolescentes.

Procurando responder, a essa questão propomos o uso da Epistemologia Genética de Piaget como base teórica para as nossas análises.

2.3. Equilibração das Estruturas Cognitivas

Os sistemas cognitivos podem ser considerados abertos enquanto realizam trocas com o meio ambiente e fechados enquanto ciclos. Sejam **A**, **B**, **C**, etc. as partes constituintes de um determinado ciclo e **A'**, **B'**, **C'**³, etc. os elementos do meio, necessários a sua manutenção; esse ciclo pode ser representado por uma estrutura do tipo $(\mathbf{A} \times \mathbf{A}') \rightarrow \mathbf{B}$; $(\mathbf{B} \times \mathbf{B}') \rightarrow \mathbf{C}$; ... ; $(\mathbf{Z} \times \mathbf{Z}') \rightarrow \mathbf{A}$, onde cada uma das partes pode se religar ciclicamente com as demais (Figura 4).

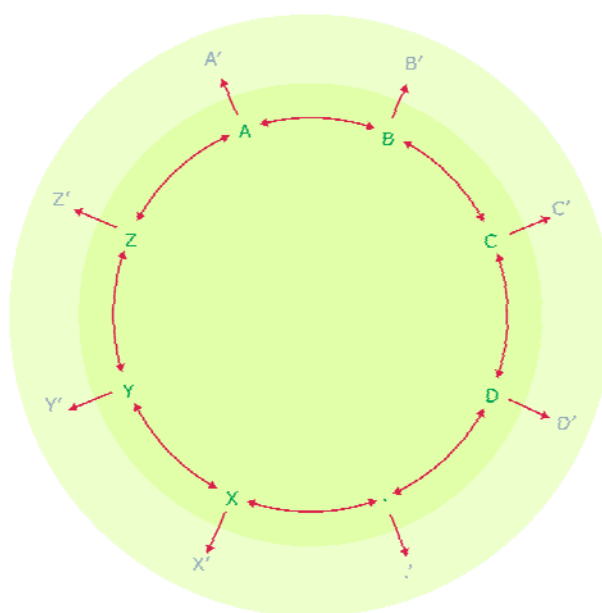


Figura 4: Modelo de estrutura cíclica cognitiva

Existe uma contínua equilibração entre a diferenciação e a integração dos subsistemas, daí a conservação do sistema. As perturbações exteriores provocadas por **B''** podem ser assimiladas com a conservação do sistema, serem rejeitadas/assimiladas com a modificação do sistema. Tal adaptação surge como um novo equilíbrio do sistema cognitivo (**B** modificando-se em **B₂**), com possibilidade de continuidade do sistema anterior, mantendo a subestrutura referente à classe de objetos **B'**, mas gerando uma nova subestrutura para os objetos **B''** (Figura 5).

³ Os índices (') do texto referem-se apenas aos observáveis dos objetos, não fazendo nenhuma referência ao complementar de **A** em relação a **B** ($\mathbf{B} = \mathbf{A} + \mathbf{A}'$) da lógica das classes.

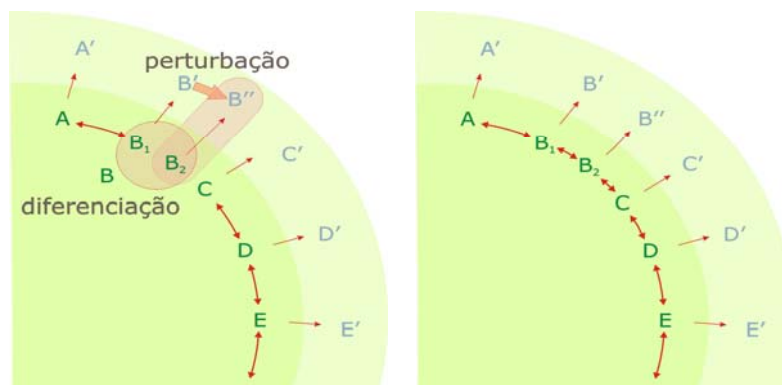


Figura 5: Compensação dos sistemas cognitivos e perturbação

Porém existem sistemas formais elaborados de tal maneira que o sujeito considera como objeto de tematização do pensamento, elementos sem conteúdos exteriores. Por exemplo,

*“(...) uma criança de 7-8 anos, utilizará espontaneamente uma tabela de dupla entrada para classificar, em compartimentos, figuras quadradas e círculos, vermelhos e brancos, formando, portanto as quatro classes assim constituídas e com os seus conteúdos, um ciclo de elementos **A, B, C, D**, mas aplicados aos objetos **A', B', C', D'**, enquanto um lógico ou um matemático, ao fazer uso da teoria do produto cartesiano, considerará apenas as formas para delas deduzir as suas propriedades algébricas” (Piaget, p. 13, 1976).*

Esses ciclos epistêmicos baseiam-se em dois processos fundamentais⁴:

- 1) **Assimilação: incorporação de um elemento exterior num esquema sensório-motor ou conceitual do sujeito.** Podemos falar de assimilação recíproca quando dois esquemas ou dois subsistemas se aplicarem aos mesmos objetos ou se coordenarem sem ter necessidade de conteúdo atual.
- 2) **Acomodação: a necessidade em que a assimilação se encontra de considerar as particularidades próprias dos elementos a assimilar.** Se as assimilações recíprocas não forem acompanhadas por acomodações também

⁴ As expressões em negrito e grifado são conceitos que fazem referência direta a termos utilizados nesse trabalho de pesquisa.

recíprocas, haveria fusão deformadora e já não haveria coordenação dos esquemas⁵.

Qualquer esquema de assimilação tende a incorporar a si próprio os elementos que lhe são exteriores e compatíveis com a sua natureza. Há atividade do sujeito, o que não implica por si próprio a construção de novidades.

Qualquer esquema de assimilação é obrigado a acomodar os elementos que assimila, tendo que modificar-se em função das suas particularidades, mas sem perder a sua continuidade, nem os seus poderes de assimilação anteriores.

A interação entre o sujeito e o objeto ocorre pelo equilíbrio entre a assimilação dos objetos a esquemas de ações, e a acomodação desses esquemas aos objetos. O esquema de assimilação confere significado ao objeto, transformando-o por meio dessa ação: assimilação e acomodação formam então um todo, do qual os dois aspectos **A** e **A'**, **B** e **B'**, etc. se implicam mutuamente, correspondendo a dois fatores de sentido contrário apenas nos casos de insucessos, que levam a por de lado a ação. Durante uma assimilação recíproca o próprio objeto se modifica pela alteração dos sistemas de significação, cujos observáveis se ampliam na interação.

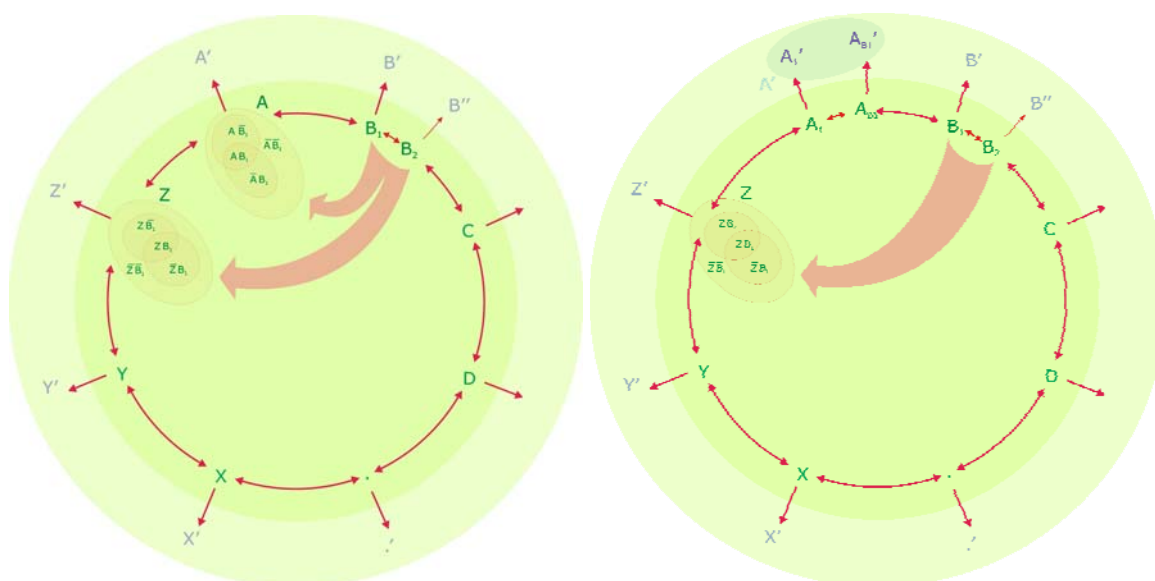


Figura 6: Assimilação recíproca e sistema de significação.

⁵ Esta fusão do ponto de vista lógico equivaleria a criar uma única classe sem relações diferenciadas que impede o sujeito de abstrair as características próprias dos objetos através de seus observáveis.

Os subsistemas podem atuar como esquemas independentes e progressivamente se integrarem (sobretudo nos casos de assimilações recíprocas) embora exista defasagens temporais entre eles.

A integração dos subsistemas em um todo é um caso de assimilação enquanto sua diferenciação é um caso de acomodação, ocorrendo conservação mútua do todo e das partes (neste sentido, assimilação e acomodação recíprocas). Isto se torna mais claro quando da ocasião da ação. Ao assimilar o objeto, o indivíduo “debruça” sobre ele **todo seu sistema de significação**, exigindo dele uma integração. No entanto, a compreensão do objeto baseia-se em aplicar certas características (ou atributos) ao objeto, diferenciando suas partes e relacionando com o todo pertencentes ao seu sistema de significação.

A equilibração de cada uma das estruturas compreende também certa correspondência entre as afirmações e as negações, ou os caracteres positivos e negativos:

a) Para que se tenha a equilibração entre os esquemas **A, B, C**, etc. e os objetos **A', B', C'**, etc., é necessário não só que eles tenham os caracteres **b'**, mas que o sujeito distinga-os de caracteres **x', y'** como $\bar{B}$. Portanto, qualquer termo, em extensão e compreensão, se opõe aos que dele se distinguem o que implica tanto negação quanto afirmação.

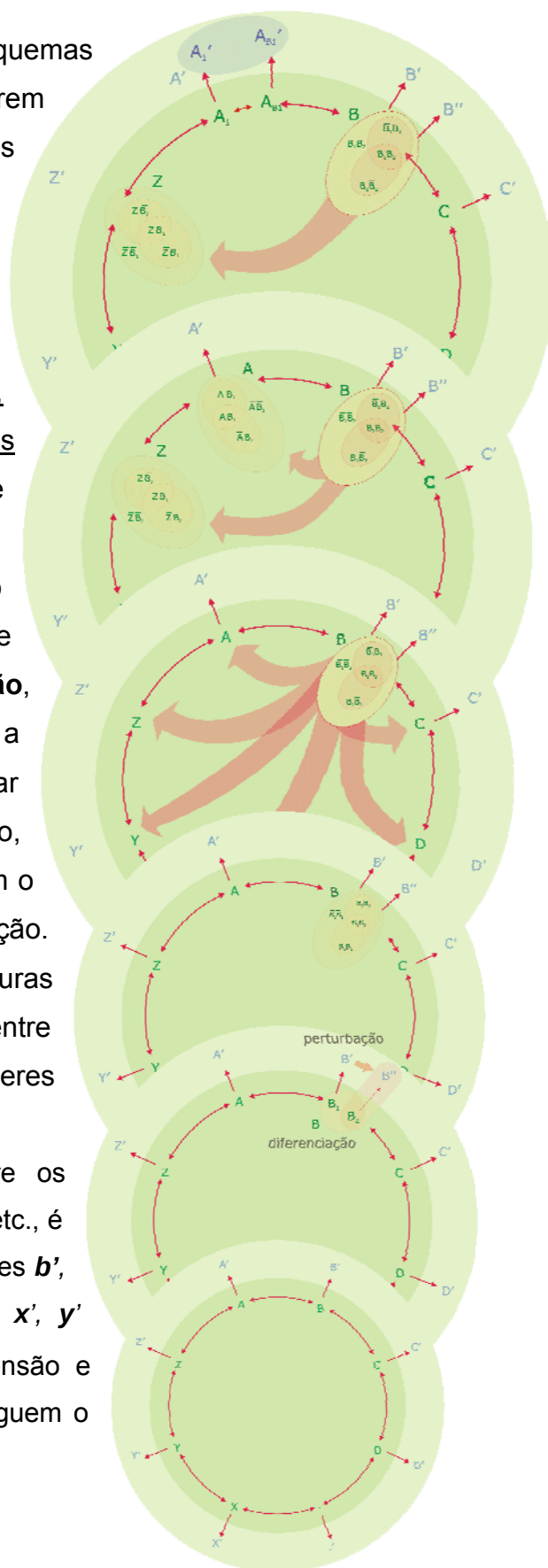


Figura 7: Perturbação e equilibração do sistema cognitivo.

b) Sucede que um esquema **B** pode não encontrar os seus alimentos ordinários **B'**, mas pode acomodar-se a termos **B''** com caracteres próprios **b''**. Se esta acomodação ocorrer, o esquema **B** será modificado para **B₂**, mas esta novidade não anula a existência de **B** na sua antiga forma **B₁**, pois o esquema original contempla dois subesquemas **B₁** e **B₂**; **B** = **B₁** + **B₂**. Para a estabilidade numa forma equilibrada são indispensáveis as negações $B_2 = B \cdot \overline{B_1}$ e $B_1 = B \cdot \overline{B_2}$.

Desta forma, observamos a importância e a necessidade funcional da negação.

c) Quando dois subsistemas **A** e **B** são assimilados e acomodados reciprocamente, existem negações novas, $\Phi = A + B$, $A = \Phi \cdot \overline{B}$ e $B = \Phi \cdot \overline{A}$, voltando-se a ter negações parciais, indispensáveis à estabilidade coerente desta coordenação (Figura 8)⁶.

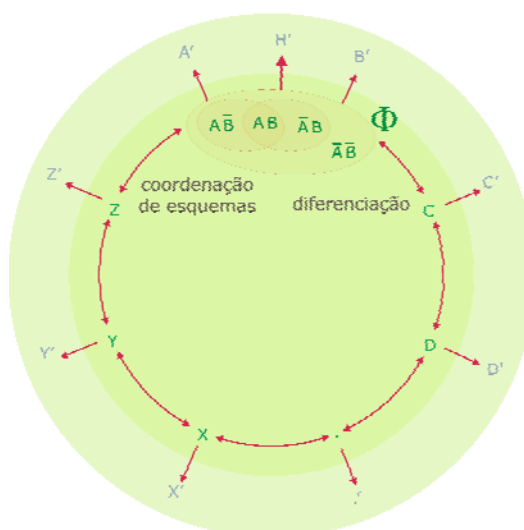


Figura 8: Processo de assimilação recíproca de esquemas

d) Neste contexto, a estrutura cognitiva evolui com o domínio crescente das negações. A diferenciação pode ser mais complexa se utilizar **A** = **A₁** + **A₂** e **B** = **B₁** + **B₂**.

e) Quanto à equilibração da integração e da diferenciação é evidente a necessidade das negações. As três espécies de equilibração, resultante do ajustamento progressivo da assimilação e da acomodação (esquemas de ação e objetos, integração entre subsistemas e equilíbrio diferenciação e integração) podem efetuar-se de maneira espontânea e intuitiva, eliminando os insucessos e retendo os êxitos. Mas, à medida que o sujeito procura a sua regulação, tendendo à estabilidade

⁶ O termo $\overline{A \cdot B}$ da Figura 8 refere-se a todos os subsistemas que não sejam A e B. Portanto a fronteira mais externa está desenhada desta forma apenas por razões didáticas.

coerente, passa a ser necessário utilizar as exclusões de maneira sistemática, a única capaz de equilibrar as afirmações e negações. A busca de uma conceituação formal necessita do domínio dessas negações.

O desequilíbrio é o motor da investigação⁷, onde sua eficácia se mede pela possibilidade de ultrapassagem. No entanto, a fonte real do progresso se deve a reequilibração e, em especial, a reequilibração majorante (aquela cuja forma conduz a um aperfeiçoamento das formas precedentes).

Como o esforço espontâneo do espírito consiste em centrar-se nas afirmações e caracteres positivos dos objetos, ações ou operações, as negações são então menosprezadas⁸. É visto que são necessárias a toda a forma de equilibração, estas só se realizam vencendo dificuldades.

Quanto ao esquema **B** utilizado na previsão (Figura 7), importa dissociar **B** em **B₁** e **B₂** conforme **b**, ou seja, é necessário substituir a classe simples inicial **B** por uma classe composta **B***, com suas subclasses **B₁** e **B₂**. Cada uma dessas classes compreende caracteres positivos e negativos, além da negação em relação aos outros (entenda-se por $\overline{B_1} \cdot \overline{B_2}$ todos os outros subsistemas que não **B₁** e **B₂**). Estas construções são adquiridas com a regulação das quantificações (**B** = **B₁** + **B₂** significa “todos os **B₁** são **B**”, mas apenas “alguns **B** são **B₁**”), solidárias à reversibilidade (**B** – **B₂** = **B₁**, etc.), ponto de chegada operatório da coordenação das negações e das operações positivas. Necessita-se aguardar a formação das “operações concretas” (início aos 7-8 anos) para chegar a este nível de elaboração.

Perceptivamente, apenas se registram observáveis positivos, e a operação da ausência de um objeto só se produz secundariamente e em função de esperas e ultrapassagens à percepção⁹.

⁷ Uma atividade com objetos de aprendizagem que torne passiva a participação, pode ser significativa a sujeitos que já tenham um quadro assimilativo apto a sua compreensão por abstração. Porém, aquele objeto que venha a propiciar situações de desequilíbrio dará possibilidade de formação de novas estruturas cognitivas.

⁸ Esta centração explica a grande dificuldade que encontram as crianças à aquisição das características negativas das multiplicações de classes.

⁹ Portanto, é de se esperar de um objeto de aprendizagem algo mais que simples ordenação de conteúdos ou apresentações perceptivas “significantes” no sentido de ser confortável ou agradável à percepção.

A **regulação**, compreendida como modificação ocorrida durante uma interação pela repetição **A'** duma ação **A**, quando do efeito de ricochete dos resultados de **A** sobre o novo desenrolar **A'**, podem manifestar-se por uma correção (feedback negativo) ou por um reforço (feedback positivo). Trata-se de uma reação a uma perturbação do sistema¹⁰.

As perturbações podem apresentar-se em diversos graus e variedades:

a) Perturbações que se opõem às acomodações: resistência do objeto, obstáculos às assimilações recíprocas de esquemas, etc. Estas perturbações são a causa de insucessos e erros, na medida em que o sujeito delas se apercebe (feedback negativos).

b) Perturbações constituídas por lacunas que deixam as necessidades insatisfeitas e se traduzem pela alimentação insuficiente do esquema. A lacuna, como perturbação, relaciona-se sempre com um esquema de assimilação já ativado (feedback positivo).

E de importância distinguir entre regulações automáticas (apresentam-se nos sensório-motor com meios pouco sujeitos a variações – por exemplo, tentar pegar um objeto tendo em conta as distâncias ou o tamanho deste, necessita uma abertura maior ou menor das mãos) e regulações ativas (o sujeito muda de meios e pode hesitar entre meios diversos, em que intervém uma necessidade de escolhas – por exemplo, quando uma criança ergue um castelo de cartas), **porque as regulações automáticas não acarretam *de per si* uma tomada de consciência, ao passo que as regulações ativas a provocam e estão, portanto, na origem de uma representação ou conceituação das ações materiais.**

O regulador cognitivo só pode ser interno e por não ser hereditário deve invocar a conservação mútua inerente aos processos funcionais da assimilação. Num sistema cognitivo é necessário caracterizar o todo como primordial e sem fazer reunião das partes, pois estas resultam da diferenciação a partir do todo. **Num sistema cognitivo qualquer, as leis de totalidade prevalecem sobre as propriedades variáveis das componentes.**

¹⁰ Regular o registro de observáveis consiste em adaptar uma forma a um conteúdo material.

Nos processos cognitivos a totalidade desempenha o papel de regulador das partes, através do jogo contínuo da assimilação e da acomodação que assumem a forma de regulação ou **feedback** assim que se prolongam em processos dinâmicos.

O **feedback negativo**, como o próprio nome indica consiste numa correção supressiva, quer se trate de afastar obstáculos, quer de modificar os esquemas pela eliminação de um movimento em proveito de outro, diminuindo a sua força e extensão, etc.

Quanto ao **feedback positivo**, é um reforço que procura generalizar a sua alimentação preenchendo uma lacuna; uma lacuna é um carácter negativo que ainda representa uma negação. Pode-se considerar um feedback positivo como um negação da negação.

Compensação é uma ação de sentido contrário a um efeito que tende a anulá-lo ou neutralizá-lo. É evidente que o feedback negativo desempenha esse papel como instrumento de correção. Numa interação, o fato exterior pode ser negado (por negligência ou até por uma espécie de recalque cognitivo) ou promover a modificação dos esquemas, provocando diferenciação em subesquemas, com as negações parciais correspondentes; neste último caso há compensação.

As regulações por feedback negativo conduzem sempre a compensações:

- a) compensações por inversão: consistem em anular a perturbação e
- b) compensações por “reciprocidade”, que consiste em diferenciar o esquema para acomodar os elementos inicialmente perturbadores. As perturbações oriundas de assimilação recíproca de esquemas conduzem a compensações por reciprocidade.

Mesmo no feedback positivo, por existir de alguma forma negação, também existe compensação. Em particular é o que acontece nas regulações ativas pois, mudar de meios, está relacionado com reforço e correção.

O equilíbrio cognitivo não pode ser visto como um ponto de parada, porque uma estrutura concluída pode sempre dar origem a exigências de diferenciação em novas estruturas ou a interações em estruturas mais amplas (Figura 7, p. 18).

O processo de equilibração provoca de maneira intrínseca uma necessidade de construção, de ultrapassagem em virtude do fato de só assegurar certa conservação estabilizadora no interior de transformações: compensação e construção são sempre indissociáveis. Concebe-se a **equilibração como uma estruturação orientada para um equilíbrio melhor**. Nenhuma **estrutura equilibrada se mantém num estado definitivo, ainda que mantenha depois seus**

caracteres especiais sem modificações. É desta forma que falamos de **equilíbrio majorante**.

Se designarmos por **integração a assimilação recíproca** (como interações ou conservações mútuas) **entre sistemas** que são do mesmo grau, dos quais um engloba o outro conforme as relações de subordinação, podemos dizer que o grau de integração é proporcional ao grau de diferenciação.

Um **observável** é aquilo que a experiência permite constatar por uma leitura imediata dos fatos por si mesmos evidentes. Porém tais leituras dependem do sistema de significação do sujeito, esquemas operatórios ou pré-operatórios aplicados a percepção atual, capaz de modificar os seus dados, dando-lhes precisão ou deformando-os. Nesse contexto há sentido em definirmos os **observáveis do sujeito** (referente às leituras do sujeito) e **observáveis do objeto** (qualidades próprias dos objetos).

As coordenações compreendem inferências implícitas ou explícitas. Caracterizam-se pela construção de relações novas que ultrapassam a fronteira do observável e que não devem ser confundidas com as generalizações indutivas. A constatação de que a bola B se movimenta após o choque com a bola A não pode ser chamada de coordenação, mas sim a hipótese de uma transmissão de quantidade de movimento de A para B (a transmissão do movimento jamais é observável por si mesma).

Convém distinguir as coordenações do sujeito oriundas das ações pré-operatórias ou operatórias e as coordenações do objeto, na medida em que supomos que eles agem uns sobre os outros. Nesse segundo caso, trata-se de operações atribuídas aos objetos, logo de um modelo causal.

É importante salientar que a ação que recai sobre os objetos não os modifica utilizando as propriedades anteriores, mas lhes acrescenta propriedades novas que permanecem momentâneas (ordem, correspondência perceptível, total de cada fileira etc.). *Nesses casos as coordenações dos objetos são idênticas às coordenações do sujeito, por serem aplicadas pelo sujeito e não atribuída.*

As **interações** elementares ou do **Tipo I** são aquelas que relacionam os **observáveis do sujeito com os observáveis do objeto**. Lembremos que esses observáveis podem ter **origem causal ou lógico-matemática** o que nos permite classificá-los em **A e B**, respectivamente.

Tomemos o caso simples, onde o sujeito impele um objeto e designemos por:

Observáveis do	M_S	Movimento do sujeito em direção ao objeto
Sujeito	P_S	Impulso exercido pelo sujeito sobre o objeto
Observáveis do	M_O	Movimento do objeto
Objeto	R_O	Resistência do objeto

Investigando tal processo, sem nos atermos às inferências ou coordenações que ultrapassam observáveis, o sujeito toma consciência e conceitua através das duas funções:

a) o complexo ($M_S \rightarrow P_S$) depende da resistência R_O visto que o esforço do sujeito é graduado em função de R_O (Figura 9).

b) o movimento do objeto M_O é função do complexo ($M_S \rightarrow P_S$), visto que o movimento varia conforme a ação do sujeito (Figura 9).

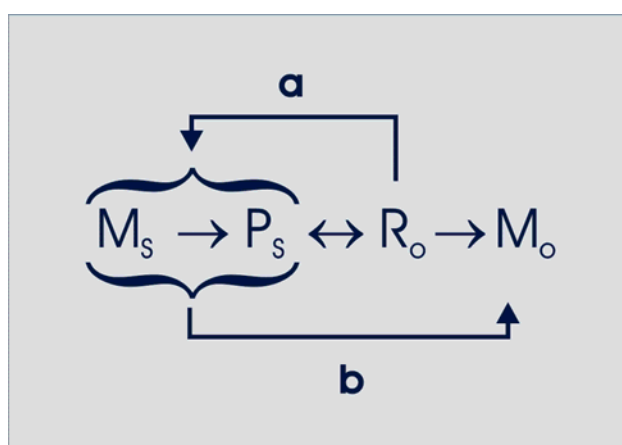


Figura 9: Interação do Tipo IA

Os observáveis do sujeito (M_S e P_S) e do objeto (R_O e M_O) se relacionam através das funções *a* e *b*, de direções cruzadas e perceptivamente controláveis, sob a forma de co-variações. Orientadas e exprimindo dependência, estas co-variações são formas elementares de categoria (classe de equivalência). Neste aspecto acentua-se o fato de trata-se de funções e não de implicações. Para atingir os observáveis *a* e *b* o sujeito precisa de seu sistema de significação (instrumentos de registro sob a forma de pré-operações ou operações tais como classes, relações, funções, identidade, etc.), mas elas só servem como intermediários lógico-matemáticos na leitura de fatos físicos e não de instrumentos inferenciais.

O sujeito deduzirá (seja por uma inferência representativa ou por uma pré-inferência fundamentada nas regulações perceptivas ou motoras) que se transmitiu alguma coisa entre a ação do sujeito e do objeto. Isso revela um mecanismo de coordenação inferencial (ou pré-inferencial), traduzindo-se sob dois aspectos: de uma “produção” (mudança de estado do objeto) e de uma conservação pelo menos parcial (M_O provém de M_S).

Designemos por:

Observáveis do Sujeito	A_S	Ação do sujeito sobre o objeto
	F_S	Forma dada pelo sujeito ao objeto
Observáveis do Objeto	M_O	Movimento do objeto
	R_O	Resistência do objeto

No caso das interações do tipo IA, M_S e P_S , correspondem ao dispêndio do sujeito (dispêndio de esforço e, portanto, de movimento e impulso) e um ganho M_O de movimento para o objeto; no caso IB, a forma F_S que o sujeito aplica aos objetos não é perdida para este sujeito e não constitui, portanto, um dispêndio para ele, mas sim a produção de um morfismo que enriquece o seu conhecimento. Quanto ao dispêndio de atividade A_S , não desempenha qualquer papel em M_O na medida em que as formas lógico-matemáticas se abstraem da dinâmica e da cinética da ação. A resistência do objeto constitui, em IA, uma força (reação) orientada em sentido contrário ao da ação, ao passo que IB há em princípio, uma aceitação (correspondência entre forma e o conteúdo) ou uma rejeição parcialmente total, relativa à operação considerada e se houver incompatibilidade, o sujeito utiliza outras operações.

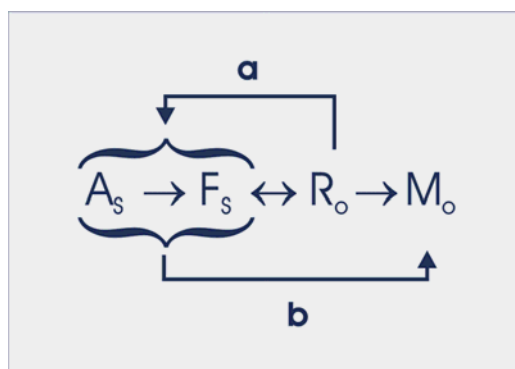


Figura 10: Interação do tipo IB

As coordenações inferenciais nascidas da interação do tipo IB são “aplicadas” aos objetos e não “atribuídas” aos objetos, como no caso IA. Os observáveis

relativos às ações e as operações, no caso IB, encontram-se de novo sobre os objetos em formas idênticas, por se efetuarem apenas por meio de ações exercidas sobre estes objetos.

Se os observáveis dependem sempre das coordenações anteriores (pré-operatória ou causal), uma diferença notável oporá a este respeito as interações IA (ou IIA) e IB(ou IIB): no primeiro caso, haverá uma mistura de abstração empírica (a partir dos objetos) e reflexionante (a partir das coordenações das ações do sujeito) ao passo que no segundo caso IB só as abstrações reflexionantes estarão em jogo, assim como abstrações pseudo-empíricas, visto que as propriedades M_O só resultam da projeção das formas F_S , por sua vez extraídas das coordenações anteriores do sujeito.

Essas interações do tipo I exprimem a forma mais simples da equilibração simbolizada pela flecha dupla $\leftrightarrow$: a que estabelece entre a assimilação por meio de um esquema ($M_S + P_S$ ou $A_S + F_S$) e a acomodação aos objetos ($R_O + M_O$). **A_S** neste caso já não trata de controle motor ou regulações sensório-motoras, mas de regulações lógico-matemáticas ou classificações (cor vermelha, este maior que aquele, este antes e o outro depois, etc.) . Desta forma, temos **conteúdo** (objeto que estamos operando) e **forma** (tipo de operação que está sendo empregada)¹¹ .

Nas interações do tipo II intervêm simultaneamente os observáveis do tipo I e as coordenações inferenciais.

Considerando ainda as interações de nível causal e lógico-matemática podemos definir os observáveis e as coordenações:

Observáveis do Sujeito	Obs. S	Observáveis relativos à ação do sujeito
Coordenação do Sujeito	Coord. S	Coordenações inferenciais das ações (operações) do sujeito
Observáveis do Objeto	Obs. O	Observáveis relativos ao objeto
Coordenação do Objeto	Coord. O	Coordenações inferenciais entre objetos

¹¹ O “conteúdo” de uma ligação operatória é constituído pelos dados, ou os termos que os podem substituir, enquanto a “forma” é o que permanece imutável no decurso de tais substituições.

Se considerarmos apenas um estágio do tipo IIA e ainda não uma sucessão de níveis com equilibração crescente teremos:

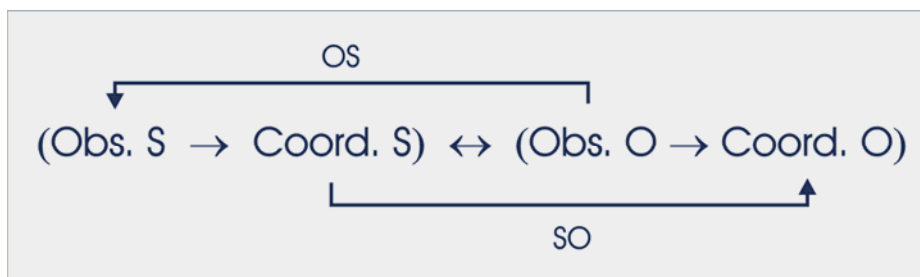


Figura 11: Interação do tipo IIA

Os dois processos OS e SO não tem a simetria relativa das funções a e b , mas traduzem a interação fundamental (em forma de ciclo) do sujeito e dos objetos; **um sujeito só atinge um conhecimento claro das suas próprias ações através dos seus resultados sobre o objeto, porém só consegue compreender estes resultados por meio de inferências ligadas às coordenações destas mesmas ações**¹². O significado do **processo OS**, portanto, é essencialmente relativo à **tomada de consciência da ação propriamente dita**. Neste caso a consciência não se reduz a uma simples clarificação que ilumina num certo momento.

A **tomada de consciência** de uma ação material consiste na sua **interiorização na forma de representações**, e esta, por sua vez, de modo nenhum se identifica com simples imagens mentais que copiam as diligências motoras, **mas compreendem uma conceituação devida a necessidade de reconstruir no nível da consciência o que até então só era atingido por via motora ou prática**.

É normal que os observáveis relativos à ação continuem a ser, além de incompletos, muitas vezes errôneos e por vezes até sistematicamente deformados, enquanto não são postos em relação precisa com os observáveis relativos ao objeto (Obs. O), pois estes indicam os resultados da ação e a **tomada de consciência parte da periferia para voltar ao mecanismo produtor** e, portanto, **não é centrífuga**. A comparação dos Obs. S e Obs. O dá origem às coordenações inferenciais Coord. S.

O processo SO exprime o fato fundamental de que **para compreender e até descobrir as relações causais entre os objetos, o sujeito é obrigado a passar por intermediários das suas próprias operações**. A razão está no fato de que as

¹² Berço da tomada de consciência e da conceituação científica.

relações causais ultrapassam as fronteiras do observável e por isso, toda coordenação dinâmica entre objetos supõe o emprego de inferências necessárias.

Dois fatos fundamentais levam a considerar as interações do tipo II como constituída de um processo seqüencial de equilibração que recai sobre um número n de estados sucessivos e que ultrapassa a consideração de um só estágio:

- a) Um observador depende de coordenações anteriores em seus sucessos ou em suas insuficiências. Isto é praticamente verdadeiro neste último caso, quando as constatações errôneas são ditadas por falsos pressupostos.
- b) As coordenações descritas neste estágio (Coord. S e Coord. O) provocarão a descoberta de novos observáveis, por causa de melhor constatação ou de um início de procura da verificação.

Até o acesso tardio a modelos suficientemente precisos, assistiremos a uma sucessão de estados verificadores de uma equilibração progressiva, não atingindo os estágios iniciais, senão formas instáveis de equilíbrio por causa das suas lacunas, perturbações e sobretudo, contradições atuais e virtuais. O modelo geral deve, pois, tomar a seguinte forma:

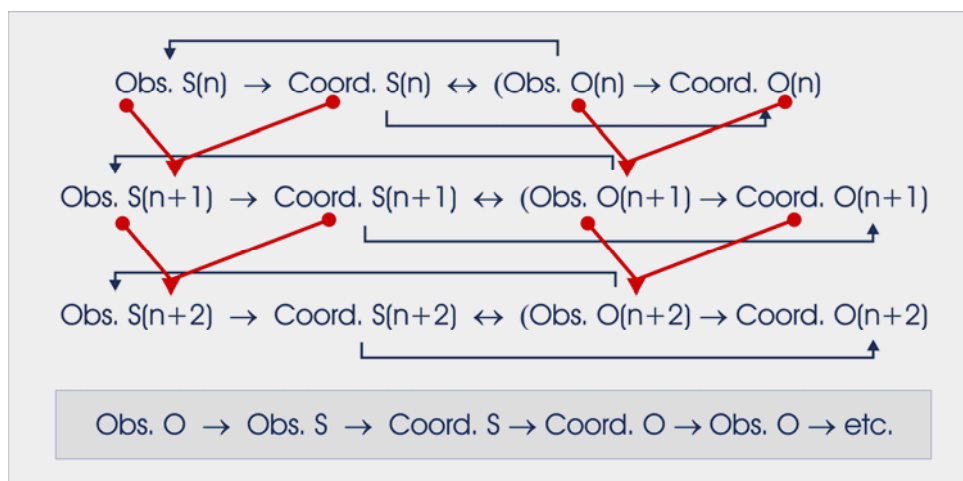


Figura 12: Modelo geral de interação.

Cada Obs. S de uma classe determinada é assim a função (traços cheios e oblíquos) das Obs. S e Coord. S de classe precedente e o mesmo ocorre com os Obs. O em relação aos Obs. O e Coord. O do nível anterior. Torna-se então possível preencher as lacunas, pois, em primeiro lugar esse novo modelo aplica-se à causalidade tanto quanto às operações do sujeito. Em segundo lugar, ele recai sobre um número qualquer de observáveis e de coordenações.

c) Em terceiro, cada estado comporta sua própria forma de equilíbrio caracterizado pelas interações entre o sujeito do nível considerado e os objetos dos quais ele atinge certas propriedades e pelas relações entre os observáveis e as coordenações. Em quarto lugar, a natureza destas relações ou interações implica conduzir à procura de um melhor equilíbrio.

Este modelo dá conta de explicar as relações entre a abstração empírica (a partir dos objetos ou dos observáveis) e a abstração reflexionante (a partir das coordenações de ações). Há desde o início do desenvolvimento cognitivo, interação entre os observáveis e as coordenações e, conseqüentemente, colaboração entre as abstrações empíricas e reflexionantes em todos os níveis. Visto que a leitura de novos observáveis precede sua coordenação podemos sugerir o seguinte ciclo para o funcionamento da equilibração:

Obs. O $\rightarrow$ Obs. S $\rightarrow$ Coord. S $\rightarrow$ Coord. O $\rightarrow$ Obs. O $\rightarrow$ etc.

Dependendo da intensidade da perturbação, há três possibilidades de equilibração a serem consideradas (Tabela 1):

a) ocorre acordo rápido entre os observáveis Obs. O e Obs. S assim como das coordenações Coord. O e Coord. S, caso em que o círculo se fecha simplesmente, isto é, a seta final não conduz a nenhuma modificação (Coord. O $\rightarrow$ Obs. O). O equilíbrio esperado é estável.

Tabela 1: Ciclo cognitivo, perturbação e equilíbrio

Perturbação	Ciclos	Equilíbrio
Não existe	Coord. O $\rightarrow$ Obs. O	Estável
Esporádica	Obs. O $\rightarrow$ Obs. S $\rightarrow$ Coord. S $\rightarrow$ Coord. O $\rightarrow$ Obs. O $\rightarrow$ etc.	Relativo
Diversos e Intermitentes		Desequilíbrios e Reequilibrações

b) Com contradição episódica e necessidade as regulações locais entre as Obs. O e Obs. S, Obs. S e Coord. S, Coord. S e Coord. O, Coord. O e Obs. O. Há ensaios de

coordenação intermitente e novo equilíbrio relativo, capaz de estabilização mais ou menos duradoura.

c) Uma ou mais contradições precedentes podem se mostrar mais resistentes que as anteriores e não poderem se resolvidas por reajustamento local: este caso é o dos conflitos, atuais ou virtuais, entre as coordenações e os observáveis, designadamente entre Coord. O e Obs. O, ou entre as próprias coordenações. A descoberta de novos observáveis, que até então tinham escapado às observações excessivamente sumárias, e novas conceituações dos observáveis precedentes, conduz a novas coordenações: daí um desequilíbrio e uma reequilibração contínua, que conduz de um estado n a um estado $n + 1$.

Trata-se agora de verificar como o mecanismo de equilibração leva o sujeito a efetuar operações com puros símbolos, o que o levará ao pensamento formal.

Os Obs. S exprimem aqui a tomada de consciência das intenções operatórias do sujeito. Os Obs. O consistem em constatações efetuadas sobre os objetos na medida em que estes foram modificados, isto é, agrupados segundo diferentes formas novas pelo Obs. S. As Coord. S representam as composições pré-operatórias ou operatórias que o sujeito projetava após comparação dos Obs. S e Obs.O. Estas coordenações ou composições variam segundo o nível de desenvolvimento cognitivo do sujeito. As Coord. O são então idênticas às Coord. S, por isomorfismo completo, e não apenas aproximado como no caso das “atribuições” de composições operatórias do sujeito, que tomam então uma significação causal. Os objetos não constituem operadores independentes do sujeito, mas são coordenados na medida em que se lhes atribuem propriedades (ordem, classes etc.) conferidas pelas próprias operações deste sujeito. Trata-se neste caso, de uma “aplicação” simples (mas exata) das composições operatórias a objetos, por outras palavras, de um “morfismo” que permite uma leitura das estruturas operatórias do sujeito sobre os objetos.

Sendo assim, a passagem de um estágio n para o estágio seguinte $n + 1$, só pode ser **devida a contradições nos níveis pré-operatórios**. Quando as composições operatórias estão adquiridas, o sistema é mais ou menos rapidamente equilibrado de maneira estável, ainda que o sujeito tenha necessidade das leituras Obs. O e das Coord O para dominar as suas próprias operações (Coord. S), como sucede no nível das “operações concretas”.

Uma vez atingido este nível, o progresso passa de um estado n para o seu sucessor devido às **necessidades novas**, que nascem da **resistência dos objetos em função de um problema não conhecido**, o que obriga à construção de **operações novas**, assim se verifica a insuficiência das composições operatórias precedentes. Mas esta construção de **operações novas não modifica as operações anteriores, apenas as enriquece**, integrando-as num sistema mais amplo. **Haverá operação nova construídas sobre as precedentes e por seu intermédio, como a multiplicação aritmética a partir da adição ou o “conjunto das partes”, por combinação n a n das associações multiplicativas de classe.**

É necessário prever a formação de “coordenações de coordenações” devido às atividades reflexivas que incidem no sistema.

Visto que os objetos não podem mudar fisicamente, é necessário distinguir as seguintes etapas: num nível n eles constituem o **conteúdo** da primeira **forma** que lhes é aplicada, mas no nível ulterior $n + 1$, **esta forma passa a ser o conteúdo para a forma de tipo superior**, ao mesmo tempo em que os **objetos já só constituem um conteúdo de conteúdo**. Na fase $n + 2$ é a **forma $n + 1$** que está contida na nova, embora já seja **uma forma de forma**, ao mesmo tempo em que os **objetos ainda diminuem mais o seu papel significativo**, etc..

Vê-se então, por que motivo torna-se fácil ao sujeito mais cedo ou mais tarde, **substituir o objeto concreto por objeto simbólico e entrar no caminho que acabará por levá-lo a formalização**.

Nessas situações as flechas oblíquas da Figura 12: Modelo geral de interação, correspondem a **abstração reflexionante puras**, ao passo que no modelo geral da Figura 11: Interação do tipo IIA, trata-se de uma mistura de **abstração empírica** (a partir de observáveis) e **reflexionantes** (a partir das coordenações operatórias) . Mais precisamente, só subsistem as setas da direita dos dois pares de traços inclinados e não as da esquerda (Figura 13).

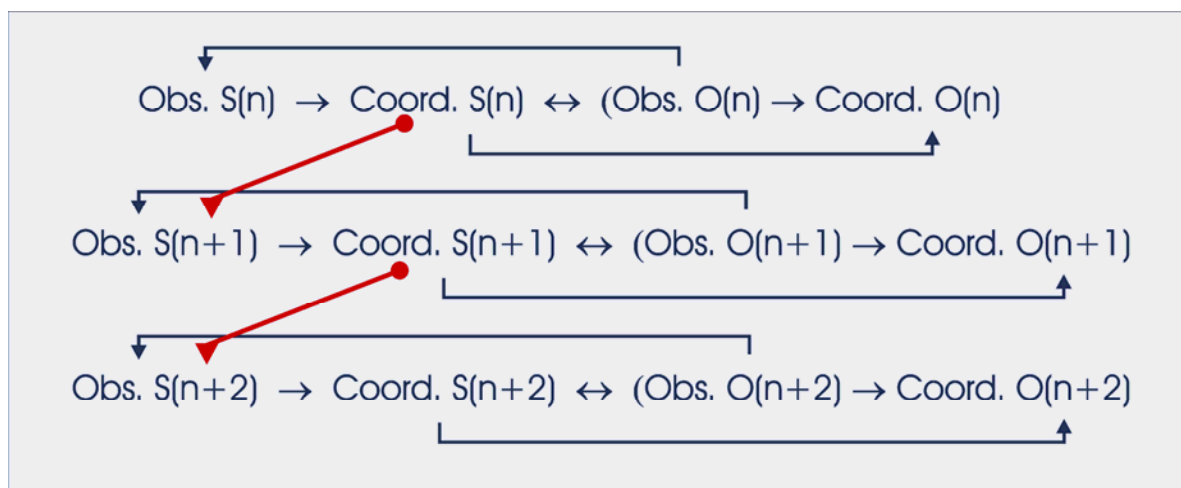


Figura 13: Abstração reflexionante no esquema geral de equilibração

Além disso, e, sobretudo, como as atividades do sujeito (Obs. S) se confundem cada vez mais com a própria construção das novas coordenações, o modelo final reduz-se a uma passagem das coordenações de classe n à de classe $n + 1$, com identidade das coordenações de objetos e de ações ou operações: é o nível que atingem os processos do pensamento em matemática pura.

Em suma, o modelo geral da Figura 12, representa a equilibração dos conhecimentos nos quais intervêm uma mistura de observáveis experimentais e de estruturas lógico-matemáticas aplicadas e atribuídas aos objetos. O modelo da Figura 13, ao contrário, é o da equilibração exclusivamente dos conhecimentos lógico-matemáticos: ora, se estes também comportam, em suas fases iniciais, uma parte de experimentação (mas com abstração a partir de coordenações de ação e não de objetos, salvo quando as propriedades momentâneas que adquirem estes sob o efeito destas coordenações), eles se liberam mais ou menos rapidamente das referidas partes experimentais.

No entanto, continua certo que as mais simples destas estruturas lógico-matemática (classes e relações) tem conteúdo não determinado pelas formas (Ex: classes de objetos segundo qualidades dadas previamente), ao passo que a evolução descrita de 3 a 6 leva à construção de formas que determinam inteiramente os seus conteúdos (o que é já o caso do número): daí a depuração que acompanha esta equilibração progressiva.

Vamos estudar o caso de objetos atuam uns sobre os outros. O sujeito só intervém matematicamente por meio de experiências cujo fim é dissociar os fatores ou fazê-los variar, da maneira como a própria natureza poderia fazer, sem

manipulação do observador, como os astrônomos fazem relativamente aos movimentos celestes.

Os Obs.O serão substituídos pelos observáveis que recaem sobre a variação dos fatores presumidos, Obs.X, e os Obs.O serão substituídos pelos observáveis relativos aos resultados constatados sobre as variáveis dependentes, Obs. Y, na hipótese de $Y = f(X)$, e onde esta expressão global poderá recobrir várias leis distintas, de forma $b = f(a)$, etc.

A síntese destas dependências funcionais ou leis resultará num modelo estrutural de natureza lógico-matemática e necessariamente construídos por meio das operações do sujeito: Coord. S. Em contrapartida é evidente que este modelo, na medida em que possa ser atribuído aos objetos, deve traduzir-se na forma de uma explicação causal que designaremos por Coord. O.

A integração poderá ser da forma:

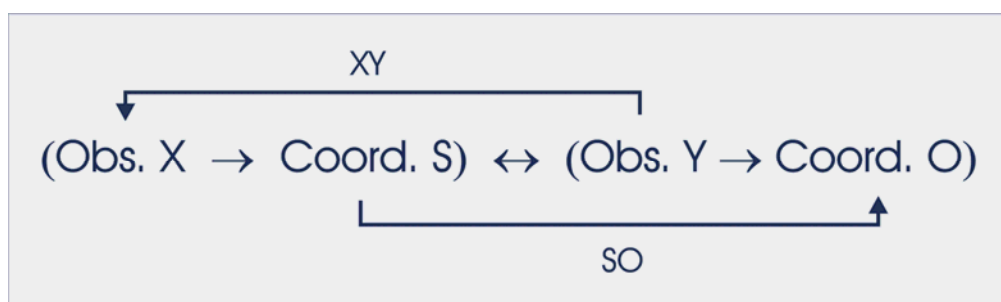


Figura 14: Interação entre objetos

O relacionamento XY dos resultados observados Obs.Y com as variações de fatores Obs.X, conduz às funções $Y = f(X)$, enquanto a atribuição do modelo Coord. S à coordenações dos objetos Coord. O exprime a sua causalidade. Se esta explicação causal ainda se mantém de acordo com os observáveis Y (e X), o sistema está em equilíbrio. Se assim não for, as contradições devidas aos fatores ou a sua conceituação provocam revisões no sentido de sistemas melhor equilibrados $n + 1$, $n + 2$, etc.

Retornando ao problema das compensações, procuramos verificar qual a repercussão das modificações, decorrentes de equilibrações majorantes, **na interiorização das negações** e sua construção pelo sujeito.

E necessário distinguir três comportamentos principais quanto às relações entre as modificações e as compensações:

α) Um fato novo pode não produzir qualquer modificação no sistema (por exemplo, quando um objeto é um a mais numa classificação preparada para recebê-lo), ou,

pelo contrário, constituir uma perturbação (por exemplo, quando um carácter que a experiência põe em evidência contradiz a descrição anterior do sujeito; um objeto inclassificável numa classificação adotada anteriormente; a uma relação não integrável num esboço de seriação até então suficiente, etc.). Nestas situações a reequilibração seguida ao desequilíbrio assim provocado será denominada por **tipo α** . Trata-se de uma pequena perturbação, próxima do ponto de equilíbrio, a compensar por uma simples modificação introduzida pelo sujeito em sentido inverso da perturbação. Por exemplo, uma criança habituada a só atirar uma bola contra outra de frente, sentir-se-á perturbada se a deslocarmos um pouco para o lado do ponto de choque, o que será para ela uma perturbação: se esta lhe parecer pequena, compensá-la-á deslocando-se ela própria de lado, de maneira a voltar a estar de frente para o ponto de choque e continuar a lançar a bola de frente. Em contrapartida, haverá a segunda reação de **tipo α** se a perturbação é mais forte ou é implicitamente considerada mais forte pelo sujeito: neste caso, este anulará a perturbação, pondo-a de parte ou afastando-a simplesmente (por exemplo, deslocando o objeto perturbador para colocá-lo num segundo sistema). É evidente que estas reações de **tipo α** só parcialmente são compensadoras e que, por conseguinte, o equilíbrio que daí resulta se mantém muito instável.

β) O segundo comportamento consistirá, pelo contrário, em integrar no sistema o elemento perturbador surgido do exterior, considerando então a compensação, não em anular a perturbação ou rejeitar o elemento novo, para que este não intervenha no interior do conjunto já estruturado, mas sim em modificar o sistema por “deslocamento do equilíbrio”, até tornar assimilável o fato inesperado. Serão as reações do **tipo β** . O que era perturbador passa a ser variação no interior de uma estrutura reorganizada, em virtude de relações novas que unem o elemento incorporado aos que já estavam organizados, e estas novidades da estrutura assegurarão a compensação. Integrando ou interiorizando as perturbações no sistema cognitivo em jogo, estes comportamentos **β** transformam-se em variações internas, que podem sofrer compensações ainda parciais, mas efetivamente superiores às do **tipo α** .

As compensações do **tipo β** prolongam em sentido oposto as anulações de tipo **α** . A modificação não pretende anular a que introduz o objeto perturbador: ao contrário, modifica o próprio esquema de assimilação para acomodá-lo ao objeto e

seguir a sua orientação. Neste caso, há deslocamento do equilíbrio, mas com minimização de custo (conservar o que é possível do esquema de assimilação) e máximo de ganho (integrar a perturbação como variação nova interiorizada no esquema). Além disso, como esta integração por acomodação do esquema conserva uma assimilação máxima compatível com a variação nova, a perturbação é assim eliminada como perturbação.

γ) O comportamento de **tipo γ** consistirá em antecipar as variações possíveis, as quais perdem, na medida em que são previstas e dedutíveis, o seu caráter de perturbação e inserem-se nas transformações virtuais do sistema. É assim que, para sujeitos na posse de estruturas de perspectiva, a projeção duma sombra ou dum cone luminoso, etc., já não constitui uma perturbação, pois que entra na categoria das transformações que podem ser inferidas. Estas transformações compreendem um jogo de compensações com significado novo. Como cada transformação pode **ser anulada por sua inversa ou mudada pela sua recíproca**, encontramos nisto uma situação comparável às de uma modificação perturbadora e sua compensação.

Em todos os níveis, a equilíbrio baseia-se em compensações. É próprio da equilíbrio dos sistemas cognitivos serem formados por esquemas cujas extensões e compreensões podem ter enriquecimento pelo processo de assimilação e acomodação, o que torna as noções de perturbação e reação compensadora completamente relativas aos níveis dos sistemas de significação do sujeito. O mecanismo psicológico destas interações e neutralizações das perturbações consiste em regulações retroativas e antecipadoras, fontes das operações reversíveis finais.

A evolução de comportamento de α para γ desempenha o papel de diferenciação (por acomodação progressiva com perturbações) e de integração interior dos sistemas (por assimilações que enriquecem o ciclo que as constitui), essencial as multiplicação crescente dos observáveis e das coordenações, passando de n para $n + 1$, etc. o que **contribuirá à construção das negações**, em correspondência com as afirmações, ou seja, a reversibilidade das operações. É com as compensações do tipo γ que as afirmações e negações se tornam finalmente sistemática.

Fato Novo			
Perturbação			
Próximo ao Equilíbrio		Afastado do Equilíbrio	
Sentido Inverso da Perturbação	Anular a Perturbação	Alteração de Sistemas de Assimilação	Antecipações Possíveis
Pseudo Compensação	Pseudo Compensação	Ocorre Compensação	Ocorre Compensação
Tipo α		Tipo β	Tipo γ

Figura 15: Fases da compensação e seus tipos

O fato de existir uma equilibração perceptiva e um jogo de regulações próprias deste domínio é determinado pela existência de certas aprendizagens que melhoram a percepção sem recurso a reforços externos.

Quando apresentamos a dois sujeitos de idades diferentes uma mesma configuração (um grande número de vezes em sucessão imediata), esta se torna fonte de ilusão sistemática. Observam-se reações bastante diferentes nesses sujeitos, segundo o nível de desenvolvimento¹³. Estes resultados são instrutivos sob dois pontos de vista. Em primeiro, mostram que, a partir de certo nível (7 anos) a exploração durável de uma mesma configuração perceptiva atenua as deformações por espécies de compensações espontâneas (pois não há esforço externo por informações dos resultados obtidos). Se estas deformações são devidas a efeitos deformantes da contração do olhar, a redução das deformações inerentes à interação imediata dos elementos em cada campo de contração seria devida à atividade propriamente dita (aqui de exploração) comportando, pois, um mecanismo regulador. Estas regulações se desenvolvem com a idade. A atividade exploratória melhora com a idade e, se procuramos as raízes, veremos, além da percepção visual que registra mais ou menos bem o olhado, intervém uma instância superior, que decide o que deve ser centrado pelo olhar para abarcar o maior número

¹³ Isto facilita entender a necessidade de utilizarmos objetos digitais na aprendizagem.

possível de informações. É preciso “saber olhar” no sentido de selecionar o que deve ser visto.

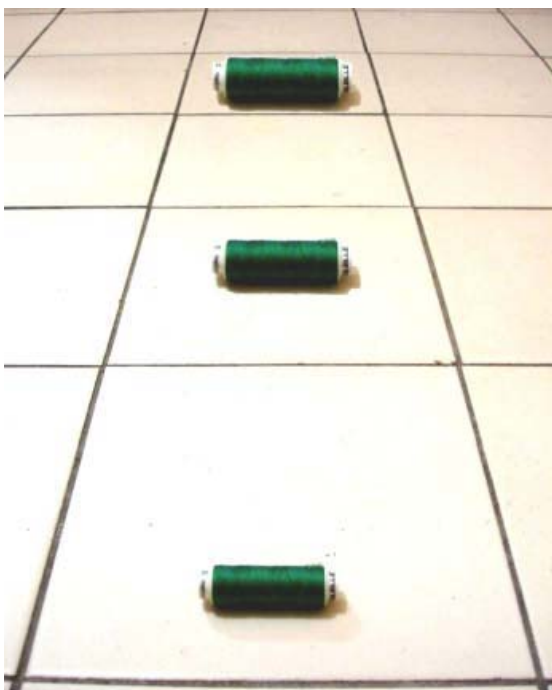


Figura 16: Tamanho relativo e perspectiva

As constâncias perceptivas do tamanho testemunham um jogo notável de compensações. Apesar do encurtamento da imagem na retina, do tamanho aparente ou projetivo, esta diminuição é compensada pelo aumento da distância, como se a percepção corrigisse o tamanho aparente e o aumentasse em função da distância.

Na Figura 16, os carretéis de linha são do mesmo tamanho, mas pela noção de perspectiva dada pelas linhas concorrentes, atribuímos-lhes um tamanho relativo à posição que ocupa no espaço.

No caso da constância das formas, a deformação perceptiva que intervém quando se modifica a posição do objeto é igualmente compensada por uma correção efetuada na direção de um restabelecimento da posição normal (de frente), etc.

Estas constâncias, com as regulações compensadoras que o comportam, constituem-se desde o período sensório-motor, importando também dois fatores: o primeiro é que há melhora das constâncias com o desenvolvimento das funções cognitivas; o segundo é que, desde o nível sensório-motor, há interação entre estas constâncias perceptivas e a inteligência, como por exemplo, entre a constância da forma e a permanência do objeto. Deve-se aceitar certa convergência entre os mecanismos compensadores que intervêm na formação das constâncias perceptivas e aqueles que haveremos de assinalar na constituição das conservações

operatórias. Esta homologia é preciosa quanto a generalidade dos processos de equilíbrio próprios das funções cognitivas. Mas é evidente que as conservações não derivam das constâncias, porque há sete anos bem contados entre estas duas construções. A razão disto é que as conservações são inerentes às transformações do próximo objeto, ao passo que as constâncias apenas incidem nas modificações de posição ou distâncias entre o sujeito e o objeto, podendo as correções compensadoras, portanto, ser efetuadas por via de regulações perceptivas, ao passo que esta não poderia bastar para compensar uma modificação real dos objetos. Mesmo no caso da constância das cores, em que o objeto parece modificado pela iluminação, o jogo das compensações só incide nas relações entre percepção do poder refletor do objeto iluminado¹⁴ e a percepção da própria luz refletida.

Na Figura 17 os quadrados A e B têm a mesma cor, mas devido à posição “de sombra”, realizamos uma compensamos, criando a ilusão de tonalidades, onde o quadrado A é muito mais escuro que o quadrado B.

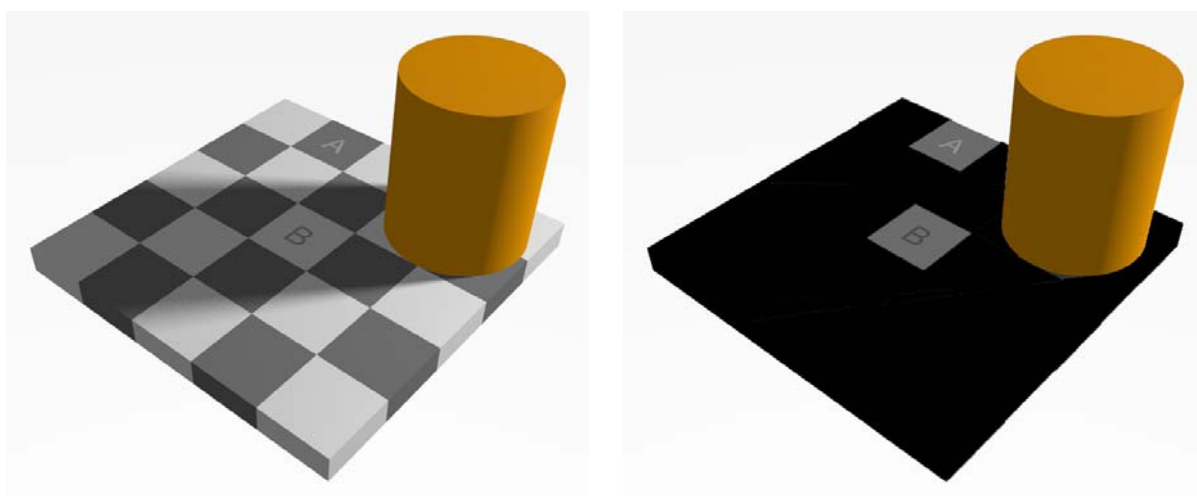


Figura 17: Os quadros A e B têm a mesma tonalidade

Apesar da generalidade notável e das analogias de formas dos mecanismos compensadores nos dois planos da percepção e da inteligência, esta tem de

¹⁴ Albedo: Poder difusor de uma superfície; fração da luz incidente que é difundida pela superfície. Relação entre a luz refletida pela superfície de um planeta ou um satélite e a luz que aquele ou este recebe do Sol.

completar aquela mais cedo ou mais tarde, visto que tem de ver (ou tocar, ou ouvir, etc.) para atingir certa objetividade e diminuir as deformações perceptivas, já que uma percepção não orientada continua a ser insuficiente para desempenhar de maneira completa a sua função de registro.

Há três exemplos:

a) horizontalidade e verticalidade de uma linha reta: é constituída por volta dos 9-10 anos. Sendo esta noção conceitual e operatória, sua percepção consegue neste domínio êxitos aproximados, tomando como referência a linha do olhar e a posição do corpo.

Por exemplo, supor um triângulo cuja base é inclinada e próxima da qual se desenhou, no interior da figura, e uma reta que o sujeito tem de apurar se é horizontal (Figura 18). As crianças novas dão respostas boas, não dando importância ao triângulo (compensação por anulação). Entre os 5-7 anos são progressivamente perturbados pelo triângulo, e os erros aumentam por falta de compensação. Aos 9-10 anos começam a procurar referências extras ou interfigurais e olham para as bordas da folha de base, às quais se aplicou uma grande moldura bem visível.

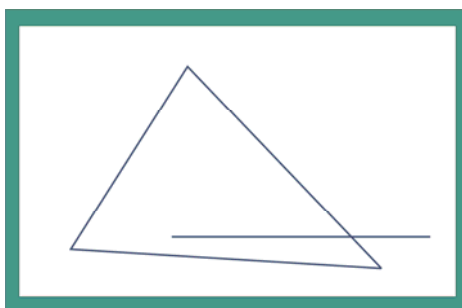


Figura 18: Triângulo com base inclinada

O exame dos mesmos sujeitos (9-10 anos) em provas operatórias habituais (previsão da horizontalidade do nível da água de um frasco de boca larga que se diz que vai inclinar) mostra uma correlação estrita, mas com um pequeno avanço da inteligência. Em outras palavras, foi necessário a orientação que esta proporcionou para que a percepção começasse a recorrer aos indícios exteriores ao triângulo, de maneira a compensar as ações deformantes devidas a este.

b) A avaliação de comprimento em perspectiva: apresenta-se uma vara vertical afastada C (10 cm) e outra próxima A (10 cm); em seguida mede-se o erro em profundidade (constância de grandeza), onde ocorre uma subavaliação até os 7-8 anos e uma sobreavaliação para além desta idade (Figura 19). Depois disso,

coloca-se uma vara B (com 10 cm) próxima de A e em seguida próxima de C, e volta-se a medir C em comparação com A. Interroga-se o sujeito sobre a transitividade

$A = C$ se $A = B$ e $B = C$. Os sujeitos com menos de 7 anos cometem o mesmo erro nas duas situações. Os sujeitos com mais idade, 7 a 9 anos, que já têm a transitividade, cometem ainda erro perceptivo, mas enfraquecido: “Eu sei que $A = C$, mas vejo-a um pouco menor”. Vê-se um avanço e uma ação de orientação da inferência inteligente sobre a regulação perceptiva.

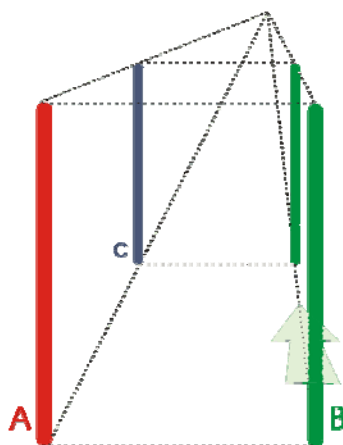


Figura 19: Perspectiva com varas iguais

c) Configurações seriais: apresenta-se ao sujeito trinta pedaços de madeira verticais e paralelos, ordenados segundo as suas grandezas crescentes, com diferenças iguais (seriação simples) ou decrescente (parábola), e pede-se ao sujeito que compare as diferenças entre dois elementos próximos do fim (25-26), ou entre posições variáveis dos pares (Figura 20). Ora, os sujeitos novos limitam-se a fazer comparações diretas e cometem erros diversos, ao passo que em níveis superiores percorrem a linha virtual das extremidades superiores e corrigem as suas avaliações.

Ao todo, observa-se que as regulações e compensações perceptivas são insuficientes para atingir um registro completo dos observáveis: a conceituação não pode ser extraída apenas da percepção, mas é ela que orienta as atividades perceptivas, levando o sujeito a perceber o que não teria visto sem ela e compensa as deformações inerentes à percepção não guiada.

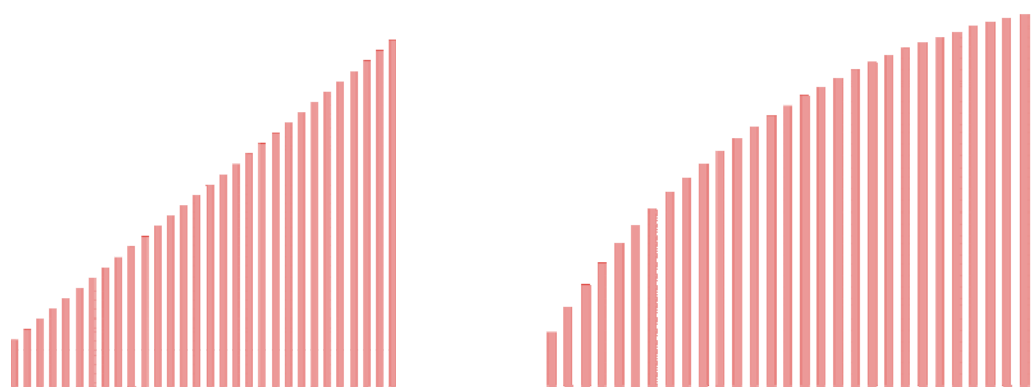


Figura 20: Configuração serial linear e parabólica

O primeiro problema de equilibração e de regulação que levanta a construção do espaço representativo é o de compreender por que existe primado de fatores topológicos, em termos de perturbações e compensações.

A assimilação representativa nascente consiste essencialmente em utilizar os esquemas conceituais em “compreensão” e não em “extensão”. Ou em outras palavras, em presença de um objeto, a qualificá-lo reconhecendo-lhe as diversas características de utilização ou de consistência, cores, formas, etc. que permitem aplicar-lhe o esquema. De modo geral, as perturbações são constituídas pelas qualidades imprevistas, as diferenças, etc., que necessitam uma acomodação muito grande e a compensação volta a afastar os obstáculos ou a integrá-los na medida do possível.

As primeiras condições para que um objeto se mostre assimilável são: a) que seja consistente; b) contínuo no tempo e no espaço; c) que suas partes se conservem; d) que seja isolável e acessível à manipulação, etc. Há outras propriedades de natureza muito geral e que intervêm antes que o sujeito se interesse pela forma como tal e considere assim seus atributos espaciais independentemente de outros. As primeiras formas retidas serão aquelas que qualificam o objeto em si mesmo, e aquelas que formarão as melhores compensações às alterações perturbadoras de todo gênero. É essencial que o objeto forme um todo, envolvido sobre si mesmo e separado, ou separado dos outros, mas não deslocado enquanto parte de uma totalidade. Que suas partes sejam vizinhas e, sobretudo, possua fronteiras que lhe assegurem o fechamento e lhe protejam o interior.

As regulações que conduzem estes esquemas topológicos ao espaço euclidiano são então muito progressivas. A primeira que ainda é de natureza

topológica leva a formação do esquema fundamental de ordem de proximidade: numa ordem A, B, C, D, ..., o termo B é simultaneamente próximo de A e de C, mas C já não é próximo de A, etc..., ora, quando o sujeito novo procura reproduzir uma seqüência ordenada de objetos, começa por cometer erros devido à primazia das vizinhanças positivas, por exemplo DCB, por que C é próximo de D e B, e prossegue corrigindo os erros porque então B já não seria próximo de A; depois disto, após numerosas correções (regulações compensadoras), saberá conservar a mesma ordem, ou sentido de orientação, desde o início até o fim da série, em vez de ser vítima de inversões devidas à ausência de composição das vizinhanças mútuas.

Estas regulações de ordem completam-se com partições que resultam da síntese das vizinhanças e das separações, consistindo em introduzir separações no interior de um contínuo para distinguir e ordenar os seus setores. Mas estas participações ainda não são acompanhadas por uma conservação quantitativa do todo.

A conquista essencial do espaço euclidiano é a construção da reta como conservação da direção. A noção de direção deriva da de ordem, porque esta é sempre orientada numa direção ou na oposta; e a regulação que transforma as vizinhanças em ordem consiste em manter uma destas direções opondo-a à outra. Sendo assim, a direção aplicada aos seguimentos de um contínuo unidimensional começa por gerar apenas uma linha qualquer e quando os sujeitos novos têm de ligar dois pontos com um traço, começam por se contentar com uma linha topológica com ondulações irregulares e ainda não-retas. A regulação que conduz à reta manifesta-se quando o sujeito utiliza ambas as mãos, colocando-as de ambos os lados da linha e verificando passo a passo seu caráter de reta. Neste caso, as correções reguladoras consistem em compensar com uma modificação inversa qualquer desvio ou perturbação relativa à direção final, a fim de manter a mesma direção de um extremo ao outro.

Como a reta se apóia inicialmente apenas na ordem e direção, o comprimento da reta é avaliado apenas em função do ponto de chegada, segundo um critério de fronteira em parte topológico. Os sujeitos novos quando comparam uma corda com o arco correspondente, pensam que uma e outra têm o mesmo comprimento porque têm a mesma fronteira (mesmos pontos de início e fim).

Quanto há duas retas paralelas, a mais comprida é a que ultrapassa a outra, sem ter em conta os pontos de partida, porque, se o sujeito se coloca no ponto de

vista de uma das direções, o que importa é o ponto de chegada e nada, inicialmente, obriga a considerar a direção contrária (as regulações que a isto conduzem só começarão nos níveis dos sistemas de referência).

As deslocações procedem de uma construção ordinal, porque são mudança de ordem em relação às “colocações” de partida. Estas deslocações compreendem compensações que irão desempenhar ulteriormente certo papel na construção da conservação dos comprimentos e superfícies: o lugar que ficou livre é compensado pela nova localização da figura que se deslocou. Em outras palavras, a adição do espaço ocupado no final, em qualquer deslocação, compensa a subtração deste espaço à partida.

O espaço vazio, perceptivamente, não é homogêneo ao espaço cheio, circunstância que ainda aparece sistematicamente nas representações pré-operatórias dos sujeitos. É por regulações, quando há deslocamento duma figura contra o fundo em que se projeta ou dum sólido no espaço que ocupa, que o sujeito consegue compensar os lugares vazios, e os que acabam de ser ocupados conseguem homogeneizar os espaços vazios e cheios (o que é fundamental para as conservações).

Utilizam-se dois cartões verdes iguais representando prados cuja erva é comida por vacas. Num destes prados, coloca-se uma casa no canto, e no outro, uma casa no centro: fica então livre a mesma superfície verde? Coloca-se uma segunda casa encostada à primeira, no primeiro prado, e uma segunda casa em qualquer ponto do segundo prado: as superfícies verdes continuam a ser iguais?

Este problema em média, não é resolvido antes dos 7 anos, e as regulações que conduzem à solução assemelham-se a compensações utilizadas a pouco.

As medições baseiam-se numa síntese da partição e da ordem das deslocações de uma parte escolhida como unidade, e pressupõe a transitividade das congruências obtidas por estas deslocações.

Espaço projetivo é uma conceituação baseada na constância da forma: um objeto que é visto na perspectiva A, mantém a mesma forma se visto da perspectiva B, porque em B é percebido como se estivesse em A (por meio de uma compensação perceptiva imediata). Do ponto de vista da compensação conceitual, o problema consiste em determinar por meio de que transformações intermédias que o objeto passou dos estados A para B e com que forma se apresentará, com base

nestas transformações, se for deslocado de B para a nova perspectiva C (Figura 16). A representação do espaço, aos 9-10 anos atinge duas espécies de realizações:

a) Do ponto de vista euclidiano, a generalização da medida a três dimensões leva à constituição de um sistema geral de referência ou coordenadas ortogonais naturais;

b) Do ponto de vista projetivo, o sujeito consegue prever as modificações devidas à perspectiva para diversos objetos ao mesmo tempo.

No exemplo das duas varas que mudam de comprimento pela ultrapassagem de uma em relação à outra, é o recurso à referências externas que permite provar esta igualdade dos segmentos de varas que se ultrapassam por ambos os lados (espaços cheios) ou dos espaços vazios que ficaram vazios em virtude destas ultrapassagens. Essa dificuldade está relacionada ao sistema de coordenadas, criado pela generalização das medidas, considerando referenciais imóveis. Sejam duas referências imóveis A e B, e, entre elas, um móvel que passa de A para B, sendo a a distância entre A e o móvel e a' a distância entre B e o móvel. Se considerarmos $a + a'$ constante, qualquer diminuição de a será compensada pelo aumento de a' . A diferenciação bastante resistente entre a translação duma vara e o seu alongamento mostra que a evidência desta compensação entre $-a$ e $+a$ não é imediata e exige um jogo de regulações que intervenha na construção dos sistemas de referência.

Temos duas situações a observar na formação do sistema de coordenadas:

a) coordenar os efeitos das mudanças de perspectiva sobre um conjunto de objetos (4-5 anos a 9-10 anos);

b) coordenar dois sistemas de referência ao mesmo tempo, um móvel e outro imóvel, devendo os deslocamentos de um objeto sobre o sistema móvel ser compensados pelos movimentos em sentidos contrários ao sistema móvel, permanecendo imutável a posição em relação ao sistema imóvel. Neste caso, intervêm duas espécies de compensações: uma por inversão (quando é o mesmo objeto ou sistema que se desloca num ou outro sentido), outras por reciprocidade (entre dois termos distintos), donde a necessidade de um grupo de quaternidade que coordena estas duas operações.

Em resumo, desde as estruturas topológicas iniciais até as condutas superiores, toda construção espacial orienta-se no sentido de uma compensação, porque cada novo problema surge por ocasião de uma perturbação relativa aos

esquemas do nível precedente. Estas perturbações sugerem a ordem: compensações por modificação inversa ou anulação, aos níveis inferiores. Depois por integração progressiva da perturbação, tornando-se esta uma das variações do sistema, e enfim por simetria, sendo estas variações e seu inverso promovia à classe de operações propriamente ditas. Os aspectos fundamentais das passagens de condutas **tipo α** e **tipo β** são a interiorização das negações, de início impostas do exterior e depois integradas sob a forma de variações para mais e para menos; e finalmente sob a forma das operações inversas, próprias às estruturas operatórias. Mas este papel das negações e das afirmações é ainda bem mais claro nas compensações em jogo quando da construção das estruturas exclusivamente lógico-matemáticas.

2.4. Tomada de Consciência

Tomada de consciência é o processo pelo qual o sujeito passa a compreender suas ações, ou ainda as causas e os efeitos de tais ações. Ocorre pela apropriação dos mecanismos da própria ação, em sucessivas e progressivas coordenações de ações do sujeito.

“O que desencadeia a tomada de consciência é o fato das regulações automáticas (por correções parciais, negativas ou positivas, de meios já em atuação) não serem mais suficientes e ser preciso, então, procurar novos meios mediante uma regulação mais ativa e, em conseqüência, fonte de escolhas deliberadas, o que supõe a consciência. A tomada de consciência não ocorre apenas por ocasião das inaptações. Ela procede da periferia para o centro. Definimos a periferia pela reação mais imediata e exterior do sujeito em face do objeto: utilizá-lo em conformidade com um objetivo (o que, para o observador, equivale a assimilar esse objeto a um esquema anterior) e anotar o resultado obtido”. (Piaget, p.198, 1977).

Por ser um processo, a tomada de consciência evolui de forma gradativa. Semelhante a estrutura cognitiva, evolui buscando esquemas (tomando-os como conteúdo) e aplicando-os em novas situações (utilizando novas formas). Partindo da periferia (objetivos e resultados) e orienta-se para as regiões mais centrais da ação (mecanismos centrais da ação: reconhecimento dos meios empregados, motivos da

escolha, etc.). Desta forma, o conhecimento procede da periferia, ou seja, não do sujeito, nem do objeto, mas da interação entre os dois (Figura 21).

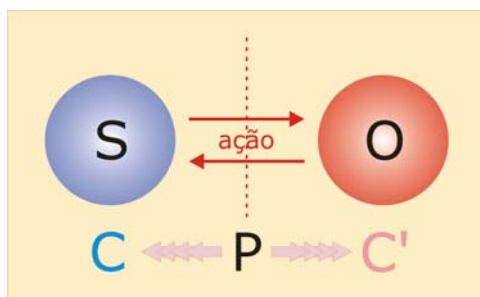


Figura 21: Interação sujeito-objeto

Enquanto a tomada de consciência orienta-se para os mecanismos centrais da ação do sujeito, o conhecimento do objeto orienta-se para suas propriedades intrínsecas. As iniciativas cognitivas orientadas para **C'** e para **C** da Figura 21, são sempre correlativas, constituindo essa solidariedade a lei essencial da compreensão dos objetos como da conceituação das ações.

Mesmo em caso de fracasso, o indivíduo busca as causas de seus erros e por isso, é levado a tomar consciência de seus atos, orientando-se às regiões mais centrais da ação. Significa que o sujeito busca, nesse momento, onde ocorreram as falhas na adaptação do esquema ao objeto.

É importante salientar que esse processo não se reduz a uma iluminação, tornando o indivíduo, de uma hora para outra, permeável a um dado conceito. Trata-se desde o início de uma conceituação propriamente dita, de numa passagem da assimilação do objeto a um sistema sensório-motor para uma assimilação por meio de conceitos. Isso equivale a dizer que, se o sujeito limitar-se às reações elementares, cada vez mais deformará conceitualmente os dados da realidade ao invés de registrá-los sem modificações.

A tomada de consciência faz a abstração reflexionante evoluir para abstração refletida, ou seja, o mais alto grau de abstração reflexionante.

2.5. O Conceito de conceito – A Conceituação.

Conceito (gr. λογος. lat. Conceptus) *é todo processo que torne possível a descrição, a classificação e a previsão dos objetos cognoscíveis. Assim entendido, o termo tem significado generalíssimo e pode incluir toda espécie de sinal ou procedimento semântico; seja o objeto abstrato ou concreto, próximo ou longínquo, universal ou individual etc. Pode-se ter um conceito de mesa assim como de número*

3, de homem como de Deus, de gênero ou espécie (os chamados universais) como de uma realidade individual. Por exemplo, pode-se ter um período histórico ou de uma instituição histórica (o Renascimento ou o Feudalismo). Embora o conceito seja normalmente indicado por um nome, ele não é o nome, já que diferentes nomes podem exprimir o mesmo conceito ou diferentes conceitos podem ser indicados, por equívoco, pelo mesmo nome. O conceito, além disso, não é um elemento simples ou indivisível, mas pode ser constituído de um conjunto de técnicas simbólicas extremamente complexas: como é o caso das teorias científicas que também podem ser chamadas conceito (o conceito de relatividade, de evolução etc.). O conceito não se refere necessariamente a coisas ou fatos reais, já que pode haver conceito de coisas inexistentes ou passadas cuja existência não é verificável nem tem um sentido específico. Enfim, o alegado caráter de universalidade subjetiva ou validade intersubjetiva do conceito, é, na realidade, simplesmente a sua comunicabilidade de signo lingüístico: a função primeira e fundamental do conceito é a mesma da linguagem, isto é, a comunicação. (Abbagnano, p. 151)

Para a elaboração deste trabalho de pesquisa, verifica-se a necessidade de uma precisão maior neste termo. Define-se como **conceito**, baseando-se na epistemologia genética de Piaget, a tomada de consciência de um esquema de ação (ou esquema conceitual) que resiste às transformações sofridas na estrutura cognitiva.

“[...] a tomada de consciência de um esquema de ação o transforma num conceito, essa tomada de consciência consistindo, portanto, essencialmente, numa conceituação (Piaget, p. 197, 1978).

Tal definição encara o termo “**conceito**” (ou a própria **conceituação**), como um sistema, necessitando o sujeito de operações lógicas de classificações, representação simbólica e significação etc., fruto de um processo desenvolvido na atuação sobre os objetos (ação). A conceituação pode ser vista como extensão cognitiva de um processo de interiorização da ação.

A ação consiste num “saber fazer”, fonte do conhecimento consciente e de compreensão conceituada (Piaget, p. 207, 1978). A tomada de consciência surge depois deste conhecimento pela ação.

“O próprio atraso da conceituação em relação à ação manifesta a autonomia desta; a ação pode ter êxito antes de qualquer conceituação. (...) No início, a ação se concretiza pelo funcionamento de esquemas de assimilação,

momentaneamente acomodados, mas não unidos entre si. Trata-se de uma “ação material sem conceituação” (Piaget, p 208, 1978).

A coordenação das ações supera esta ação inicial por assimilação recíproca dos esquemas. Através de progressivas tomadas de consciência, **a ação é transformada em conceituação**, o que significa, para além da união das ações inicialmente isoladas (coordenação das ações ainda inconscientes), transportar estas ações para outro nível: **a ação é enriquecida com tudo o que o conceito tem de novo em relação a ela.**

Em seguida, **a conceituação, como uma ação interiorizada**, caminha “na direção de formas cada vez mais gerais e **independentes de seu conteúdo**, o que caracteriza as estruturas de conjunto com suas leis de composição (transitividade, etc.)” (Piaget, p. 207 1978). São as operações formais – **ações não mais causais, mas implicativas** – obtidas mediante “abstrações refletidas”, constituídas, segundo as observações de Piaget, a partir dos 11-12 anos. São operações já existentes sobre as quais se realizam novas operações abstraídas a partir daquelas; trata-se de operações sobre operações ou “operações de segunda potência”. Assim como a conceituação agiu retroativamente sobre o nível anterior, a operação formal age retroativamente, e com mais razão, sobre as construções dos níveis anteriores¹⁵.

As coordenações construídas “são extraídas por abstração refletidas de mecanismos anteriores” (Piaget, p.208, 1978), como ocorre em todo processo auto-regulado. É claro que a ação primeira não é consciente, por isso não se pode dizer que ela provém por tomada de consciência de seu “substrato neurológico”; pode-se afirmar que ela é “uma espécie de tomada de posse progressiva, com reconstrução e enriquecimento, análogo ao que é a conceituação em relação à ação” (Piaget, p. 208, 1978).

Mais do que simples leitura, a conceituação reconstrói a ação, isto é, o mecanismo formador da ação age *retrospectivamente* buscando a matéria prima na ação já existente¹⁶, para reconstruí-la; esta reconstrução origina um novo plano

¹⁵ Isto é o que caracteriza uma estrutura cognitiva – Vide **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

¹⁶ Veja a Figura 7: Perturbação e equilíbrio do sistema cognitivo.

caracterizado por ligações lógicas, por conexões, até então não conscientes, entre a compreensão e a extensão, etc. Portanto, além de se constituírem progressivas coordenações recíprocas de esquemas conceituais, ou seja, assimilações transversais – aqui, como também no nível das operações formais – há também “assimilações recíprocas longitudinais”: a ação volta-se ao nível anterior onde busca a matéria prima do que vai construir no nível seguinte¹⁷. A conceituação “age retroativamente sobre as ações dirigindo-as em parte e fornecendo-lhes planos de conjunto e até mesmo às vezes, meios novos que a ação vai ajustar segundo suas próprias regulações” (Piaget, p. 209, 1978)

A partir de certo nível, a conceituação modifica a ação. Passando o atraso da conceituação sobre a ação, nota-se, primeiramente, a modificação da ação “por uma utilização rápida e sistemática de mediadores” (Piaget, p. 173, 1978/2): a lógica do sujeito e as explicações físicas daí extraídas modificam as ações fornecendo-lhes novos instrumentos, até agora não utilizados. **Tais mediadores**, cuja tendência é generalizarem-se como instrumentos, **são construídos pelas próprias ações**. Neste processo, a ação e as suas regulações são enriquecidas com novas dimensões, ou seja, “capacidades de antecipações” e “regulagem mais ativas”, isto é, possibilidade de opção por diferentes meios superando as quase determinísticas regulações automáticas. Estes dois fatores ajudam à tomada de consciência *ou a passagem da antecipação e da escolha da ação material à representação*. Daí surge novas coordenações de ações de movimento, portanto, de fatores materiais e causais, por um lado, e, por outro, conceituações, “conexões lógicas ou implicativas” como “duas faces de uma mesma organização” (Piaget, p. 174, 1978/2).

A conceituação extrai da ação a sua substância. Ela melhora a capacidade de previsão da ação e possibilita a confecção de um plano, para imediata utilização, frente à determinada circunstância. Isto é, a conceituação melhora o poder de coordenação que a ação já possui; isto sem que o indivíduo precise separar sua prática de seu sistema conceitual.

Resumindo. Há, no começo, uma defasagem entre a ação e conceituação, aquela obtendo êxito precoce e independente desta, cujas contribuições aparecem com atraso. Segue-se uma fase mais longa de

¹⁷ Vide Figura 13: Abstração reflexionante no esquema geral de equilíbrio

constantes intercâmbios, de mesmo nível, entre ação e conceituação. Por fim, “há a inversão total da situação inicial e a conceituação fornece à ação, então não mais apenas planos restritos e provisórios que serão revistos e ajustados durante a execução, mas uma programação de conjunto análoga à que se observa nas fases media da técnica adulta, quando a prática se apóia em teorias”(Piaget, p.175, 1978/2).

Ou seja,

“a ordem da tomada de consciência inverte a ordem da gênese”. Visto de um plano mais amplo, os processos de conquista das coisas e de reflexão sobre si próprio progridem correlativamente e em direção inversa; assim, “a organização fisiológica e anatômica manifesta-se à consciência com algo exterior a ela e a atividade inteligente apresenta-se, pelas mesmas razões, como a própria essência da nossa existência de sujeitos. Daí a inverso que se opera nas perspectivas, à medida que se processa o desenvolvimento mental, e que explica por que razão, prolongando os mecanismos biológicos mais centrais, acaba por ultrapassá-los, simultaneamente, em exterioridade e em interioridade complementares (Piaget, p.29, 1975).

Uma forma eficiente de verificarmos a evolução do conceito é acompanhar seu desenvolvimento desde o momento do nascimento até a adolescência. Um recém-nascido tende a sugar tudo o que toca; depois a tocar tudo o que olha, a olhar tudo o que toca e tudo o que suga, etc.

Isto parece indicar que há um esquema em desenvolvimento: a assimilação. **O esquema** é tudo aquilo que é generalizável numa determinada ação. O esquema de sugar corresponde ao **saber sugar** independente daquilo que é sugável. A partir de então o bebe tende a sugar todos os objetos pelo fato de haver formado o esquema. Com a construção de outros esquemas (olhar, pegar, etc.) tentará pegar tudo o que olha e a olhar tudo que pega. Esquemas novos dependem de anteriores no sentido que se formam por coordenação entre eles. Assim, **o saber pegar depende do saber sugar**, e o saber olhar depende do saber pegar e vice-versa. Pelo processo de adaptação age sobre o mundo, assimilando-o e acomodando-o. A assimilação consiste em incorporar objetos aos esquemas de ação do sujeito. Esses esquemas quando modificados pela interação com o objeto dá origem à acomodação.

Podemos dizer que **o esquema funciona como um conceito prático**¹⁸, no sentido de que em presença de objeto novo a criança tenta assimilá-lo, aplicando sucessivamente todos os esquemas dos quais dispõe, tentando defini-lo pela ação (sempre agimos ao novo como todo o nosso sistema de significação). Pode-se observar nas ações de uma criança um conjunto de objetos conhecidos, uma compreensão (qualidades comuns sobre as quais se apóiam a generalização) e uma extensão (conjunto dos elementos que apresentam tais qualidades) pelas quais podem comportar uma espécie de classificação excipiente. Em todos os níveis do desenvolvimento pode-se verificar estas *espécies de classificação* e é por esta razão que podemos admitir uma conceituação, mesmo que na ordem da ação, em todos os níveis do desenvolvimento cognitivo. Além disso, fica clara sua característica de sistema, mesmo que em estado de elaboração.

Pela coordenação de esquemas suas relações vão diferenciando os objetos, ou seja, existem objetos que podem ser pegos e olhados. A recíproca pode não ser verdadeira: o objeto pode ser olhado e pegado. Porém existiram objetos que podem ser olhados, mas não pegados, outros ouvidos mas não sugados. Existe uma esquematização passível de ser composta em estruturas classificatórias, ainda que rudimentar. Ao mesmo tempo, crianças no período sensório-motor, coordenam seus esquemas de forma a estabelecer os rudimentos de “seriações”. Por exemplo, podem empilhar blocos de tamanhos decrescentes, mesmo que seja por um motivo de equilíbrio, mantendo a pilha em pé.

O fato de que a compreensão da conservação da noção de quantidade é realizada muitos anos depois que a da permanência do objeto, parece ser explicada pelas atividades intelectuais muito diferentes que implicam a formação dessas duas noções. A noção de permanência do objeto é necessária para a elaboração das noções de conservação da quantidade.

Para que se possa compreender que um objeto é permanente, apesar de seu desaparecimento parcial ou total do campo visual, é suficiente que a criança seja capaz de recapitular as ações de deslocamento efetuadas sobre o objeto. Em

¹⁸ O texto que se segue está baseado em **Chiarottino**, Zélia R., Piaget: Modelo e Estrutura, Coleção Psicologia Contemporânea, Livraria José Olympio Editora, 1972.

compensação, para se poder compreender que uma quantidade permanece invariante através das modificações (tais como transvazamentos, fragmentações etc.) sobre a forma ou a disposição de um objeto ou de uma coleção elementos, a criança deve ter compreendido que essas modificações resultam de transformações mentalmente reversíveis.

A procura do objeto desaparecido é função de sua localização e as localizações possíveis pelos deslocamentos coordenados: tateios e retornos. Tais ações não são isoladas mas coordenadas num todo, o que implica um sistema de esquemas. Esses sistemas apresentam uma organização progressiva sob a forma de estruturas de conjunto, com leis independentes da natureza do objeto. Essas estruturas evoluem no sentido de conquistar a reversibilidade completa que caracteriza as operações lógicas como um conjunto de conexões necessárias e intemporais.

Reversibilidade é a capacidade de uma pessoa executar uma ação nos dois sentidos do percurso, tendo consciência de que se trata da mesma ação. Utilizamos a hipótese de que a criança adquiriu essa operação quando joga com isso na solução dos problemas práticos que aparecem nos brinquedos e no jogo.

Em função dessa reversibilidade podemos notar que nos que a) no período sensório-motor não há qualquer reversibilidade no comportamento da criança, embora execute ações nos sentidos de ida e volta, pois não conhecimento de que se trata da mesma ação; b) no pensamento intuitivo, onde as ações sensório-motoras começam a implicar representação, nota-se regulações semi-reversíveis; c) no período operatório concreto, no curso do qual se alcança uma determinada reversibilidade na forma das primeiras estruturas operatórias e que comporta um aspecto implicativo ou lógico: uma operação é reversível quando admite a possibilidade de sua inversa e d) no período formal, a das operações proposicionais, alcança-se finalmente a reversibilidade completa.

Quando a criança adquire o pensamento lógico, somos levados a acreditar que foi obtido pela linguagem, pela simultaneidade dos dois processos. Liberta-se de um quadro perceptivo, inserindo os objetos num quadro conceitual. Piaget observou que a linguagem aparece mais ou menos ao mesmo tempo em que o brinquedo simbólico e a imitação diferenciada (ou imitação que se produz na ausência do modelo correspondente), que implicam a existência de uma função simbólica. **Função simbólica** é a capacidade de distinguir os “significantes” (objetos ou fatos)

dos significados (símbolos individuais e coletivos), e de evocar, graças a estes “significantes” diferenciados, os significados não percebidos na ocasião. A função simbólica é mais abrangente que a linguagem por incluir os signos verbais e os símbolos. O signo em geral é coletivo e abstrato enquanto o símbolo é individual constituindo dois pólos de uma mesma elaboração de significação. O pensamento precede a linguagem muito embora esta o transforma profundamente, ajudando a alcançar a equilibração de suas estruturas cognitivas.

A linguagem transmite ao indivíduo um sistema pronto de classificação e relações, isto é, uma quantidade infundável de conceitos embora seja assimilada de acordo com a estrutura de significação que traga o sujeito. Se a linguagem favorece o aparecimento das operações lógicas, é certo que não transmite essas estruturas prontas por via exclusivamente lingüística.

De dois até os sete anos, em média, a criança permanece pré-operatória, e supre essa falta pelo mecanismo da **intuição**, segundo a qual, diante de um problema prático, se apóia nas configurações perceptivas ou nos tateios empíricos da ação (responde em função das aparências do fenômeno). Por exemplo, pela noção de conservação de comprimento, a criança de 5 anos consegue uma boa estimativa do comprimento de duas varinhas apresentadas uma em seguida à outra, enquanto que a avaliação dos comprimentos depois de um pequeno deslocamento de uma varinha em relação a outra se choca com a dificuldade lógica de compreender que o deslocamento não pode modificar os comprimentos relativos das varinhas (Figura 22).



Figura 22: Comprimento relativo em função do alinhamento.

Há equivalência enquanto há correspondência visual, mas a igualdade não se conserva por correspondência lógica. Nesse período surge os primeiros esboços de classificação, aparecendo as “coleções figurais”. Reúne em um todo formando alguma significação simples, como por exemplo casas, sorvetes ou rostos (Figura 23).

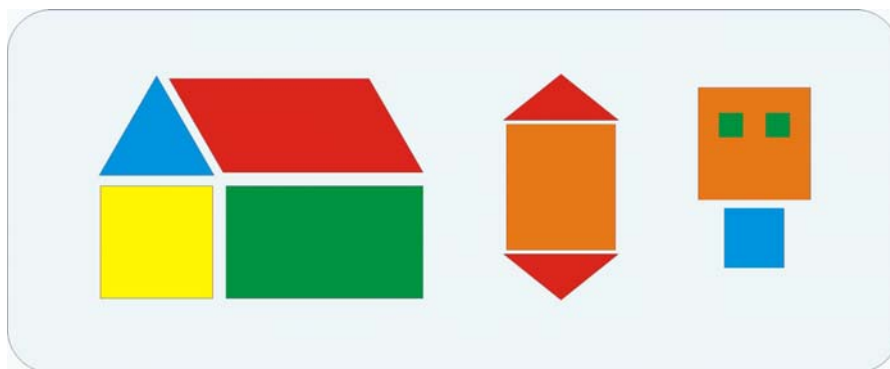


Figura 23: Coleções figurais feitas por crianças

As coleções figurais representam a capacidade de assimilar os objetos uns aos outros, segundo suas utilidades e suas semelhanças, sem evocar a extensão da classe, mas uma extensão espacial não numérica, abstrata.

Em seguida, pode-se observar certa evolução no sentido de manter a ordem em suas coleções mas sem permanência no mesmo critério. Por exemplo: começa por escolher formas geométricas com forma quadradas, mas logo passa a seguir outro critério como retângulo em seguida passa para outra semelhança tal como cor. No momento seguinte passa a considerar o atributo triângulo, sem se aperceber que antes utilizava outro critério (Figura 24).



Figura 24: Início de classificação (falta de ordem no todo)

Aqui já existe um início de encaixe (inclusão lógica), mas não há ainda a verdadeira classificação, porque a criança não sabe comparar quantitativamente a extensão de uma coleção B àquela de uma sub-coleção A, sob a forma de $B > A$, o que constitui um dos critérios de nível operatório. Assim, a criança deste período não entende num conjunto de cinco rosas e três margaridas que existam mais flores que rosas. Ela só é capaz de comparar rosas e margaridas, sem estabelecer relação das partes com o todo. A classificação que agrupa os objetos segundo suas semelhanças, corresponde à seriação que os agrupa segundo suas diferenças ordenadas. Vemos uma seriação empírica antes da verdadeira seriação. No aspecto das relações assimétricas tais como seriação, nota-se que nesta fase as crianças fazem seriações

em pares ou em triplas; mas não conseguem seriar uma coleção completa de varinhas. Se for pedido para que intercalem outra seqüência ainda assim não manterão a ordem no todo (Figura 25).

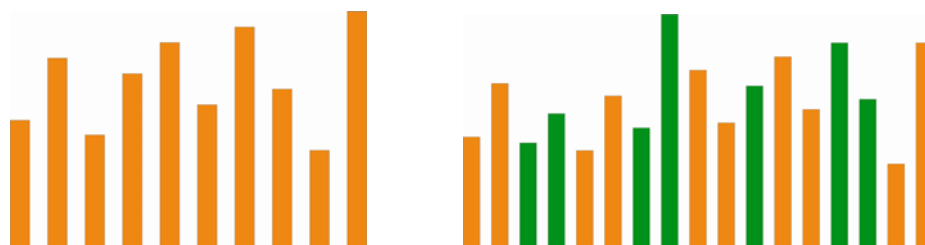


Figura 25: Seriação intercala ao pares, triplas, etc.

As representações pré-operatórias são impregnadas de aderências espaciais: coleções figurais, número subordinado ao tamanho das filas e não se conservando, ao serem, estas, alongadas, etc. As operações concretas, ainda que alcancem o nível de dedução válida, permanecem, em parte, espaciais, à medida que se apóiam apenas sobre objetos materiais e não ainda sobre hipóteses proposicionais: as adições permanecem inseparáveis de deslocamentos, as seriações são ainda unidas a “boas formas” figurativas, etc. Porém já se observa uma definição nos atributos. Aos poucos a criança irá aumentar a extensão do conceito para uma tripla, quádrupla, até manter o mesmo critério no todo. Neste momento ela atinge a classificação mais simples que seria a das proposições positivas

A criança aprende a fazer uma “escadinha” de bastonetes sem entender a estrutura de ordem, utilizando simples intuição. Inicialmente determinada pela relação imediata entre fenômeno e o ponto de vista do sujeito, a intuição evolui no sentido da descentração que se traduz por uma regulação que caminha em direção à reversibilidade, composição transitiva etc., isto é, para a operação.

Operação são ações interiorizadas, reversíveis e coordenadas em estruturas totais. Uma ação interiorizada é uma ação executada em pensamento sobre objetos simbólicos. Uma ação reversível é aquela que admite sua inversa.

De modo prático, podemos dizer que uma criança encontra-se operando quando houver a noção de conservação de um todo em relação à composição das partes. A conservação das substâncias aparece por volta dos 7-8 anos, a de peso por volta dos 9-10 anos e o volume por volta dos 11-12 anos. Apesar da diferença cronológica, as crianças justificam suas afirmações empregando exatamente os

mesmos argumentos. Isto é indício de que tais noções não dependem só da linguagem mas das coordenações das ações.

Esse ponto é fundamental para o entendimento dos processos de compensação, tais como os de equilíbrio sobre a balança, no qual pretendemos nos alongar um pouco.

Os argumentos usados pelas crianças ao afirmar a conservação passam por modelos típicos: reversibilidade simples – “há em B tanto de matéria ou peso, ou volume que em A, porque se pode refazer a bolinha A com (por meio de) B, reversibilidade por reciprocidade – “o objeto B é mais longo mas é mais fino” (**composição de duas seriações em ordem inversa: mais comprimento x mais fino = mesma quantidade**) e por último por identidade – “porque é a mesma massa”, a quantidade ou o peso ou o volume não muda porque “não tiramos e nem pusemos nada”.

É muito importante verificar que a identidade só se transforma em argumento no momento em que os outros argumentos são descobertos. As crianças do nível pré-operatório vêem que é a mesma massa e que não se juntou nada nem se tirou nada às quantidades primitivas, mas daí não tiram qualquer conclusão sobre a conservação: os três argumentos aparecem juntos e coordenados. Os esquemas se coordenam em sistemas convergentes à reversibilidade e que posteriormente o mesmo ocorre com os processos intuitivos. Tudo se passa como se as relações intuitivas fossem agrupadas, transformando as ações em operações. As ações que a criança pratica sem nenhuma organização lógica são como que fundidas num todo organizado e ela começa então a operar, surgindo a reversibilidade, a composição das relações, o princípio de identidade etc. Todas essas operações surgem ligadas entre si, e porque formam um todo é que cada uma é realmente nova apesar de sua semelhança com a relação intuitiva correspondente, existente no nível anterior.

Os primeiros conjuntos de operações que aparecem no comportamento infantil consistem em operações aditivas e multiplicativas de classes e relações. Constrói classificações hierárquicas e chega a uma quantização (intuitiva e não numérica) da inclusão $A < B$. Nesse momento chega ao entendimento que em uma coleção de círculos azuis e vermelhos existem mais círculos vermelhos que círculos azuis. Correlativamente, a seriação também se torna operatória, compreendendo que um elemento E seja menor F, G, H e ao mesmo tempo maior que D, C, B etc., conseguindo intercalar qualquer outro elemento X seguindo seu tamanho em relação

aos demais, sem iniciar novamente a seriação, como fazem os indivíduos que estejam na seriação empírica.

No entanto, todas as operações dizem respeito aos objetos. As crianças ainda não conseguem fazer raciocínios de forma verbal: Edite é mais loura que Susana e ao mesmo tempo mais morena que Lili; qual destas é mais escura? A criança não sabe responder antes dos 10-12 anos. Surge a capacidade da criança considerar as situações como um todo: a criança que se detinha num aspecto ou noutro da situação passa a considerar as partes como pertencentes a um conjunto e a estabelecer as relações possíveis entre essas partes.

Quando analisado em termos de reversibilidade, entender a ida e a volta como um aspecto da mesma ação implica um conjunto de operações: a) operação direta (transformação); b) sua inversa (retorno); c) operação idêntica (transformação nula). Essa estruturação obedece a determinadas leis (ignorada pela criança), explicada como efeito da atividade das estruturas mentais biológicas. As estruturas orgânicas, tomadas como hipótese de trabalho para Piaget, são como quaisquer outras do nosso organismo, mas específicas para o ato de estabelecer relações lógicas.

Para tentar explicar o processo de funcionamento dessas estruturas, Piaget criou um modelo ao qual deu o nome de **agrupamento**, pela analogia encontrada com a estrutura dos grupos matemáticos. As leis do agrupamento são as seguintes:

- 1) dois elementos quaisquer de um agrupamento podem ser compostos entre si dando origem a novo elemento do agrupamento. Psicologicamente, esta condição exprime a coordenação possível das operações.
- 2) Toda transformação é reversível. Esta reversibilidade é o carácter específico da inteligência, que pode construir hipóteses e depois afastá-las para voltar ao ponto de partida, percorrer um caminho e refazê-lo no sentido inverso.
- 3) A composição das operações é associativa (no sentido lógico do termo); o pensamento permanece sempre livre para fazer rodeios e que um mesmo resultado pode ser alcançado por dois caminhos diferentes.
- 4) Uma operação combinada com sua inversa é anulada. Nas formas iniciais do comportamento da criança, ao contrário, o retorno ao ponto de partida não implica numa conservação deste: por exemplo, depois de ter levantado uma hipótese e de tê-la rejeitado, a criança não reencontra os dados iniciais do problema porque estes foram “deformados” pela hipótese, embora esta tenha sido afastada.

5) no domínio dos números, uma unidade juntada a ela mesma dá lugar a um novo número. Ao contrário, um elemento quantitativo repetido não se transforma: há tautologia.

Se nos lembrarmos das leis de composição interna de um grupo matemático constataremos a analogia:

- 1) todo elemento composto com qualquer outro resulta sempre num terceiro elemento do conjunto;
- 2) Toda operação admite uma inversa;
- 3) Há associatividade;
- 4) Há sempre o elemento neutro.

O agrupamento não é redutível a um grupo por duas razões: a primeira é que em um grupo dois elementos quaisquer x e y do sistema determinam, por sua composição $x \text{ op } y$ (onde op é a operação direta ou inversa do grupo) um terceiro elemento z do sistema, sem passar pelos intermediários entre x e y , e isso com uma mobilidade completa. Em um agrupamento tal que $A + A = B$; $B + B = C$ etc., ao contrário, só é possível fazer as composições de maneira contígua (por exemplo $A + C' = D - B' - A'$); a mobilidade do sistema é assim restrita. Em segundo lugar, um grupo é associativo enquanto que a associatividade do agrupamento é limitada 'as composições entre termos distintos $(A + A) + A$ não é idêntico a $A + (A + A)$.

Estas limitações traduzem de fato um início de poder dedutivo, mais ainda não liberado das manipulações concretas, procedendo só por encaixes contíguos em alcançar uma combinatória, isto é, sem ter ainda a capacidade de formar ordenadamente todas as combinações possíveis de um número dado de objetos, de enumerá-los e de estudar suas propriedades e relações.

Essa estrutura apresenta certa generalidade, expressa em oito sistemas distintos que se diferenciam segundo se trate de classes ou relações de composição aditivas ou multiplicativas ou de correspondência simétricas (biunívoca) ou assimétricas (co-unívoca).

A lógica utilizada nesse período está vinculada a processos temporais inerentes à manipulação. A ausência da capacidade de combinar de todas as formas um dado número de objetos, de enumerar essas combinações e de estudar suas propriedades e relações, faz com que a reversibilidade alcançada se apresente como duas formas irredutíveis e jamais relacionadas entre si pela criança: inversões e reciprocidades. A inversão é a forma de reversibilidade característica das

estruturas de classes e a reciprocidade a forma característica das estruturas de relação. Por exemplo, nos agrupamentos aditivos de classe: - $A + A = 0$, quer dizer que se a uma classe X o sujeito juntar a classe A e depois a dissociar, isso equivale a nada ter juntado ou subtraído (dada uma operação T existe a correspondente inversa T^{-1} que, composta com ela, vem a anulá-la).

Na reversibilidade por inversão a composição das operações diretas e das inversas correspondentes dá o elemento neutro ou idêntico do sistema; por exemplo, a classe vazia para os agrupamentos aditivos de classe ($+ A - A = 0$).

A reciprocidade é a forma de reversibilidade própria dos sistemas aditivos de relações. Neste caso não há a supressão de uma relação, mas sim a supressão de uma diferença que leva a uma relação de equivalência. Piaget fala de adição de relações nos casos de encadeamento e de multiplicação quando duas relações distintas são consideradas ao mesmo tempo, como: “mais comprido X mais fino”.

As estruturas de classes e de relações, cujas formas de reversibilidade são a inversão e a reciprocidade, ficam separadas até os 12-15 anos, quando aparecem as operações hipotético-dedutivas. Isto quer dizer que no comportamento da criança, ao nível das operações concretas, não aparecem estruturas que comportem ao mesmo tempo inversões e reciprocidades; ao contrário, ela aplica em cada caso ou uma ou outra das estruturas ou ainda as duas justapostas, mas sem composição que permita passar de uma para a outra.

Aos doze anos em média, a criança tem uma grande mudança de comportamento. Torna-se capaz de levantar hipóteses, isto é, começa a admitir, como verdadeiras, proposições nas quais não crê ou ainda não crê, tirando conseqüências necessárias de verdades simplesmente possíveis. Isto constitui o início do pensamento hipotético-dedutivo, ou formal. Quando se pede a criança de sete ou onze anos para combinar dois a dois, três a três, etc. blocos coloridos ou permutá-los segundo as diferentes ordens possíveis, suas combinações ficam sempre incompletas porque ela nunca generaliza. No entanto, a partir de doze anos, a criança consegue encontrar um método exaustivo num sistema que engloba todas as possibilidades, embora sem descobrir a fórmula que rege essas operações. O novo comportamento implica uma independência dos mecanismos formais e de seus conteúdos. Constata-se a presença de classificações e relações livres de seus aspectos concretos ou intuitivos, que implicam por sua vez a liberação do pensamento em relação aos objetos. Dada uma situação problema, o sujeito opera

em função de um número qualquer de combinações ou de todas as combinações possíveis no caso. Naturalmente, a criança de doze - quinze anos não descobre as leis, não procura a fórmula das combinações para combinar os blocos; mas o importante é que, ao tornar-se capaz de combinar objetos por um método exaustivo e sistemático, torna-se também capaz de combinar idéias ou hipóteses sob a forma de afirmações e de negações e de utilizar assim operações proposicionais que desconhecia até esse momento. Assim vemo-la usar a implicação (se ... então ...), a disjunção (ou ... ou ... ou os dois), a exclusão (ou ... ou) ou a incompatibilidade (ou...ou...ou, nem um nem outro) a implicação recíproca, etc.

A essa altura constata-se no comportamento da criança a presença de uma combinatória em um novo sistema de operações que comporta todas as combinações possíveis de uma dada situação, inclusive as inversões e reciprocidades. Ambas aparecem fundidas em um todo único no sentido de que cada operação aparece ao mesmo tempo como a inversa de outra e a recíproca de uma terceira, o que dá quatro transformações: direta, inversa, recíproca, esta última sendo ao mesmo tempo correlativa da primeira (vide Equação 7, p. 73, o grupo INRC).

As operações formais – **ações não mais causais, mas implicativas** – obtidas mediante “abstrações refletidas”, segundo as observações de Piaget, ocorrem a partir dos 11-12 anos. São operações já existentes nas quais se realizam novas operações abstraídas a partir daquelas; **trata-se de operações sobre operações ou “operações de segunda potência”**. Da mesma forma que a conceituação age retroativamente sobre o nível anterior, a operação formal age sobre as construções dos níveis anteriores¹⁹. A conceituação reconstrói a ação; esta reconstrução origina um novo plano caracterizado por ligações lógicas, por conexões, até então não conscientes, entre a compreensão e a extensão. Portanto, além de se constituírem progressivas coordenações recíprocas de esquemas conceituais, há também “assimilações recíprocas longitudinais”: a ação volta-se ao nível anterior onde busca a matéria prima do que vai construir no nível seguinte [Figura 71, p.146 e Figura 72, p.146].

¹⁹ Característica primordial de uma estrutura cognitiva.

A conceituação “age retroativamente sobre as ações dirigindo-as em parte e fornecendo-lhes planos de conjunto e até mesmo às vezes, meios novos que a ação vai ajustar segundo suas próprias regulações” (Piaget, p. 209, 1978).

A interiorização das ações pode ser verificada pela evolução lógica da conceituação, desde o momento que a criança começa a elaborar suas primeiras representações até a conceituação formal²⁰.

Os conceitos são ora sistemas de classes e, portanto, conjunto de objetos agrupados segundo relações de encaixe hierárquicos (parte e todo), ora sistemas de relações particulares agrupadas segundo sua natureza assimétrica ou simétrica.

A conceituação científica (neste caso um signo e não necessariamente um significante) pode apresentar abrangência mais restrita quando identifica **conceito a definições específicas**. Por exemplo, no conceito de força, de massa, de equilíbrio atualmente definidos em Física, lidamos com um “conceito acabado”, bem definido, fruto de longa elaboração experimental e teórica (muito embora possa modificar-se com novas comprovações experimentais).

Contudo, é necessário um cuidado todo especial na elaboração de práticas pedagógicas com estudantes de Ensino Básico, que carecem dessa base experimental. Com o intuito de diminuir seu tempo de aprendizagem, apresentando-lhes “conclusões corretas” (um caminho mais curto, suave e seguro), podemos estar dificultando sua aprendizagem, por não levar em consideração sua dificuldade de compreensão (só se acomoda aquilo que se tematiza). Se a estruturação cognitiva trazida pelo aluno não permitir compreender o significado contido no signo, ele não chegará ao significado axiomático, e irá atribuir sua própria significação, seja por justaposição, memorização ou pré-conceitos, fruto de uma assimilação deformante e indiferenciada. Para melhor entendermos esta problemática, procuramos esclarecer alguns processos de abstração.

²⁰ É evidente que a linguagem comporta, na sua própria sintaxe e semântica, estruturas de classificação e de seriação. Porém, um mesmo significante pode ser entendido pela criança como algo que se aplica a significados muito diversos. O fato de chamar gato a um gato não prova que a criança possua a classe dos gatos. O nome que ela emprega pode ser fruto de um esquema figurado a meio caminho entre o individual e o genérico (pré-conceito).

2.6. Abstração Reflexionante

Uma abstração pode ser entendida como uma divisão lógica, ou seja, a operação inversa da multiplicação lógica.

Na Figura 26, encontramos um objeto G, onde o sujeito reconhece apenas a propriedade **r**.

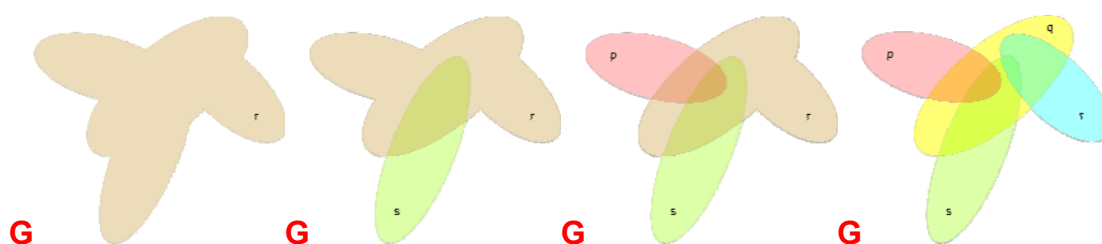


Figura 26: Sequência de abstrações realizada sobre um objeto

Pela interação com o objeto, o sujeito atribui (no sentido de reconhecer) a propriedade **s**, a **p** e depois a **q**, também pertencentes ao objeto. Esses atributos só podem ser reconhecidos uma vez que existam no sistema de significação do sujeito e por diferenciação sejam reconhecidos no objeto. Neste caso, a ação se processa diretamente sobre o objeto ou das ações do sujeito sobre as características materiais do objeto, permitindo chamar essa **abstração de empírica**. No entanto, o sujeito pode tematizar suas coordenações de ação, trabalhando apenas com representações de objetos. Nessa circunstância chamamos a **abstração de reflexionante**.

A abstração reflexionante é um processo de formação de estruturas cognitivas retirado do saber-fazer que o sujeito possui.

A **abstração reflexionante** compreende dois movimentos indissociáveis:

a) um **reflexionamento** no sentido de uma projeção sobre um nível superior daquilo que é tomado em um nível precedente. Se o subsistema B, capaz de acomodar os observáveis B', não consegue acomodar um observável B'', ocorrerá uma perturbação, exigindo uma regulação de subsistema ao novo observável (Figura 27).

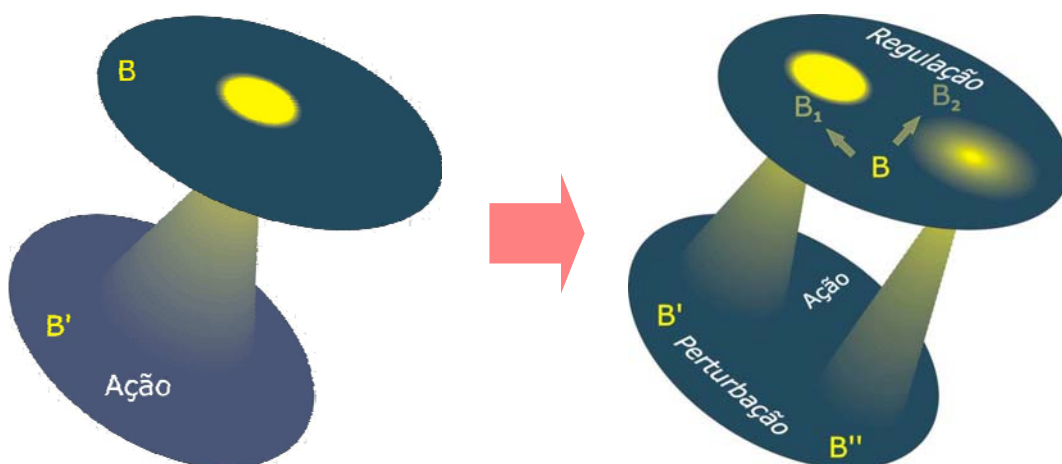


Figura 27: Perturbação ocasionada por um novo observável B''

Um reflexionamento leva a um patamar superior aquilo que já se encontrava no inferior, dando o substrato para uma nova reestruturação do antigo (Figura 28).

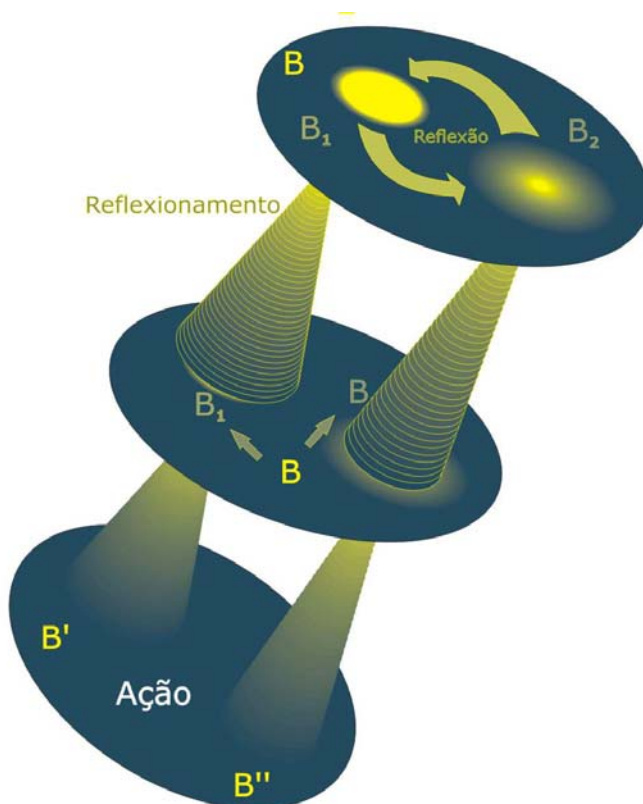


Figura 28: Reflexionamento a um patamar superior

b) Uma reflexão, no sentido de uma reconstrução ou reorganização cognitiva (consciente ou inconsciente) é realizada daquilo que foi assim transferido.

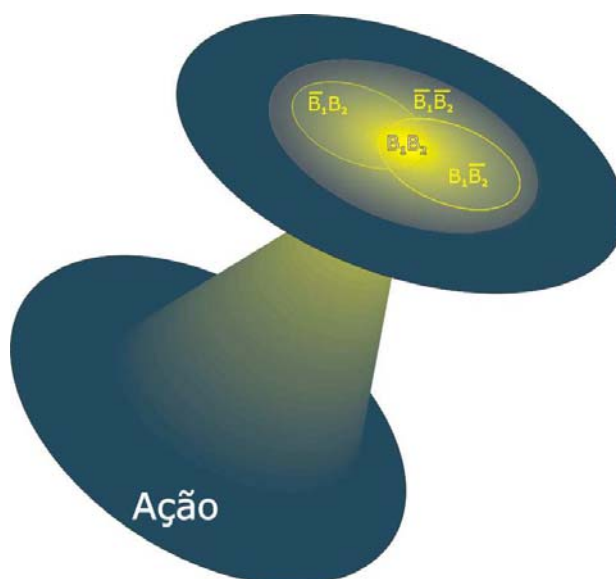


Figura 29: Reestruturação em um novo patamar de abstração

Esta abstração não se limita a utilizar uma sucessão hierárquica, cuja formação lhe é alheia: a abstração dá origem a esta sucessão de níveis hierárquicos por meio de interações alternadas de reflexionamento, mas em relação tão íntima como o refinamento das relações, que se constitui um só e mesmo mecanismo de conjunto:

a) qualquer regulação progride nos dois sentidos da retroação e antecipação. As antecipações baseiam-se em indícios, e os índices coordenam-se de acordo com uma lei denominada de “transferência”, ou melhor, de “recorrência”²¹:

$$a \rightarrow x$$

$$b \rightarrow a \rightarrow x$$

$$c \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow x$$

É então, evidente que esta organização dos indícios constitui já um patamar novo em relação às regulações iniciais.

b) Cada patamar novo dá origem, na forma de reflexionamento, a uma nova equilibração por regulação de grau um pouco superior, prolongando naturalmente as do nível de partida por meio de abstração reflexionante.

c) Mas, reciprocamente, o sistema superior constitui, então, um regulador que exerce a sua orientação sobre as regulações do patamar inferior. O reflexionamento representa, pois, o protótipo de uma regulação de regulações.

²¹ Pensemos nos indícios sonoros que anunciam a refeição de uma criança de mama.

d) Qualquer sistema cognitivo se apóia no sistema cognitivo seguinte, para daí extrair uma orientação e a conclusão de sua regulação. É nesta condição que se constitui, pouco a pouco, uma auto-regulação, isto é, um jogo de diferenciação e integração.

2.7. O Método Clínico Piagetiano (MCP)²²

O Método Clínico criado por Piaget é uma técnica de investigação baseada na entrevista pessoal. As ações realizadas pelo sujeito, enquanto executa uma determinada tarefa, podem ser registradas na forma escrita ou por gravação de áudio e vídeo. Esses registros serão posteriormente analisados, com a finalidade de descobrir a gênese e o desenvolvimento do seu conhecimento.

Um ponto fundamental nessa técnica é a atitude do experimentador. Ele deve observar as atitudes do sujeito, buscando acompanhar o processo cognitivo que desenvolve durante a execução de determinada tarefa. Quanto mais amplo o espectro de observação, mais difícil se torna a observação.

Convém assinalar que a análise deve ser iniciada durante o processo de coleta de dados, de preferência sobre os primeiros resultados que obtivemos no estudo piloto. Nessas primeiras entrevistas, iremos encontrar respostas que nos orientarão no sentido de enriquecer ou descartar.

“[A entrevista clínica] ajudará a enriquecer nossas hipóteses e, com isso, a reformular a própria entrevista. Mas, uma vez que nos lançamos na entrevista definitiva, também é aconselhável ir transcrevendo-as, pois, se encontrarmos deficiências sérias, ainda há tempo de fazer modificações” (Delval, p. 164, 2002).

O maior esforço do entrevistador deve se dirigir a:

- a) Seguir o pensamento da criança, procurando compreender sua lógica, sem sugerir respostas ao sujeito, levando-o à reflexão a partir das proposições em torno da problemática em questão;

²² Texto baseado e adaptado de “Método Clínico Piagetiano: Teoria e Prática”. Curso de Extensão novembro/2004 – Prof. Dr. Fernando Becker

- b) Formular provas referentes ao assunto trabalhado, partindo de uma hipótese a respeito dos processos cognitivos em desenvolvimento e, criando meios de comprová-las; verificar se corresponde ao pensamento espontâneo do sujeito.
- c) Fazer perguntas de antecipação, contra-argumentos, retorno ao ponto de partida, justificativas, buscando evidenciar abstração reflexionante e tomadas de consciência.

Essa técnica não tem a finalidade de medir a solidez das convicções do sujeito, mas seguir sua lógica profunda, suas crenças espontâneas e a estrutura de certo estado de desenvolvimento.

“Creio que a essência método, e aquilo que tem de mais específico, que o diferencia de outros métodos, consiste precisamente nessa intervenção sistemática do experimentador diante da atuação do sujeito e como resposta às suas ações ou explicações” (Delval, p. 68, 2002).

É a partir da metade do nível pré-operatório que o Método Clínico pode ser realizado (crianças acima de quatro anos), devido à necessidade de verbalização dos fatos de forma mais estruturada. A linguagem é um fator muito importante de formação e socialização das representações. Contudo, o uso de signos verbais só se torna plenamente acessível à criança na medida em que esta progride em seu próprio pensamento: caso contrário, qualquer método permanece inadequado para descrever o individual.

Resumindo, pode-se dizer que o Método Clínico é um processo de coleta de dados da ação do sujeito em uma tarefa proposta, utilizando-se como instrumento a observação de suas ações e a conversa livre com o sujeito.

2.8. Epistemologia do equilíbrio na balança

O estudo da gênese do conceito de equilíbrio na balança foi exaustivamente estudado por Piaget em várias de suas obras. Utilizamos desses estudos como ponto de partida, procurando analisá-los no ambiente digital. Passamos a desenvolver os conceitos relativos a esse tema (Piaget, p.125, 1976/2).

Na balança de braços podemos evidenciar os sistemas operatórios referentes ao equilíbrio físico (ação, reação e proporção direta e inversa). Quando pontos desiguais P e P' se equilibram em distâncias desiguais do eixo, L e L', existe uma

relação entre os deslocamentos verticais H e H' de modo a formarmos a dupla proporção (inversa):

$$P/P' = L'/L = H'/H$$

Equação 1

A descoberta dessa lei supõe a construção da proporção $P/P'=L'/L$ e que sua explicação implica a compreensão da proporção $P/P'= H'/H$. Porém, a noção de proporção não aparece antes do estágio IIIA, o que irá condicionar a escolha dos sujeitos para a pesquisa.

A causalidade constitui uma assimilação de processos físicos em jogo na ação, sejam ações pessoais do sujeito, sejam suas operações lógicas sobre a realidade em si mesma.

No caso de um aparelho como a balança, a construção da noção de equilíbrio (entre o peso do corpo e outros pesos) é precoce, mas de forma indiferenciada, centrada na força muscular de uma pressão para cima ou para baixo (o peso é concebido como as ações de levantar ou apertar). Inicialmente, a balança é assimilada às ações indiferenciadas, e não a um sistema de operações e compensações entre peso e comprimento. **No nível IA (4 a 5 anos em média) não há qualquer forma de operação concreta, mas apenas regulações representativas, isto é, instrumentos de compensação global, sem reversibilidade sistêmica.** O sujeito do nível IA não chega a assegurar o equilíbrio por simples distribuição de pesos, mas intervém no aparelho por ações pessoais, indiferenciadas das ações dos objetos como tal. A atitude que evidencia tal procedimento é sua incapacidade de retirar uma “regra” quando da equilibração de dois corpos diferentes. Coloca os blocos sobre a balança e em cada nova experiência recomeça (com compensações sensório-motoras) o equilíbrio, sem dar-se conta da possibilidade de colocar o maior mais próximo do centro da balança.

Nossa pesquisa se restringiu a crianças acima da 5ª série do Ensino Fundamental (acima de 9 ou 10 anos). Ainda assim, foi confeccionado um objeto de fácil reconhecimento por crianças menores. Modificamos os pratos suspensos da balança por uma prancha horizontal, fazendo às vezes de uma gangorra, mais familiar às crianças pequenas, por haver semelhante em parque de diversões. Isso

nos permite descer a níveis inferiores aos pesquisados, sem modificação do conjunto experimental²³.

Crianças muito pequenas podem ter uma noção de quantização: “é possível apoiar mais ou menos forte, dois pesos reunidos agem mais do que um só, etc.”. Mas há aí uma sinergia qualitativa das ações ao invés de uma adição quantitativa, produzindo a idéia “pesos agem melhor quando estão juntos”, ou seja, os pesos têm a característica de apoiar e apóiam melhor juntos. Não existe ainda a noção da somatória de pesos de um lado ser colocada em relação de igualdade ou desigualdade com a somatória de pesos do outro.

*Está muito claro que, por volta dos 4-5 anos, o indivíduo **se preocupa apenas com um lado da balança de cada vez** e que é necessário um grande trabalho de coordenação para que ele os considere simultaneamente (e isso até mesmo do ponto de vista da simultaneidade temporal!) (Piaget, p. 72, 1978).*

A balança não é tida como objeto e a ação pessoal está indiferenciada do objeto. Essa indiferenciação não exclui, no entanto, a previsão de alguns efeitos mais ou menos constantes. A característica mais notável dessas previsões é seu aspecto negativo. A criança desse nível ainda não pensa, por exemplo, que o equilíbrio implica a igualdade dos pesos (mesmo em distâncias iguais). Não há conservação do peso e o sujeito procura continuamente repetir, com novos blocos, o que acabou de conseguir ao acaso com outros, sem se preocupar com diferenças de pesos. No entanto, esses sujeitos chegam por regulações progressivas, a reconhecer no peso uma influência relativa.

De modo geral, **colocam um bloco de cada lado por necessidade de simetria**. Ocorre com frequência que, para melhorar o equilíbrio, sejam acrescentados novos blocos aos anteriores, não do lado em que falta peso (para igualar), e sim do lado em que o peso é maior, com a idéia de que, com vários pesos, as coisas darão certo²⁴. Essa ação de acrescentar não é ainda operatória

²³ A necessidade de comprovarmos as experiências feitas por Piaget se remetem às modificações realizadas no objeto original.

²⁴ Para um esclarecimento mais aprofundado dessa atitude, verificar a experiência da Construção de Uma Ponte e o Problema dos Contrapesos, em Piaget, p.50, 1978/2.

embora constitua o início da operação aditiva. Não é operatória porque não há igualdade exata entre as partes ($A + A'$) e o todo B (compensando $A + A'$ no outro braço). Não é operatória por falta de reversibilidade: ainda não há **ação de tirar com o objetivo de igualar** (quando o sujeito tira qualquer elemento). Isso ocorre somente para recomeçar outra coisa depois do erro. Do ponto de vista da distância ao eixo, o sujeito não se importa com isso, e não procura nem a igualdade e nem uma coordenação entre a distância e o peso.

A partir de 5 anos e meio até 7-8 anos, a criança compreende que, para obter o equilíbrio, há necessidade de um peso de cada lado (também de equilíbrio de pesos relativamente iguais), embora ainda não saiba proceder sistematicamente para conseguir a igualdade. Faz correções sucessivas por regulações e não opera reversivelmente. Faz progressos em relação às distâncias simétricas (os pesos são colocados não apenas no extremo dos braços, mas em posições que buscam a igualdade nos dois braços). Há um avanço em relação à tomada de consciência ao levar em conta simultaneamente os dois lados da balança e que o peso não apóia apenas, mas também sustenta.

Surge também uma solução freqüente: colocar os pesos no meio. Como o meio é o que divide o conjunto em duas metades iguais, colocar o peso no centro fará o conjunto agir simetricamente dos dois lados ao mesmo tempo. Essa atitude guarda certa noção de compensação, mas ainda pobre. **Nesse estágio o que caracteriza a ação ainda é o equilíbrio por simetria.**

A partir dos 7 anos, nível IIA (Figura 11, p. 27), **a ação do indivíduo busca a igualdade e adição exata dos pesos e uma simetria e adição exatas das distâncias.** Vê-se aqui um exemplo de coordenação inferencial (Coord. S), a partir da comparação dos observáveis do sujeito (ação do sujeito sobre os objetos Obs. S) e os observáveis do objeto (resistência ou qualidade de origem causal dos objetos - Obs. O). A partir dessas coordenações inferenciais, o sujeito descobre que é possível o equilíbrio entre um peso menor a maior distância, e um peso maior a uma menor distância, mas por coordenação, que permite somente regulações intuitivas. Ainda organiza seu mundo por pré-conceitos, por falta de domínio das negações e, conseqüentemente, relação da parte com o todo. Nesse estágio o sujeito é capaz de seriar os pesos existentes e verificar suas igualdades. Pode somá-los de maneira reversível e comparar corretamente duas reuniões de pesos. Além disso, sabe utilizar a transitividade das relações de desigualdade ou de

igualdade dos pesos. O conjunto dessas operações é reencontrado nas comparações de distâncias, com correspondência entre distâncias orientadas em sentidos contrários (simetria com relação ao eixo).

Por multiplicação lógica das relações é capaz de chegar à relação de que dois pesos B_1 e B_2 , situados a distâncias iguais L_x , chegam ao equilíbrio por simetria:

$$(B_1 \times L_x) = (B_2 \times L_x)$$

Equação 2

Portanto, um dos pesos é concebido como compensando o outro por reciprocidade. Dois pesos iguais, B_1 e B_2 , situados a distâncias diferentes, L_x e L_y , não se equilibram:

$$(B_1 \times L_x) \neq (B_2 \times L_y) \text{ se } x \neq y$$

Equação 3

Mas o sujeito não pode coordenar as relações em jogo. Dois pesos diferentes $A_2 < B_2$, situados a distâncias iguais, L_x , também não se equilibram:

$$(A_2 \times L_x) < (B_2 \times L_x)$$

Equação 4

Além disso, em cada uma dessas relações, o sujeito é capaz de, por adição, substituir um objeto por um conjunto equivalente de outros:

Em caso de pesos desiguais A_2 e B_2 , e de comprimentos desiguais, L_x e L_y , não há coordenação possível por falta de composição multiplicativa de classes, mesmo quando o indivíduo descobre que um peso grande, a pequena distância, colocado à direita, equilibra um peso pequeno a grande distância, colocado à esquerda. Não sabe inverter essas relações de um lado para outro, e só depois descobre que seria preciso “fazer a mesma coisa, mas invertido”, exemplo claro de falta de reversibilidade operatória. Obtém sucesso na ação, sem conceituação equivalente.

Por volta dos 10 anos, nível IIB, **já existe sucesso na composição com pesos e distâncias diferentes**, não por proporção métrica²⁵, mas por correspondência qualitativa que chegam à lei do equilíbrio: “Quanto mais pesado, mais perto do centro”. Colocado diante de dois pesos, o sujeito procura o equilíbrio por um deslocamento orientado, a partir da hipótese de que o mesmo objeto “pesará mais” ao se distanciar do eixo, e “pesará menos” ao se aproximar. Apesar de ainda existir uma identificação entre distância e peso (no sentido aumentar o peso com o

²⁵ Composição entre uma unidade maior ou menor que a medida efetuada.

aumento da distância), existe a operação nova de seriação dupla dos pesos $A < B < C \dots$ e das distâncias $L_1 > L_2 > L_3 \dots$, em correspondência biunívoca inversa:

$$A < B < C \dots$$

$$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$$

$$L_1 > L_2 > L_3 \dots$$

Equação 5

Pode, ainda, ser traduzida pelas reciprocidades:

$$(A \times L_1) = (B \times L_2) = (C \times L_3) = \dots$$

Equação 6

Mas tais operações qualitativas não são suficientes para estabelecer a lei. Na realidade, as multiplicações lógicas da Equação 6 permitem certo número de inferências, mas com lacunas, permitindo a existência de estados indeterminados como, por exemplo, mais peso *versus* mais longe = indeterminado; menos pesado *versus* menos distante = indeterminado. Neste nível o sujeito é capaz de quantificar os pesos (sabe que $B = 2A$ etc.), assim como as distâncias (mensuráveis com o número de orifícios laterais da prancha ou traços de 3 cm sobre a prancha). Seria a estrutura cognitiva correspondente ao que Piaget denominava de *agrupamento*, não havendo ainda composição das partes com as partes, e das partes com o todo.

A descoberta da lei ocorre no estágio seguinte, IIIA (por volta dos 12 anos). Essa lei não dá lugar a uma explicação causal específica, mesmo durante o subestágio IIIB. Porém, a rapidez com que o sujeito passa da correspondência qualitativa à proporção métrica parece indicar a presença de um esquema antecipador.

Estas repostas do estágio III (e tanto do subestágio IIIA quanto do IIIB) nos colocam, de um lado, diante de esquemas conhecidos, isto é, do grupo INRC (...); mostra, principalmente, e de outro lado, como esse esquema geral de equilíbrio se diferencia, neste caso, para construção das proporções $P/P' = L'/L = H'/H$. Os dois problemas que precisamos discutir são, por isso, o da formação do esquema das proporções, e o das relações com o grupo INRC (Piaget, p. 133, 1978/2).

Quando um dos braços desce pela influência de um peso, a determinada distância, o outro descera sob a influência do mesmo peso, suspenso simetricamente à distância. Trata-se de uma reciprocidade $(p \supset \bar{q}) = R(q \supset \bar{p})$, onde p e q são os enunciados das subidas e descidas. Intervêm dois fatores que se

compensam: um peso p a uma distância q produz a mesma inclinação, quando está sozinho, que um peso $p' = np$ a uma distância $q' = q/n$. A operação que consiste em colocar os pesos num dos braços em distâncias consideradas podem corresponder a dois tipos de operações que restabelecem o equilíbrio: o inverso N que consiste em retirar esses pesos, e a recíproca R que consiste em colocar pesos iguais, a distância iguais, no outro braço da balança; se a inversa N anula a operação inicial, a recíproca R a compensa sem anular, embora N e R cheguem ao mesmo resultado, isto é, restabelecer a horizontalidade dos braços. Os sujeitos do estágio IIB diferem desta nova situação por tentarem relacionar as diferenças de forma aditiva, ou seja, em lugar das proporções $p/p' = q'/q$, tentam a igualdade das diferenças $p - p' = q' - q$. A formação da idéia de proporção supõe os produtos da Equação 1. É preciso notar que **a passagem de diferença para produtos se efetua pela quantificação numérica da proporção** de modo geral precedida por um esquema qualitativo baseado na noção de produto lógico, isto é, pela idéia de que dois fatores que atuam em conjunto equivalem à ação de dois outros fatores unidos.

A **diferença** geral que encontramos entre as **operações concretas e as formais** pode ser formulada da seguinte forma: as operações concretas embora formem sistemas de conjuntos (tais como classificação, seriação, correspondência) ocorrem ligando ponto a ponto, passo a passo, sem considerar sua relação com as outras, ou seja, o conjunto das partes; o característico das operações formais é considerar em cada caso todas as combinações possíveis, agrupando as ligações parciais em função do conjunto das partes.

“É assim que no caso em que duas classes A_1 e A_2 , com complementares, A_1' e A_2' , dão lugar a apenas quatro produtos elementares ($A_1 A_2 + A_1 A_2' + A_1' A_2 + A_1' A_2'$), as proporções p e q , assim como suas negações $\bar{p}$ e $\bar{q}$, dão a partir de suas quatro conjunções $(p.q) \vee (p.\bar{q}) \vee (\bar{p}.q) \vee (\bar{p}.\bar{q})$, as 16 combinações que caracterizam respectivamente a implicação, a disjunção, etc., de acordo com o fato de considerarmos uma a uma as conjunções elementares, ou então duas a duas, três a três, as quatro em conjunto ou nenhuma²⁶. Por exemplo a implicação

²⁶ Evidentemente, é possível construir o mesmo conjunto de 16 partes com as duas classes A_1 e A_2 , e seus quatro produtos elementares, mas apenas esses produtos interferem nos

de q por p corresponde à soma de três conjunções $(p.q) \vee (p.\bar{q}) \vee (\bar{p}.q)$; a implicação p por q , por exemplo, corresponde à soma de três conjunções $(p.q) \vee (\bar{p}.q) \vee (\bar{p}.\bar{q})$ e a equivalência de p e q (ou a implicação recíproca) à soma de duas conjunções $(p.q) \vee (\bar{p}.\bar{q})$. Mas para afirmar a verdade de uma dessas três ligações $p \supset q$, ou $q \supset p$, ou $p \equiv q$, é preciso, além disso, estabelecer, respectivamente, o erro de $(p.\bar{q})$ para $q \supset p$ e de $(\bar{p}.q)$ para $p \supset q$ e de $(\bar{p}.q)$ e $(p.\bar{q})$ para $p \equiv q$ ” (Piaget, p. 12, 1976/2).

O grande interesse psicológico de usarmos esse grupo de transformações se baseia na sua efetiva correspondência com algumas **estruturas fundamentais do pensamento** no nível formal. A inversão **N** exprime a negação, a reciprocidade **R** exprime a simetria (transformação equivalente, orientada em sentido contrário) e a correlativa **C** exprime a simétrica da negação. É por isso que a noção de equilíbrio, que dá lugar desde muito cedo a algumas intuições grosseiras, só é compreendida realmente no nível formal. Esse nível é atingido, quando o sujeito é capaz de distinguir e operar as inversões (aumentar ou diminuir a distância/peso), as recíprocas (compensar o aumento de peso com a diminuição da distância) e as correlativas (a mesma operação de simetria atribuída às negações). A dificuldade está em apreender que uma operação é simultaneamente igual a sua recíproca, mas orientada em sentido oposto. Desta forma, nas transformações por inversão (**N**) e reciprocidade (**R**), sendo capaz de agrupá-las num sistema único (**I**, **N**, **R** e **NR = C**), consegue utilizar a igualdade dos produtos sob a forma de compensações e anulações, chegando à compreensão das igualdades $NR = IC$; $RC = IN$; $NC = IR$, igualdades entre produtos de duas transformações. Disso resulta que o grupo **INRC** equivale a um sistema de proporções lógicas:

$$\frac{I_x}{C_x} = \frac{R_x}{N_x} \text{ ou } \frac{R_x}{I_x} = \frac{C_x}{N_x}$$

Equação 7

Em uma situação em que deve descobrir a causa do fenômeno, o adolescente propõe a si mesmo algumas questões:

“agrupamentos” do nível concreto, enquanto que as combinações características do “conjunto de partes” são características do nível formal.

a) Se x determina y , para controlar o fenômeno procurará também um contra exemplo x e não y (logo $p.q'$).

b) Será mesmo x a determinar y ou, ao contrário, y a determinar x : “ $p \supset q$ ou $q \supset p$?”. Procurará controlar a hipótese “se q então p ”, pela ausência de todo contra-exemplo y e não x , logo $p'.q$, mas compreendendo que a combinação $p'.q$, exclui $q \supset p$, e é compatível com $p \supset q$ da mesma forma que $p.q'$ exclui $p \supset q$ mas concorda com $q \supset p$.

“Enfim, os passos dessa busca, que é acompanhada de raciocínios verbais, traduzirão a utilização de dois processos reversíveis combinados entre si: a inversão (ou negação) e a reciprocidade” (Chiarottino, p. 32, 1972).

Nos agrupamentos já existiam inversões e reciprocidades, porém não componíveis entre si. A estrutura do tipo INRC comporta todas as operações dos agrupamentos, mas compostas entre si. No equilíbrio da balança, não é suficiente para o sujeito compreender que, aumentando ou diminuindo o peso ou a distância de ambos os lados, pode-se manter o equilíbrio; é necessário que ele possa compreender que existe uma relação de compensação, distinta da inversão (por exemplo, uma diminuição do peso leva ao mesmo resultado que o aumento da distância).

É importante salientar novamente, que a compreensão do equilíbrio aparece ao mesmo tempo em que há compreensão das proporções. Pode-se colocar dois pesos iguais a mesma distância na balança ou colocar um menor, proporcionalmente a maior distância em um dos braços.

Esclarecendo melhor esta relação fundamental para o trabalho de pesquisa, vamos ilustrar este processo através de alguns exemplos de transformações do tipo INRC no equilíbrio da balança.

O grupo INRC é aplicável a sistemas que se compensam. Por exemplo, a distância ao centro da balança e o peso colocado em um de seus braços formam um par em compensação, pois se aumentarmos o peso poderemos restabelecer o equilíbrio diminuindo a distância.

A escolha da operação “identidade” determinará todas as transformações no grupo INRC. Adotando o aumento de peso como operação idêntica, teremos:

I – aumento do peso;

N – diminuição do peso;

R – diminuição da distância;

C – aumento da distância; recíproca em relação **N**; negação em relação a **R**.

A simbologia lógica utilizada encontra-se no Apêndice C, p. 169

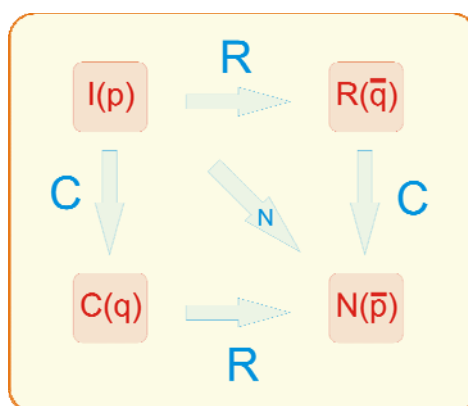


Figura 30: Grupo INRC

As transformações representadas na Figura 30 podem ser traduzidas como:

- *O aumento do peso está para a diminuição da distância assim como o aumento da distância está para a diminuição do peso (RECÍPROCAS).*
- *O aumento do peso equivale ao aumento da distância assim como a diminuição do peso equivale à diminuição da distância (CORRELATIVAS).*

Nos dois exemplos que se seguem, procuramos evidenciar a diferença existente entre a negação e a reciprocidade, para melhor compreensão do desenvolvimento cognitivo de adolescentes. Consideremos operações ocorrendo nos dois braços da balança. As operações correspondentes podem ser encontradas no Quadro 1 e na Figura 31.

Lado Direito		Lado Esquerdo	
p = aumentar de peso	$\bar{p}$ = diminuir de peso	p' = aumentar de peso	$\bar{p}'$ = diminuir de peso
q = aumentar de distância	$\bar{q}$ = diminuir de distância	q' = aumentar de distância	$\bar{q}'$ = diminuir de distância

Quadro 1: Variáveis Peso e Distância, lado direito e esquerdo.

É importante uma discussão detalhada desses fatores para podermos compreender a transformação epistêmica ocorrida no domínio do grupo INRC. Sejam tomadas como operações as seguintes relações:

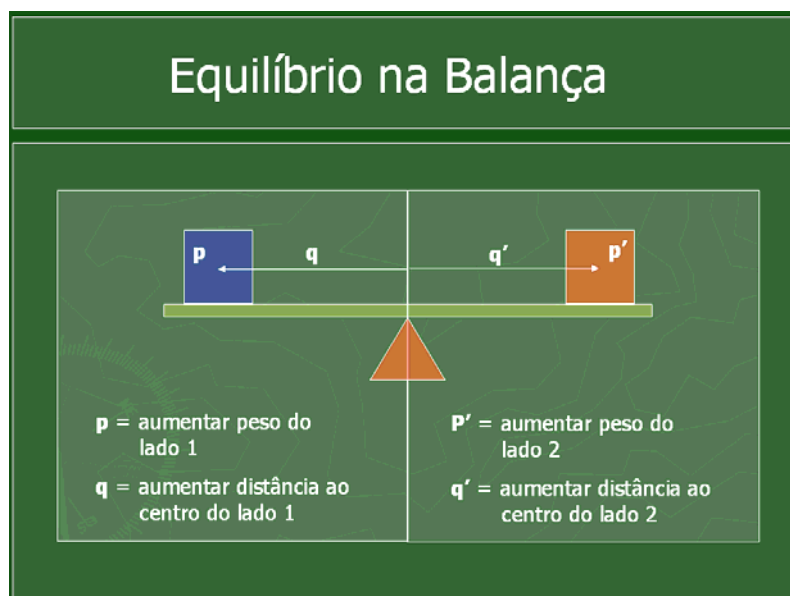


Figura 31: Definição das proposições lógicas p, q, p' e q'

Idêntica (I) = aumentar o peso e a distância, causando um desequilíbrio de sentido anti-horário na balança ($p \wedge q$).

Negação (N) = consiste em **negar logicamente** a operação realizada, ou seja, diminuir o peso e aumentar a distância ($\bar{p} \wedge q$), aumentar o peso e diminuindo a distância ($p \wedge \bar{q}$) ou (a recíproca) diminuir o peso e diminuir a distância ($\bar{p} \wedge \bar{q}$).

Recíproca (R) = consiste em **compensar sem anular**, aumentar o peso e aumentar a distância no outro braço da balança ($p' \wedge q'$). Isto equivale a diminuir o peso e diminuir a distância no mesmo braço ($\bar{p} \wedge \bar{q}$). Se pensarmos que os sistemas lógicos são constituídos por reversibilidades, torna-se evidente a necessidade da “**negação da recíproca**”, a correlativa.

Correlativa (C) = consiste em verificar **todas as operações que não compensariam a idêntica**: aumentar o peso e a distância ($p \wedge q$), aumentar o peso e diminuir a distância ($p \wedge \bar{q}$) ou diminuir o peso aumentando a distância ($\bar{p} \wedge q$).

Resumindo: Caso a **idêntica** seja a operação de aumentar o peso e aumentar a distância, sua **negação** seria diminuir o peso ou diminuir a distância (Figura 32). Sua **recíproca** seria diminuir o peso e diminuir a distância. Para o sujeito que interage com o instrumento balança a recíproca é mais facilmente entendida como o que equivalente positivo, ou seja, aumentar o peso e distância no outro braço. A sua **correlativa** seria aumentar o peso ou aumentar a distância (Figura 32 e Figura 33).

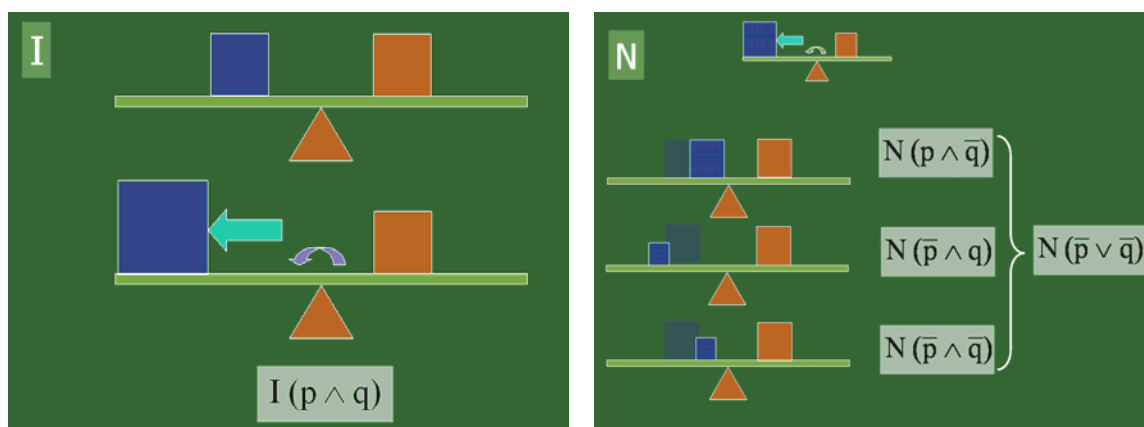


Figura 32: Adoção de uma operação identidade e sua inversa

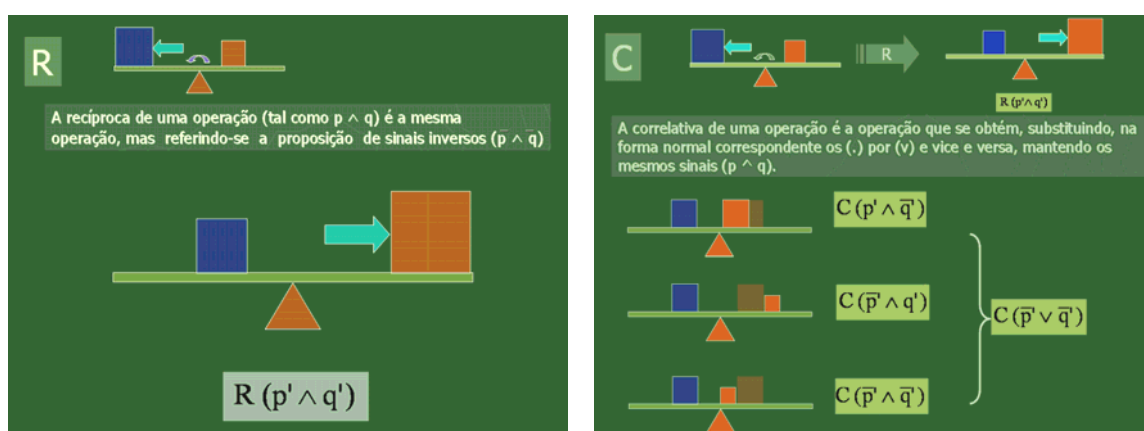


Figura 33: Recíproca e correlativa da idêntica

A modificação no pensamento infantil se dá no momento em que a igualdade das diferenças $p - p' = q' - q$ é substituída pela proporção $p.L = p'.L'$. Essa noção é adquirida por um esquema qualitativo baseado na noção de produto lógico: na idéia que dois fatores que atuam em conjunto equivalem à ação de dois outros fatores reunidos (um peso pequeno unido a uma grande distância equivale a um peso grande unido a uma pequena distância). Este sistema de transformações, que representam o equilíbrio dos pesos e das distâncias, equivale à proporcionalidade:

$$\frac{p \cdot q}{\bar{p} \cdot \bar{q}} = \frac{p \vee q}{\bar{p} \vee \bar{q}} \quad \text{e} \quad \frac{I_x}{R_x} = \frac{C_x}{N_x}, \quad \text{onde } x = p \cdot q$$

Equação 8

Em outras palavras, logo que os sujeitos compreendem o sistema das inversões e reciprocidades das Figura 32 e Figura 33, compreenderão que aumentar o peso e a distância num braço da balança está para o aumento simétrico no outro braço assim como aumentar um ou outro num braço está para a operação recíproca no outro.

Outro exemplo de aplicação do grupo INRC mais completo incluiria uma compreensão mais profunda das possibilidades de equilíbrio e desequilíbrios. Adotemos as seguintes definições:

r_o = condição de equilíbrio,

r = desequilíbrio no sentido anti-horário,

$\bar{r}$ = desequilíbrio no sentido horário e

$\bar{r}_o$ = desequilíbrio em qualquer condição.

Partindo de uma balança equilibrada e utilizando, como referência, o braço esquerdo da balança, as situações de equilíbrio ocorrem quando aumentamos a distância, diminuindo o peso e diminuimos a distancia, aumentando o peso. É importante lembrar que o equilíbrio ocorre em um valor específico de distância e peso. Qualquer outra variação no mesmo sentido haveria desequilíbrio.

$$(p^* \wedge \bar{q}^*) \vee (\bar{p}^* \wedge q^*) \supset r_o$$

As situações de desequilíbrio são múltiplas, podendo ocorrer no sentido anti-horário e horário. No sentido horário teremos desequilíbrio:

- 1) Diminuindo a distância e diminuindo o peso qualquer que seja a diminuição de distância e qualquer que seja a diminuição de peso.
- 2) Aumento do peso e diminuição da distância quando a variação do peso for menor que p^* ou a variação da distância for menor que $\bar{q}^*$.
- 3) Diminuição do peso e aumento da distância quando a variação do peso for menor que $\bar{p}^*$ e a variação da distância for menor que q^* .

No entanto, o desequilíbrio no sentido anti-horário ocorre:

- 1) Aumentando a distância e aumentando o peso qualquer que seja o aumento de distância e aumento de peso.
- 2) Aumento do peso e diminuição da distância quando a variação do peso for maior que p^* ou a variação da distância for maior que $\bar{q}^*$.
- 3) Diminuição do peso e aumento da distância quando a variação do peso for maior que $\bar{p}^*$ e a variação da distância for maior que q^* .

Vemos que os itens 2 e 3 as operações são semelhantes mas com variações diferentes, proporcionando um efeitos diversos quanto ao equilíbrio. O entendimento das composições lógicas do equilíbrio passa por coordenar este

conjunto de afirmações e negações em um todo coerente. O conjunto de relações capaz de ordenar o todo recebe o nome de INRC.

Um resumo do exposto até o momento pode ser encontrado no Quadro 2.

Tipo de Equilíbrio	Condição
r_o	$(p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge q) \supset r_o$
$\bar{r}_o$	$(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q}) \supset \bar{r}_o$
r	$(p \wedge q) \supset r$
$\bar{r}$	$(\bar{p} \wedge \bar{q}) \supset \bar{r}$

Quadro 2: Operações do Grupo INRC.

Adotando r como operação idêntica I, podemos compor as demais operações.

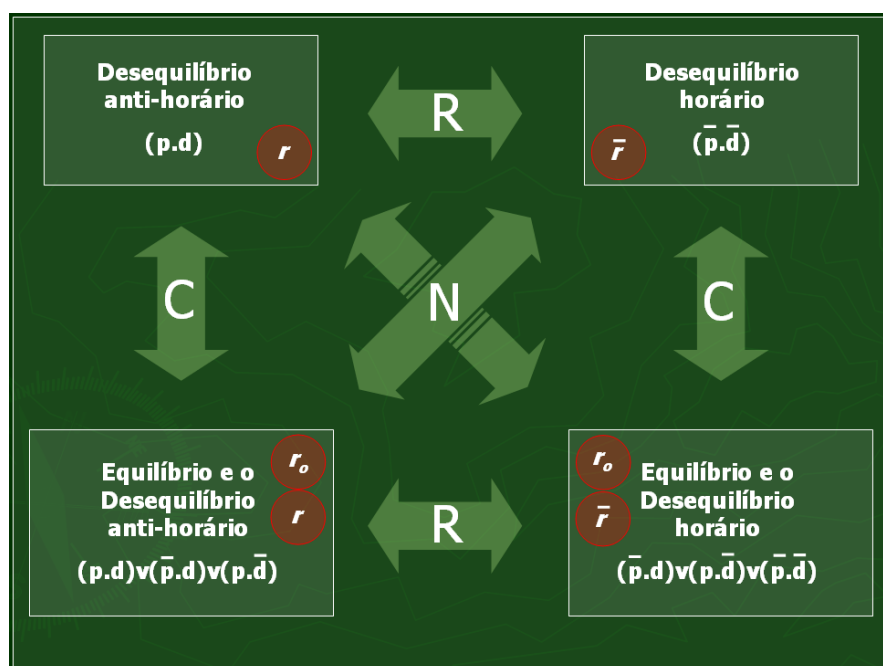


Figura 34: Relação entre as transformações INRC.

A passagem do pensamento intuitivo ao operatório concreto é marcada pelo domínio das negações (cinco rosas ao lado de quatro margaridas não podem ser flores e rosas ao mesmo tempo, diria uma criança no período intuitivo, implicando em falta de acomodação das inclusões, ou seja, as relações das partes no todo). Na passagem do operatório concreto ao operatório formal o sujeito necessidade ultrapassar dificuldades que envolvem negações de tipo reciprocidade. A negação da operação desequilíbrio anti-horário é equilíbrio e desequilíbrio horário. O sujeito operatório concreto poderá afirmar ser o equilíbrio horário (contradição) ou o

desequilíbrio horário (recíproca). Tal dificuldade reside em que sua reversibilidade ainda não é completa por não dominar todas as composições possíveis entre as partes e o todo. Tanto uma recíproca quanto uma correlativa apresentam tipos específicos de negações, sendo a primeira relacionada com os conteúdos da proposição enquanto a segunda com a sua forma ou operador. Quando negamos os conteúdos e a forma simultaneamente estamos diante de uma negação completa, ou ainda, a operação complementar em relação à tautologia. Por esse motivo, o domínio das partes no todo e a compreensão do equilíbrio na balança segue paralelamente ao domínio das seriações diretas e inversas.

2.9. O conceito físico de equilíbrio

Dizemos que um corpo encontra-se em equilíbrio quando o momento linear **P** do centro de massa é constante e o momento angular **L**, em torno do centro de massa ou em torno de qualquer outro ponto, é também constante, que podemos representar por:

$$\mathbf{P} = \text{constante e } \mathbf{L} = \text{constante}$$

Equação 9

O movimento de translação de um corpo é governado segundo a Lei de Newton, em sua forma linear, dada por:

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$$

Equação 10

Se o corpo está em equilíbrio translacional, isto é, se **P** é constante, então $\partial \mathbf{P} / \partial t = 0$ e deveremos ter:

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = 0 \text{ (equilíbrio de forças)}$$

Equação 11

O movimento rotacional de um corpo é governado pela segunda lei de Newton, em sua forma angular, dada pela equação

$$\sum \tau_{ext} = \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t}$$

Equação 12

Se o corpo está em equilíbrio rotacional, isto é, se L é constante, então $\partial L / \partial t = 0$ e teremos:

$$\sum \tau_{ext} = 0 \text{ (equilíbrio de torques)}$$

Equação 13

Assim surgem as duas condições para que um corpo esteja em equilíbrio:

1. A soma vetorial de todas as forças externas que atuam sobre o corpo deve ser igual a zero.
2. A soma vetorial de todos os torque externos que atuam sobre o corpo, medidos em relação a qualquer ponto, deve ser também igual a zero.

Uma das forças peso atua sobre qualquer corpo que esteja próximo à superfície da Terra (força gravitacional). Essa força atua sobre cada átomo do corpo.

O vetor soma de todas essas forças minúsculas só pode ser substituído por uma única força atuando no centro de massa, quando o vetor aceleração gravitacional $\mathbf{g}$ tem o mesmo módulo e o mesmo sentido em todos os pontos do espaço ocupado pelo corpo.

Existe um ponto que denominaremos **centro de gravidade** do corpo (CG), onde atua o vetor resultante de todas as forças pesos exercidas sobre os átomos do corpo. Se o corpo for suspenso por esse ponto, ele estará em equilíbrio estático em qualquer orientação e a força de sustentação necessária terá o mesmo módulo que a força peso do corpo, $M \cdot \mathbf{g}$.

O centro de gravidade pode ou não coincidir com o centro de massa.

Consideremos o ponto 0, origem de um sistema de coordenadas no centro de gravidade. Dividindo o corpo em pequenos elementos de massa Δm , um dos quais é mostrada na Figura 35, é possível atribuir o peso $\Delta m \cdot \mathbf{g}$ a esse elemento de massa. Supondo que $\mathbf{g}$ tenha o mesmo valor em todos os pontos do corpo²⁷, apliquemos uma força $\mathbf{F}'$ em 0 que esperamos ser a força necessária para equilibrar a força $M \cdot \mathbf{g}$.

²⁷ Esta consideração é bastante plausível, tratando-se de corpos próximos à superfície da Terra. Porém, no caso do equilíbrio da balança, torna-se importante esta consideração, pois uma barra apoiada pelo centro de massa apresenta um equilíbrio “indiferente”, como nos sugere a teoria a seguir, tendendo ao equilíbrio com um braço mais baixo e apoiado.

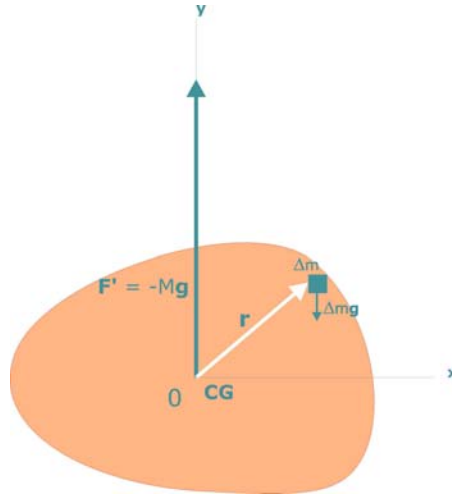


Figura 35: Atuação de uma força no CG do corpo.

Para que o corpo esteja em equilíbrio as Equação 11 e Equação 13 devem ser satisfeitas. Desta forma, podemos escrever:

$$\sum F_{ext} = F' + \sum \Delta mg = F' + g(\sum \Delta m)$$

$$\sum F_{ext} = F' + Mg = 0$$

Equação 14

O somatório das forças se estende a todos os elementos de massa que compõem o corpo. A Equação 14 afirma que as condições de equilíbrio serão satisfeitas se **F'** tiver o mesmo módulo que **M.g** e sentido oposto. Com relação à somatória dos torques teremos:

$$\sum \tau_{ext} = \sum r \times (\Delta mg)$$

$$\sum \tau_{ext} = \left(\sum \Delta mr \right) \times g = 0$$

Equação 15

Nessa equação o termo $\sum \Delta mr$, que mostra como a massa do corpo está distribuída em torno do ponto 0, será nula se o ponto 0 for o centro de massa. Nesse caso o equilíbrio se dá em qualquer posição do corpo e por isso o chamamos de indiferente. Caso a força **F'** seja aplicada a um ponto S, arbitrário no corpo, haverá equilíbrio estável se o seu CG estiver localizado verticalmente abaixo do seu ponto S e equilíbrio instável se o CG estiver localizado verticalmente acima do ponto S de sustentação. Em qualquer outra posição fora da vertical $\sum \tau \neq 0$ e o corpo rodará até que seu CG esteja abaixo do ponto P de sustentação (Figura 36).

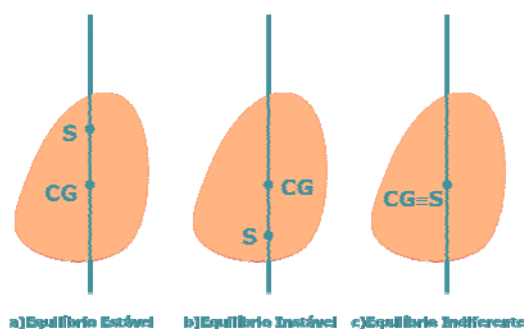


Figura 36: Tipos de equilíbrio encontrados nos corpos extensos

Aplicando essas considerações à prancha horizontal da Figura 37, haverá equilíbrio estático indiferente, quando o apoio P estiver aplicado no centro de gravidade (CG) da barra.

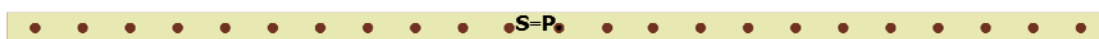


Figura 37: Ponto P no centro de gravidade da prancha.

Para existir equilíbrio estático estável o apoio P deve ser deslocado a uma distância d em relação ao centro de gravidade da prancha (Figura 38).

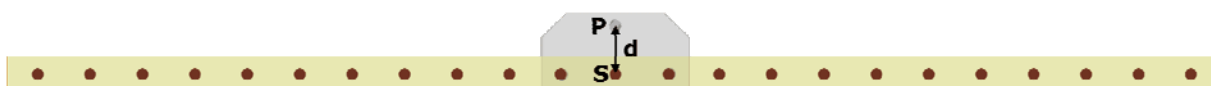


Figura 38: Deslocamento do ponto P para obter-se equilíbrio estável

Interessa-nos trabalhar com as relações existentes entre o termo “torque” e suas manifestações físicas. Intuitivamente, podemos entender a quantidade τ como o efeito de uma força F produzir rotação ao redor do ponto 0. É fácil demonstrar experimentalmente que o efeito rotacional de uma grande força aplicada próximo ao eixo de rotação, pode ser contrabalançado por uma menor, opondo-se à força aplicada, proporcionalmente mais afastada do eixo. Os produtos das forças e das distâncias perpendiculares entre os pontos de aplicação e o eixo de rotação são iguais, como na Figura 39²⁸.

²⁸ Mckelvey, 64, 1979

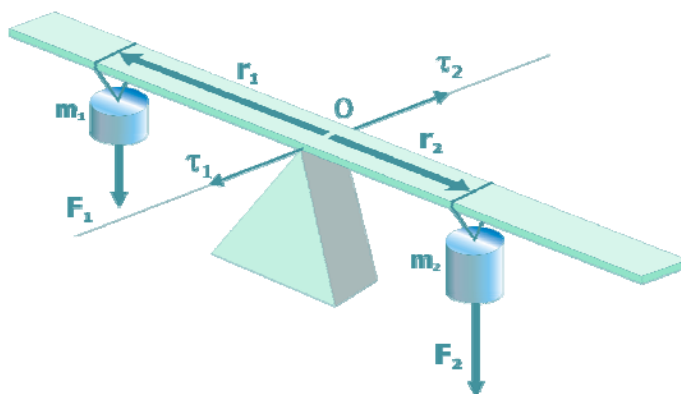


Figura 39: Efeito de compensação dos pesos pelas distâncias

Os torques ao redor do ponto 0 associados às duas forças são iguais e dirigidos em sentidos opostos, cuja soma apresenta um torque total nulo, produzindo equilíbrio rotacional (Figura 39).

Quando colocamos três blocos em equilíbrio em uma balança, o centro de massa de quaisquer dois blocos constitui um sistema em equilíbrio com o terceiro. Essa propriedade pode nos ajudar a verificar se o conceito de equilíbrio, trazido pelo sujeito em seu sistema de significação, é operatório formal ou operatório concreto, centrado nas relações de simetria.

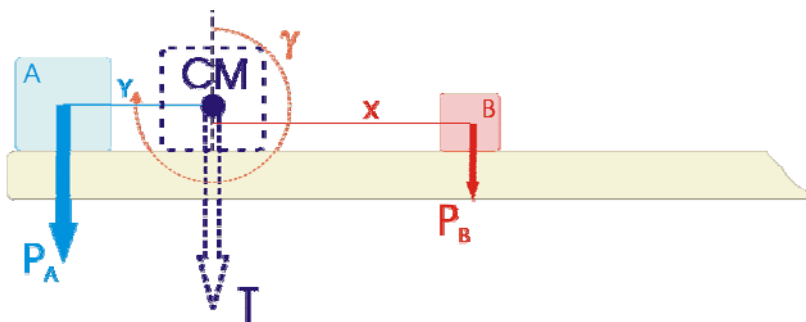


Figura 40: Equilíbrio de dois blocos em dos braços de uma balança

A Figura 40 apresenta o centro de massa CM, constituído pelos dois blocos A e B, em equilíbrio com um terceiro bloco (Figura 41). Se aplicarmos a Equação 13 ao sistema em relação ao ponto CM e adotando o sentido de rotação γ , obteremos as seguintes relações:

$$\sum_{i=0}^n M_i \cdot d_i = 0 \Rightarrow -P_A \cdot y - P_B \cdot x + T \cdot 0 = 0 \text{ em relação a } \gamma,$$

$$P_A \cdot y = P_B \cdot x$$

Isto significa que qualquer posição em que se coloquem os blocos A e B, mantendo-se a proporção x/y haverá equilíbrio na balança, desde que o terceiro bloco não se mova, ou seja:

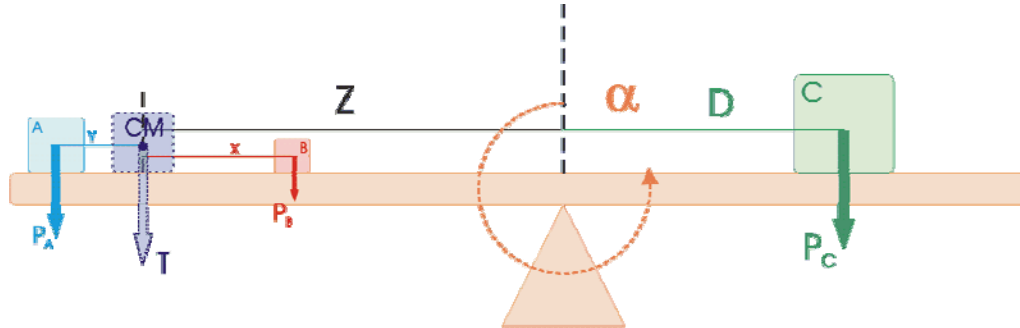


Figura 41: Equilíbrio entre o CM de dois blocos e um terceiro bloco

Aplicando novamente a Equação 13 ao sistema, considerando o sentido de rotação α , como mostrado na Figura 41, teremos:

$$\sum_{i=0}^n M_i \cdot d_i = 0 \Rightarrow +P_A \cdot (y + Z) + P_B \cdot (Z - x) - P_C \cdot D = 0 \text{ em relação a } \alpha,$$

$$+ P_A \cdot (y + Z) + P_B \cdot (Z - x) = + P_C \cdot D$$

$$+ (P_A + P_B) \cdot Z + (P_A \cdot y - P_B \cdot x) = P_C \cdot D$$

Equação 17

A Equação 17, quando analisada conceitualmente, parece inconsistente. O primeiro termo, no primeiro membro da equação refere-se à soma dos pesos dos blocos A e B, na distância do centro de massa. Porém, o segundo termo do primeiro membro também faz referência aos pesos no centro de massa. Uma análise superficial nos levaria a considerar uma soma dupla dos pesos.

Esse equívoco ocorre quando não consideramos a significação do CM. Este ponto só se encontra a distância Z em relação ao centro geométrico da balança devido à

propriedade $\sum_{i=0}^n M_i \cdot d_i = (P_A \cdot y - P_B \cdot x) = 0$, ou seja, pela definição de centro de massa,

sua distância²⁹ ao centro da balança será Z se $(P_A \cdot y - P_B \cdot x) = 0$, então:

$$+ (T) \cdot Z + (0) = P_C \cdot D$$

$$T \cdot Z = P_C \cdot D$$

Equação 18

²⁹ Adotamos a distância entre o ponto fixo e os centros de massas dos blocos como paralelos à prancha por questão de simplicidade, não ocorrendo em erro significativo.

Pela Equação 18, vemos que o equilíbrio na balança permanece constante se a distância Z do centro de massa CM não se alterar. Como já mencionado, esta condição será satisfeita se os blocos A e B continuarem mantendo a proporção x/y.

Na continuidade do texto, será necessário conhecer a dependência da angulação da balança com o deslocamento de uma massa sobre a prancha. O sensor verde/vermelho, que será introduzido na balança digital para acusar o equilíbrio, será dotado de uma **incerteza conceitual**, analisada nos próximos itens. O sensor atribui equilíbrio dentro de uma variação de ângulo em torno da posição horizontal. Porém, isso pode produzir imprecisão quando a massa for pequena. A Figura 42, mostra o deslocamento d_z de um dado peso P_A , colocado sobre a prancha de massa m_B , sob uma inclinação α .

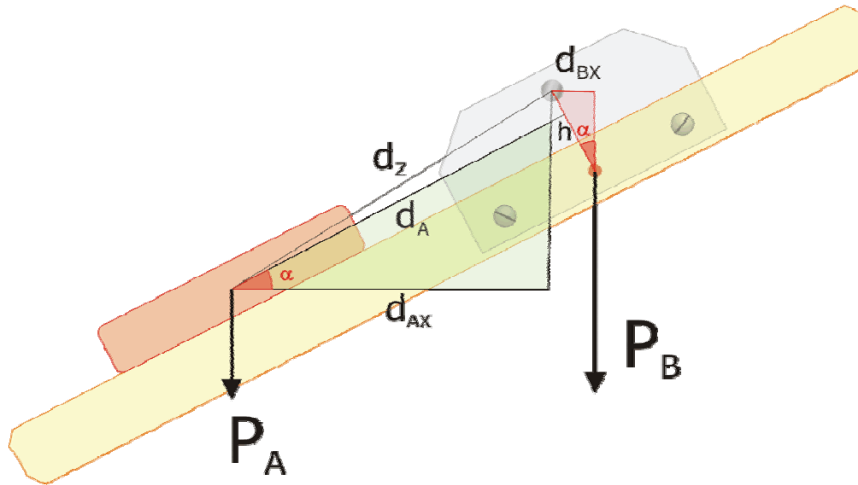


Figura 42: Cálculo de Imprecisão na balança digital

A distância entre o centro de massa da prancha e o ponto de apoio do sistema h relaciona-se com a d_{BX} na relação $\sin \alpha$. Por questão de simplicidade identificamos as distâncias d_z e d_A , cuja relação com a distância d_{AX} se faz pela relação $\cos \alpha$. Desta forma teremos:

$$\sin \alpha = \frac{d_{BX}}{h}; \cos \alpha = \frac{d_{AX}}{d_A}, \text{ onde } d_B = d_X$$

$$\sum_{i=0}^n M_i \cdot d_i = 0 \Rightarrow -P_B \cdot d_{BX} - P_B \cdot d_{AX} = 0$$

$$-P_B \cdot h \cdot \sin \alpha + P_A \cdot d_A \cdot \cos \alpha = 0, \text{ logo}$$

$$d_A = \frac{m_B}{m_A} \cdot h \cdot \tan \alpha$$

Equação 19

Adotando-se $m_A = 100\text{g}$, $m_B = 2000\text{g}$, $h = 0,03\text{m}$ e $\alpha = 3^\circ$ e substituindo na Equação 19, teremos um deslocamento horizontal de aproximadamente $0,031\text{m}$, representando o deslocamento de uma massa de 100g sobre o braço da balança.

$$\Delta d = \frac{m_B}{m_A} \cdot h \cdot (\text{tg} \alpha_2 - \text{tg} \alpha_1)$$

Equação 20

Sendo a angulação inicial $\alpha_1 = 0$ a posição de equilíbrio, a Equação 20 se reduz a Equação 19. Isto significa que massas inferiores a 100g movimentando-se entre duas marcas na balança já estarão sujeitas a imprecisão.

Valendo-nos dos conceitos que conduziram à dedução da Equação 16, podemos realizar uma atividade nas entrevistas clínicas para a determinação geométrica do CM. A Figura 43 apresenta dois blocos justapostos sobre a prancha em equilíbrio; para que o equilíbrio se mantenha é necessário que o centro de massa dos blocos não se altere.

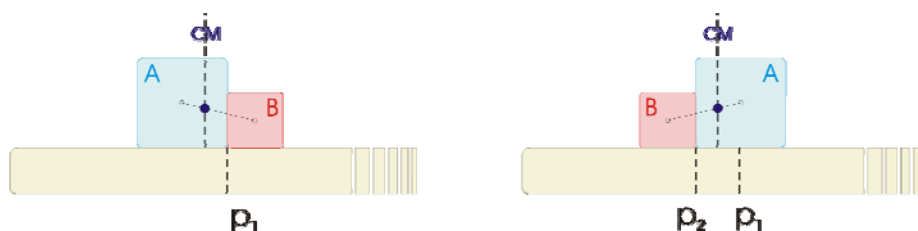


Figura 43: Verificação da posição do centro de massa de dois blocos

Se marcarmos a posição p_1 , interfaces dos blocos, e invertermos a ordem de colocação dos blocos sobre a prancha, a interface passa a ocupar a posição p_2 . A posição do centro de massa CM não se altera no equilíbrio da balança, devendo ocupar, a posição média na distância p_1p_2 .

Esse problema parece de fácil resolução, mas professores de Física, habituados a utilizar o sistema axiomático, encontram muita dificuldade para resolvê-lo. A condição inicial para qualquer resolução matemática, parte da constatação prática do valor médio da distância p_1p_2 para o CM. A dificuldade matemática ocorre porque a Equação 16 permite a posição de simetria entre os blocos.

2.10. A interação – televisão, cinema e computador.

Ao tratarmos de uma concepção de ensino que pretenda utilizar a interação como fundamento epistemológico – utilizar o ambiente virtual como meio de construção de conceitos – poderemos nos valer de experiências acumuladas na implantação de outras tecnologias de comunicação. A televisão e o cinema são um bom exemplo.

Enquanto lhe faltava identidade, a televisão utilizou a linguagem empregada no teatro, mantendo gestos longos e largos, característicos da apresentação a grandes públicos, mantidos à distância e imóveis. Não tardou a descobrir suas potencialidades, tais como, movimentos de câmera e tomadas de cenas como elemento transmissor de sentimentos. O movimento de plano médio para primeiro plano utilizado em novelas, induz no telespectador um avanço na intimidade da personagem, uma atitude de confiança, que um segredo será dito a poucas pessoas e você estará participando desse segredo. A troca rápida de cenas, utilizada em noticiários, traz uma sensação de dinamismo e rapidez, informação precisa e objetiva.

Como meio de comunicação voltado à educação, facilita o acesso a informações diversas, trazendo conhecimentos e levando o telespectador a lugares onde jamais teria condições de estar. Porém, o dinamismo próprio da atividade educativa encontra-se dificultado diante da passividade com que se processa a interação televisiva.

A interação procedente desse meio de comunicação dificilmente atenderá a diversidade cognitiva presente no público televisivo. A dificuldade encontrada em sua essência: uma relação assimétrica. Um expõe e o outro assiste, não existindo propriamente uma interação entre indivíduos. Por essa razão, os programas educativos (suficientemente “abrangentes” para atingir o grande público), têm priorizado a informação, considerando o telespectador um sujeito capaz de compreender o *conceito* como um todo acabado, estático (algo como uma definição), podendo ser transmitido de forma fragmentada, desde que logicamente estruturada. Falta o questionamento, impossível de conseguir quando se prioriza o perceptivo instantâneo, sem espaço para a reflexão. Nossa aprendizagem se processa contando com a interação, na busca de sentido para o mundo. Essa significação caracteriza o individual e o torna ímpar diante dos demais homens.

O cinema seguiu caminho parecido ao televisivo. Inicialmente se inspirou no teatro, mas não demorou a adquirir sua própria identidade. Várias teses de doutorado foram defendidas, mostrando a importância do cinema na educação.

Blasco (2006) trata do assunto trazendo pesquisas no predomínio de uma cultura fragmentária, rápida, com voracidade sensorial, necessitando de uma educação da afetividade como um via de acesso ao racional:

“Parece natural que neste universo seja a imagem sensorial, e não o conceito lógico quem assuma a função de protagonista. É o que o autor (Cebollada, 1997) denomina a “cultura do espetáculo”, um contexto onde o sensorial, a imagem, ficam potencializados por atingirem diretamente o espectador – provocando emoções – sem passar previamente pelo processo de compreensão intelectual. O espectador obtém uma recompensa afetiva imediata com a imagem” (Blasco, p. 28, 2006).

Admite que o racional esteja condicionado pelo sensorial e afetivo. Nem sempre se decide com a razão. Até mesmo o acesso aos intelectual se faz presente o afetivo.

“Na cultura da palavra e do conceito, que também atingem as emoções, torna-se necessária a passagem obrigatória e prévia pelo processo racional para depois surgir a emoção. Com a imagem, este caminho converte-se em atalho, e a emoção é despertada diretamente, sem necessidade de “pagar tributo prévio ao intelecto”. Na cultura do conceito, é preciso compreender primeiro, para emocionar-se depois; na cultura da imagem, as emoções derivam diretamente dos significantes – que são o veículo que carrega os conceitos, o visual que se apresenta – sem ter que se chegar previamente aos significados, ao conteúdo conceitual. (...) A emoção é porta de entrada para posteriores construções lógicas. Quem está acostumado a se guiar pelos sentimentos, pela emoção – provocada na maioria das vezes por imagens, externas ou internas – dificilmente aceitará raciocínios lógicos, se a emoção não lhe facilitar o caminho” (Blasco, p. 29, 2006).

Apesar da necessidade da emoção, quando aponta uma metodologia de ensino pelo uso do cinema, o autor comenta ser fundamental o emprego da interação na tarefa educativa:

“A discussão posterior à projeção de filmes é parte integrante e absolutamente indispensável nesta metodologia. É na discussão que os alunos

vivenciam, na prática, que além de sentir o filme, pode-se pensar e discorrer sobre ele, sem perder a força de impacto emotiva. Existe nos alunos certo receio de racionalizar aquilo que lhes proporcionou um prazer sensível, certamente porque falta o hábito cotidiano desta prática” (Blasco, p. 69, 2006).

A emoção pode ser utilizada como elemento que facilite a aprendizagem, mas que em si mesma, bem se percebe, não modifica o sistema de significação dos alunos. É necessário haver uma sessão de discussão para, através da interação com outros colegas, estruturar o tema abordado nas cenas. A simples exposição a uma situação nova, problemas sociais pertinentes a sua idade ou ideais nobres, não é suficiente para formar conceitos, embora haja impacto pelas emoções. Pode constituir-se um forte instrumental promotor de interesse no assunto, mas passível de esvaecer-se tão logo deixe de ser novidade.

A dificuldade encontrada nesse meio de comunicação parece ser a mesma: promover uma relação assimétrica na comunicação - um expõe e outro se emociona.

Embora uma porção significativa do aprendizado decerto se deva ao ensino – mas ao bom ensino, com bons professores – grande parte resulta da exploração pessoal, do descobrir por si próprio. Até o advento do computador, a tecnologia para o ensino limitava-se a audiovisuais, ensino a distância entendido como módulos transmitidos pela TV, ampliação da atividade dos professores e passividade das crianças. Mas é nesse contexto que a comunicação digital é revolucionária. Ao englobar as mídias anteriores apresenta um fator diferencial importantíssimo: uma relação simétrica. Nos pólos da comunicação encontraram-se dois indivíduos em constante interação (ambos falam e ambos escutam).

O computador mudou a relação ensino-aprendizagem de forma radical. O aprender-fazendo tornou-se regra e não a exceção. Uma vez que o computador pode simular quase tudo, podemos desenvolver novas bases epistêmicas, indo além de fatores práticos tais como evitar gasto de reagentes em um laboratório de química. Devemos colocar o potencial de nossos alunos como função educativa pedindo que projetem laboratórios de química, que simulem reações de explosão, que brinquem com a programação.

“Brincando-se com a informação – sobretudo em se tratando de coisas abstratas -, o conteúdo adquire maior significado. Eu me lembro quando a professora do meu filho na terceira série contou-me com tristeza que o menino era incapaz de somar ou subtrair números com dois ou três dígitos. Que

estranho, pensei comigo; afinal, ele era sempre banqueiro quando jogávamos Banco Imobiliário e parecia lidar muito bem com todos aqueles números. Sugerir a ela, então, que lhe passasse as mesmas contas para fazer, mas em dólares, e não apenas números. E, veja só, de repente ele se tornou capaz de somar números de três dígitos e até mais. A razão é que os dígitos não eram mais números abstratos e sem significado: eram dólares que tinham a ver com o Banco Imobiliário (Negroponte, p. 190, 2002).

No digital há ação, atividade que se processa na interação. Grande parte dos adultos não consegue entender como é que as crianças aprendem com jogos eletrônicos. A suposição generalizada é a de que esses brinquedos as transformam em viciados cheios de tiques, sendo ainda piores que a televisão. Não há dúvida, porém que os jogos eletrônicos ensinam estratégias às crianças e exigem delas uma capacidade de planejamento que lhes será útil em sua vida futura. À medida que os jogos forem se instalando em computadores pessoais mais poderosos, nós assistiremos ao surgimento de mais ferramentas de simulação (como por exemplo, SimCity), e jogos mais ricos em informação.

Papert propôs o uso de computadores na educação criando, metafórica e literalmente, um mundo chamado Matematicolândia, no qual a criança aprenderá matemática da mesma forma que aprende línguas. As técnicas modernas de simulação permitem a criação de micromundos nos quais as crianças podem, brincando, explorar princípios bastante sofisticados.

Negroponte comentando o triunfo de um menino que, na Henningam School, realizara uma construção sofisticada com Lego, este pequeno momento de glória proporcionou-lhes algo muito importante que o conhecimento: a alegria do aprender.

“Talvez nossa sociedade tenha muito menos crianças incapazes de aprender e muito mais ambientes incapazes de ensinar do que hoje percebemos. O computador pode mudar essa realidade fazendo-nos mais capazes de chegar até as crianças com diferentes estilos cognitivos e de aprendizado” (Negroponte, p. 189, 2002).

O que levou os alunos de Blasco ao interesse pelo cinema foi o envolvimento afetivo, apesar de um conjunto de sensações não chegar ‘a conceituação. Parece ser este o ponto de confluência entre mídia digital e aprendizado: mover o aluno ao seu próprio interesse (afetividade). Podemos até afirmar que a falta de interesse do aluno por assuntos educacionais seja a falta de prática em “interessar-se por algo”.

Terminamos com as palavras de Valente mencionando que a melhor forma de utilizarmos os recursos digitais na computação é aprender a ensinar a máquina:

“Entretanto, em minha opinião, o que contribui para a diferença entre essas duas maneiras de construir o conhecimento é a presença do computador - o fato de o aprendiz estar construindo algo usando o computador (computador como máquina para ser ensinada). Nesse caso, o computador requer certas ações que são bastante efetivas no processo de construção do conhecimento” (Valente, 1993).

3. O OBJETO DIGITAL

A interação do sujeito com um objeto digital certamente é diferente da encontrada em um objeto material e deve ser investigado com cuidado. Não basta contarmos com a qualidade visual do objeto (embora seja indispensável) para garantir uma equivalência de processos cognitivos. É necessário investigarmos a ação do sujeito sobre ambos. Uma breve descrição da confecção do objeto material se faz necessário para evidenciarmos os problemas relevantes ao desenho do objeto digital.

3.1.1. O objeto material

A teoria correspondente ao equilíbrio da balança, utilizada por Piaget, foi realizada em uma época determinada. No início de nossa pesquisa procuramos verificar quais desses resultados seriam aplicáveis ao nosso contexto educacional, tendo em conta as diferenças culturais e temporais existentes entre as pesquisas. Além disso, a adequação da teoria aos dados experimentais é base para eleger esta ou aquela epistemologia como orientadora da pesquisa.

Realizando uma exploração entre dez crianças de 11 a 15 anos, perguntamos qual a idéia que faziam a respeito de “balança de braços” (Figura 44).



Figura 44: Balança de braços.

As crianças menores não conheciam tal instrumento como instrumento de medida. O uso de balanças eletrônicas em shopping, supermercado, padarias, farmácias, ambulatórios, etc. pode ser a causa desse fenômeno. Assim, modificamos o objeto de pesquisa, originalmente utilizado por Piaget (balanças de

pratos), fazendo-o o mais parecido com uma gangorra de parques de diversão. Transformá-la em gangorra facilitaria a elaboração do objeto digital, principalmente em relação às variações de possíveis lógicos, mais restritos em uma balança de braços. A necessidade de treinamento no Método Clínico também contribuiu na decisão de confeccionarmos esse objeto (Figura 45).

Das pesquisas bibliográficas, concluímos que os objetos digitais existentes eram inadequados à pesquisa. Careciam de suporte epistemológico, restringindo-se a simulações, expondo conceitos de forma hierárquica e, principalmente, não se assemelhando a gangorra.



Figura 45: Balança tipo “gangorra”.

O objeto material passou por uma longa etapa de aperfeiçoamento:

a) Com a transformação da balança em gangorra encontramos um problema de estabilidade na posição de equilíbrio. Uma prancha horizontal, sustentada em seu centro de massa encontra-se em equilíbrio indiferente, dificultando a estabilidade junto à posição de equilíbrio. O problema foi resolvido por uma pequena elevação do centro de apoio, tornando o equilíbrio do conjunto estático e estável (Figura 46).

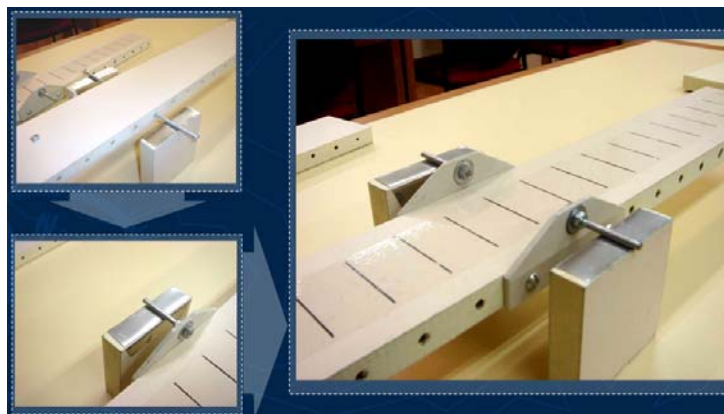


Figura 46: Modificação do ponto de apoio da barra

b) Uma escala, com divisões de 3 cm, colada sobre a prancha, permitiu uma avaliação da distância sobre os braços (Figura 47). Uma precisão maior mostrou-se desnecessária, em previsão das características a serem incorporada no objeto digital (a resolução dos monitores foi o fator limitante das divisões).

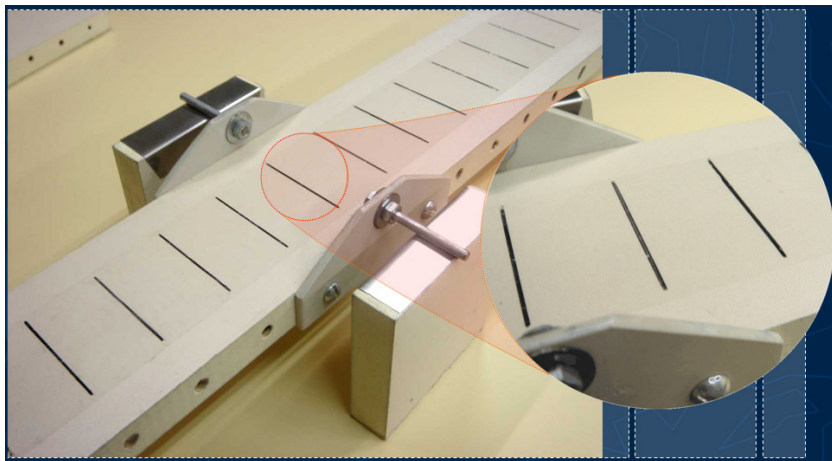


Figura 47: Escala confeccionada sobre a balança

d) O aumento do número de possíveis lógicos nos observáveis do objeto foi cautelosamente incorporado ao objeto digital, para evitar a criação de “novidades” indesejáveis, modificando epistemicamente o objeto originalmente pesquisado por Piaget. Tal procedimento se efetivou alterando tamanho, forma, densidade dos objetos materiais (embutir metal dentro de cilindros de madeira, dimensionar blocos com relação de dobro na massa, construir blocos idênticos em fórmica para fácil união com fita dupla face durante a pesquisa, etc.).

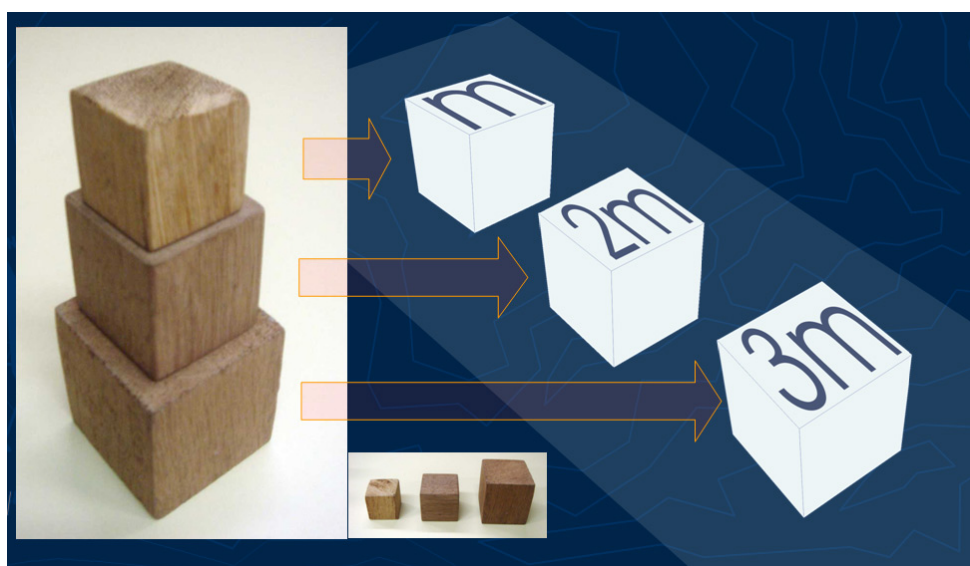


Figura 48: Relação entre as massas dos blocos

3.1.2. O objeto digital

Uma primeira versão do objeto digital foi desenhado em linguagem ActionScript - Macromedia, conforme a Figura 49.

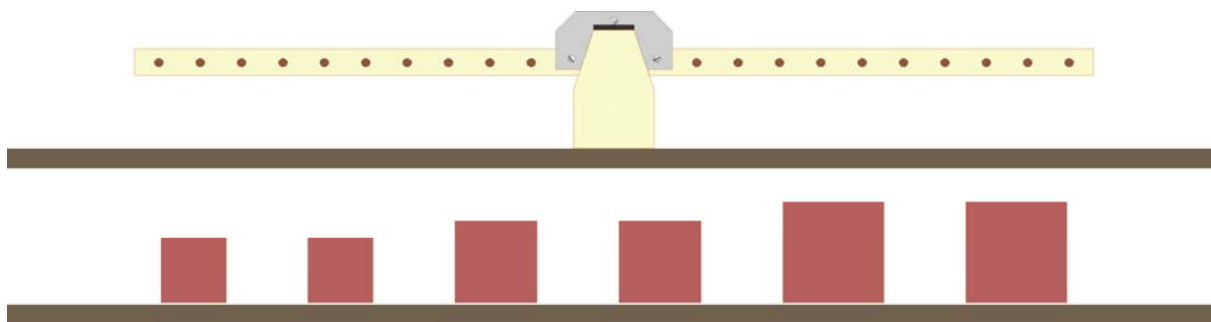


Figura 49: Primeira concepção de balança digital.

O realismo físico desejado para esse objeto encontrava-se limitado, necessitando um grau de abstração elevado para inferir **pesos** dos **quadrados** de tamanhos diferentes. Realizamos uma nova tentativa incorporando fotos de partes da balança à simulação em Flash (Figura 50).

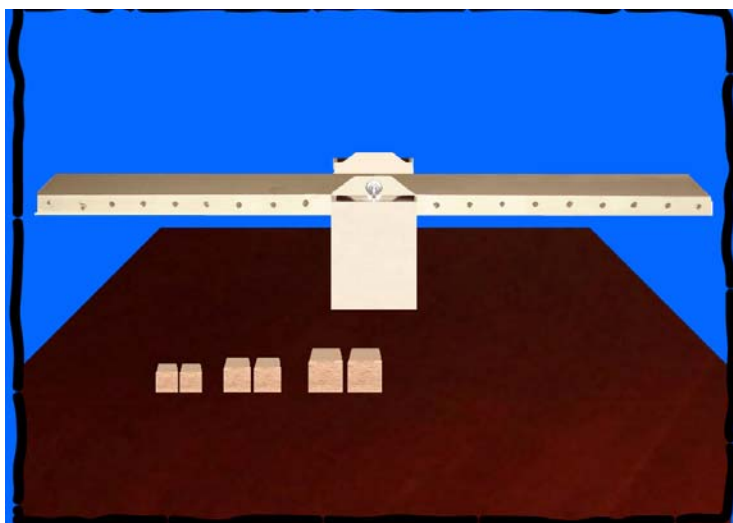


Figura 50: Segunda concepção balança digital

Um dos integrantes da equipe do LEC/UFRGS³⁰, por ter experiência com simulações computacionais de dinâmica de corpos rígidos aplicadas à robótica, sugeriu que o objeto balança fosse desenvolvido em um simulador de sua autoria³¹.

³⁰ LEC – Laboratório de Estudos Cognitivos – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Este simulador disponibiliza uma série de recursos para a construção de mundos virtuais interativos com física realística, sendo que a modelagem dos elementos e suas características são feitas através da linguagem Lua³². Essa linguagem combina sintaxe simples para programação procedural com poderosas construções para descrição de dados, baseadas em tabelas associativas, dispondo de gerenciamento automático de memória com coleta de lixo incremental.

O novo objeto digital foi desenhado com as mesmas proporções do material, permitindo ao sujeito executar semelhantes coordenações inferências (Figura 51).



Figura 51: Balança digital na simulador Phi.

Elementos que não faziam referência epistêmica direta com o objeto material foram simplificados, ou mesmo subtraídos. A posição de equilíbrio tornou-se de difícil observação em uma tela de computador. Por essa razão foi incluído um sensor visual, ponto **P** da Figura 51, de cor verde no equilíbrio e vermelha quando não. Além disso, adicionamos um amortecimento na oscilação muito maior que o real, encurtando o tempo de espera para a posição de estabilidade.

O processo cognitivo que se deseja investigar no ambiente digital está marcado por uma restrição epistêmica: a abstração empírica. O ambiente digital retrata uma imagem particular do mundo. Ao manipular o mouse, o sujeito estará manipulando sua representação de objeto, considerando sua própria ação de modo objetivado e, conseqüentemente, já em um nível de abstração. Tal movimentação expressa uma forma particular de abstração pseudo-empírica, no sentido que a

³¹ Sistema PHI, de autoria de Daniel Basso – Bolsista LEC/UFRGS, base da elaboração do nosso protótipo. Disponível em <http://www.lec.ufrgs.br/~dmbasso/phi/doku.php>

³² Mais informações em <http://www.lua.org>

representação observada na tela é real, fisicamente manipulável³³. Trata-se antes de tudo, de uma atribuição de significado a um significante morfolologicamente diferente, tanto em suas dimensões (espacial para plana) quanto na limitação de interação.

No entanto, mídias integradas não irão por si só superar tais limitações. Se o sujeito não colocar seus esquemas da inteligência para interferirem na própria organização da lembrança, no momento da evocação, pouco será reconstituído. Até a lembrança necessita de reestruturação, na passagem da memória de trabalho para a de longa duração.

“O fato imprevisto que nossas observações puderam colocar em evidência é que, ao lado das degradações ou alterações, podem se produzir melhorias qualitativas da lembrança no espaço de uma semana ou de alguns meses (...). Não se pode excluir a hipótese de que a lembrança de um ensinamento ou de uma conferência que se assistiu possa ser melhor depois que alguns progressos na reflexão tenham permitido a reconstrução de certos traços, que não tenham sido esquecidos, mas que simplesmente não tivessem antes sido percebidos; ou ainda que uma experiência prática que foi adquirida no intervalo conduza no sentido de enriquecer, por reorganização, lembranças antes cheias de lacunas, que datavam de antes desta melhoria da compreensão” (Piaget, p. 383, 1979/2).

Em outras palavras, a memória também é uma construção, em contínua reconstrução.

3.1.3. Um capítulo especial: a interface

Quando começamos a desenhar os objetos de aprendizagem, nossas preocupações se voltaram para a interface, ou seja, como o aluno veria o objeto digital balançar. Utilizando um comentário feito por Negroponte a respeito dos filmes *2001: Uma odisséia no Espaço* e *The knowledge Navigator*, afirmamos que a melhor interface é aquela que desaparece.

³³ Abstrações pseudo-empíricas exigem que o sujeito modifique o objeto ou pela ação, ou por atribuição de propriedades tiradas de suas coordenadas (Coord. S), o que também é facilitado no digital.

“O que HAL e Knowledge Navigator têm em comum é o fato de exibirem tal inteligência que a própria interface física quase desaparece. É nisso que reside o segredo do projeto de uma interface: fazê-la desaparecer” (Negroponte, p. 93, 2002).

É importante lembrar que as dimensões de tela, o desenho ergonômico do mouse e tantos outros fatores humanos da interface, influenciam na interação do sujeito com o objeto. Mas o primordial para se realizar a análise desses fatores encontra-se no desenvolvimento dos processos cognitivos. Devemos decidir o que deve ser copiado no objeto, por ser impossível copiar todas as suas propriedades. Sempre teremos a limitação do ambiente digital como um modelo do mundo real, obrigando o programador a escolher quais qualidades do objeto serão transpostas ao digital como propriedades. Sempre haverá a interpretação do real, e por isso mesmo, a necessidade de ponderar quais dessas propriedades são relevantes para a formação do conceito. E é desta forma que justificamos a necessidade de utilizarmos uma simulação 3D da balança, mostrada na Figura 52.

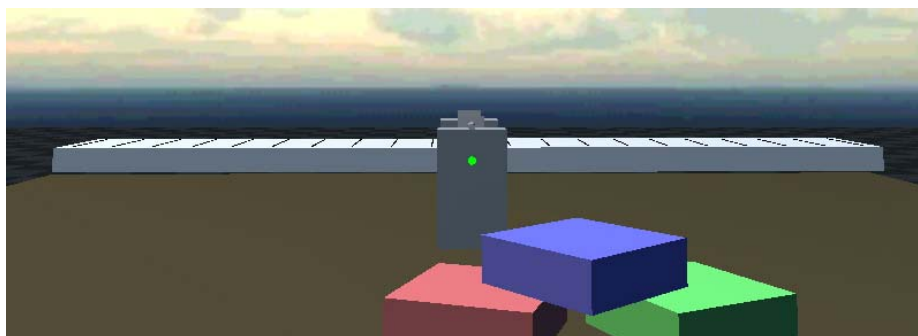


Figura 52: Balança digital simétrica.

Apesar de ser uma linha de investigação muito interessante e promissora, evitamos utilizar um tutor à distância, por desejarmos investigar a interação do sujeito com o objeto, oferecendo-lhe desafios personalizados, de acordo com o processo cognitivo que esteja em desenvolvimento no momento da interação. Isso só será possível em uma etapa posterior, de posse de uma ontologia baseada na formação das estruturas cognitivas. A aplicação de contraprovas, fator importante para verificação de certezas provisórias e tomadas de consciência, também ficariam comprometidas nesse primeiro momento digital.

Para a escolha dos blocos, foi desenhado um menu flutuante (Figura 53), no qual se pode escolher o “tamanho” e a cor de cada bloco.

Um ponto central na balança (mudando de cor de verde a vermelho) indica a posição de equilíbrio, dentro de uma faixa de $\pm 3^\circ$ da horizontal (Figura 54).

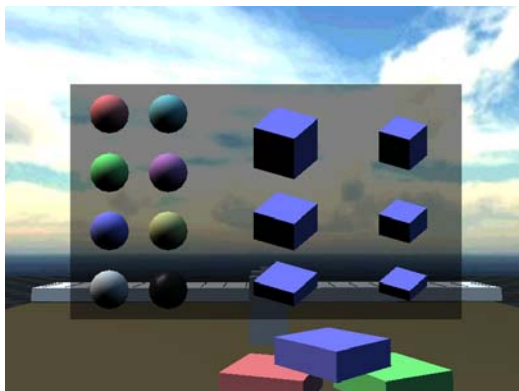


Figura 53: Menu flutuante de tamanho e cor dos objetos

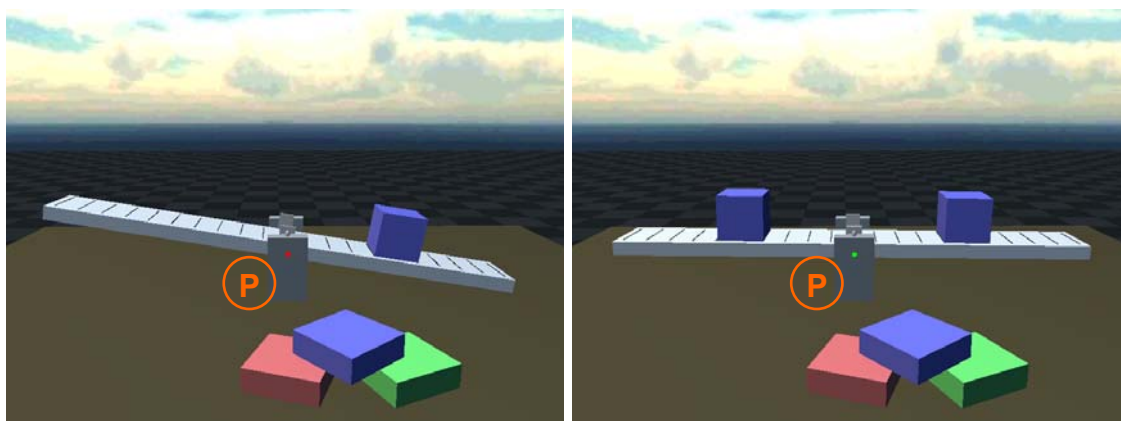


Figura 54: Ponto P indicador de equilíbrio na balança digital.

Apesar da simulação permitir variação na posição de fixação do suporte na prancha, preferimos fixá-lo em um único ponto de assimetria e tratar essa modalidade como sendo outro tipo de balança, adotando-se o mesmo procedimento para a balança dupla (Figura 55).

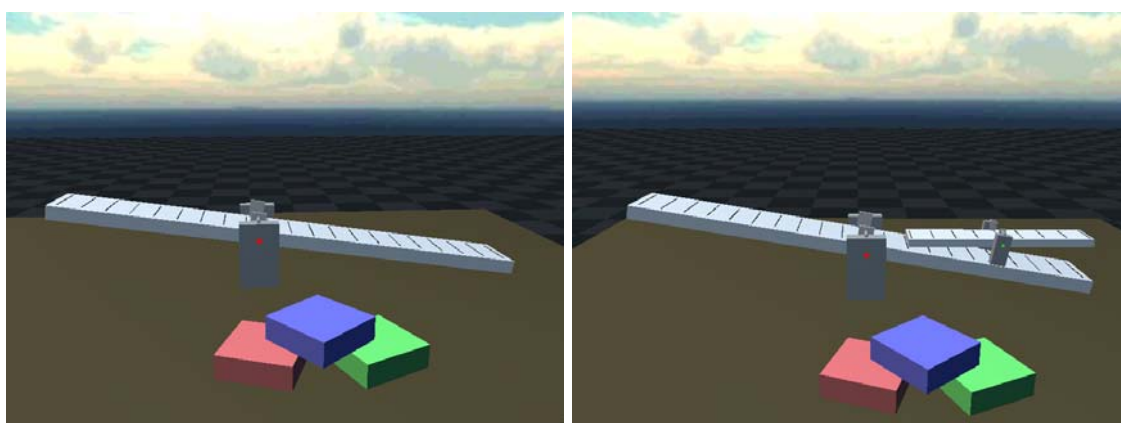


Figura 55: Balanças digitais assimétrica e dupla.

Alguns passos redundantes foram eliminados no objeto digital:

a) medir os cilindros a partir de uma massa padrão;

b) apanhar três blocos, unindo dois blocos e comparando-os com o terceiro, a fim de obter a proporção dobro no peso e $\frac{1}{2}$ na distância (a mesma experiência e conseguida, sobrepondo-se dois blocos pequenos).

Para facilitar a observação existem movimentos de câmara à disposição do observador, permitindo deslocar-se através do cenário e verificar com mais precisão as posições dos objetos na prancha. As telhas “A” e “D” movimentam a câmara para a esquerda e direita, “W” e “S” para frente e para traz, as teclas “C” e “Espaço” para cima e para baixo (Figura 56).



Figura 56: Teclas de navegação das câmeras no simulador Phi.

4. METODOLOGIA

4.1. Tipo de pesquisa

Baseamos a escolha da metodologia de trabalho nas seguintes evidências encontradas na pesquisa bibliográfica e entrevistas com alunos:

1. Os processos cognitivos são eminentemente pessoais, diferindo de indivíduo para indivíduo enquanto fazendo parte de uma história, mas semelhante quanto ao processo lógico.
2. A interação do sujeito com o objeto permite uma gama muito grande de variações, ainda mais se tratando de crianças e adolescentes, cuja criatividade e atitudes inusitadas são imensas.
3. A interação do pesquisador com o sujeito é fonte de estudo do desenvolvimento cognitivo desse sujeito, formando um único conjunto de análise.
4. Por haver interferência do pesquisador, o objeto de pesquisa não pode ser o resultado final (se o aluno é capaz de realizar alguma tarefa devido à interação com o objeto digital), mas o próprio processo em desenvolvimento.

A metodologia de interrogatório clínico foi escolhida devido ao seu caráter sistemático e flexível diante das condutas muitas vezes imprevisíveis da criança. Desta forma, entrevistamos 52 alunos com o intuito de obter o maior número de reações originais surgido do problema particular do equilíbrio.

O método de exploração crítica necessita uma hipótese prévia das condições epistemológicas dos sujeitos para, através das condutas observadas, concluir sua exatidão ou promover as alterações necessárias. Esse método poupa tempo em relação aos sistemas de questionários, pela imediata variação de situações experimentais surgidas no momento da interação, originária do diálogo com a criança e o experimentador, acentuando ainda mais os aspectos críticos e reveladores do processo-problema em desenvolvimento.

Assim, a entrevista clínica varia conforme o problema seja de natureza lógica ou de ordem física. Nesse último, a criança tem possibilidade de confrontar as suas previsões com a leitura de resultados experimentais, enquanto que, nas quantificações lógicas, lida com julgamento, cujo critério de verdade é sua coerência.

Muitas vezes nos perguntamos se esse método de investigação não permitiria uma excessiva atuação do sujeito, intervindo variáveis não controláveis do experimentador? Nesse sentido, o método clínico exige do experimentador uma

ampla formação teórica/experimental, bem como flexibilidade, tendo claro o problema de pesquisa, suas hipóteses e táticas apropriadas à sua abordagem. Importa saber observar e escutar a criança, cujas condutas reservam surpresas contínuas. A pesquisa será tanto mais proveitosa quanto mais dados imprevistos forem encontrados. Somente depois de ter recolhido um conjunto de condutas, o mais completo possível, poderemos desenvolver uma planificação experimental, escolhendo as situações, os tipos de perguntas e contra-argumentos. Portanto, o prontuário de perguntas orientador da entrevista clínica deve ser continuamente refeito, em processo de *feedback* contínuo, até a redução das novidades.

O desenvolvimento cognitivo dependente das condições sociais, etária e de interação realizada pelo sujeito durante sua vida. Torna-se infrutífero buscar uma comparação entre alunos neste processo, por não partirmos de condições cognitivas idênticas. O que interessa analisar são as modificações de estrutura, que postulamos ser possível de observar durante uma atividade prática. Em outras palavras, comparar o aluno com ele mesmo, utilizando duas ou três entrevistas.

Partindo dessas premissas, reconhecemos que esta pesquisa se baseia em uma **análise qualitativa** dos processos cognitivos que se desenvolvem durante a interação com a balança tipo gangorra.

As primeiras explorações tiveram o objetivo de comprovar os fenômenos observados por Piaget em suas pesquisas, verificando quais as dificuldades encontradas pelos sujeitos, suas variações e as possíveis interpretações para as discordâncias. Além disso, almejávamos encontrar um método de avaliação do processo em desenvolvimento e não o perfil cognitivo de uma determinada população.

Quantas entrevistas seriam necessárias?

No início do trabalho era impossível responder a essa pergunta. Nossa análise teria que continuar até o momento em que se esgotassem as novidades epistêmicas, ou seja, diante das ocorrências registradas pudéssemos afirmar que as seguintes seriam casos particulares das anteriores. Para o estudo exploratório nas escolas, foram entrevistados 4 estudantes por série, concentrando-nos, em seguida, nas 7^{as} e 8^{as} séries do Ensino Básico, quando atingimos a estabilidade de novidades. Este ponto é conhecido como ponto de saturação:

“[o término de uma pesquisa qualitativa ocorre] quando, a partir de certo número de entrevistas, o pesquisador tem a impressão de não

apreender nada de novo no que se refere ao objeto de estudo” (Bertaux, p. 46, 1980)

"Numa metodologia de base qualitativa, o número de sujeitos que virão compor o quadro das entrevistas dificilmente pode ser determinado a priori – tudo depende da qualidade das informações obtidas em cada depoimento, assim como da profundidade e do grau de recorrência e divergência destas informações. Enquanto estiverem aparecendo ‘dados’ originais ou pistas que possam indicar novas perspectivas à investigação em curso, as entrevistas precisam continuar sendo feitas (...). Quando já é possível identificar padrões simbólicos, práticas, sistemas classificatórios, categorias de análise da realidade e visões de mundo do universo em questão, e as recorrências atingem o que se convencionou chamar de ‘ponto de saturação’, dá-se por finalizado o trabalho de campo, sabendo que se pode (e deve) voltar para esclarecimentos". (DUARTE, 2002).

4.2. Os sujeitos de pesquisa

Os primeiros estudos sobre objetos digitais começaram por uma simulação da fusão do gelo em um copo com água, onde profissionais de diversas áreas (professores de Física, de Biologia, e de Computação, advogados, engenheiros e estudantes de várias idades), deram suas opiniões sobre o nível de líquido contido no copo (Apêndice C p. 169).

Para nossa surpresa, professores de Física encontraram dificuldade para compreender o fenômeno, indicando que os conhecimentos axiomáticos aprendidos durante sua formação acadêmica não foram suficientes para resolver esse problema de ordem prática.

Com essa informação nos sentimos ainda mais interessados em abrir o espectro de pesquisa a indivíduos fora da faixa etária de 12 a 14 anos, temendo formular uma conclusão de âmbito particular.

Realizamos 111 entrevistas em 52 alunos de Educação Básica em Escola Pública, distribuídas de acordo com o Gráfico 1.

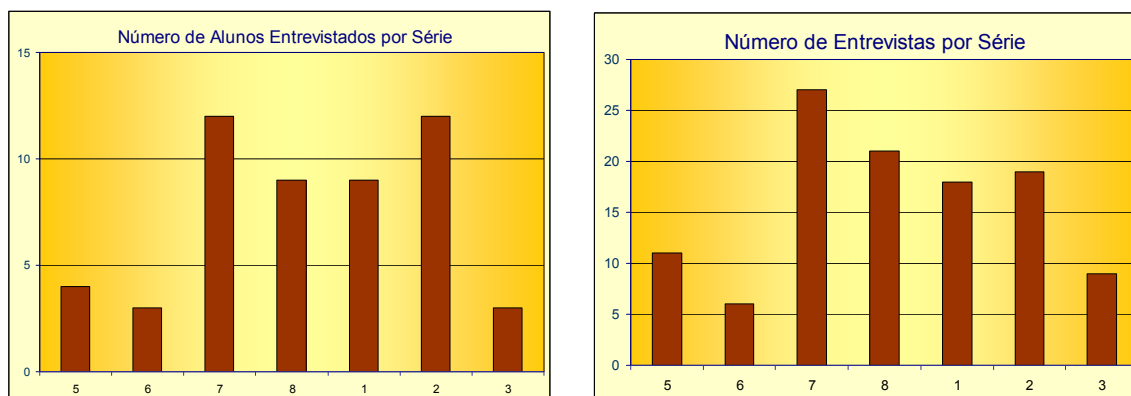


Gráfico 1: Número de alunos e entrevistas por série

Para a escolha da faixa etária levamos em conta as pesquisas realizadas por Piaget. Elas apontam para uma tomada de consciência do equilíbrio na balança por volta dos 12 e 14 anos (ver p. 71, descoberta da lei).

4.3. Técnica de registro de dados

Os dados obtidos nas entrevistas clínicas foram registrados em vídeo digital, gravadas em 22 mídias DVD de 4,7Mb, perfazendo 42 horas de gravação. Nessa grande massa de dados, encontramos entrevistas com professores de Física (4), Biologia (2), Ensino Primário (2), Computação (2), Advogados (2) e, a grande maioria, alunos do Ensino Básico do Colégio Militar de Porto Alegre, Instituto de Educação General Flores da Cunha (POA) e Escola Municipal de Ensino Fundamental São João Batista, de São Leopoldo (RS).

4.4. Inversão de método

4.4.1. Tabela dos alunos pesquisados

Para melhor visualização dos processos, as condutas dos alunos foram organizadas em quadros semelhantes ao Quadro 3, abaixo.

Sujeito		Registro das Ações dos Alunos																	
		● total				■ parcial				○ insuficiente				× não verificado					
		Balança Simétrica								Balança Assimétrica				Balança Dupla					
		IA	IB	IIA	IIB	IIIA	IIIB	IV	V	IA	IB	II	III	IV	I	IIA	IIB	III	IV
Jess[8f;15]		●	●	●	●	×	×	×	×	●	●	●	●	■	●	●	■	○	○
Kal[5f,11]		●	●	●	●	×	×	×	×	●	●	●	●	■	●	●	■	○	○

Quadro 3: Registros de Entrevistas nas Balanças

A notação Jess[8;15] representa a identidade da estudante hipotética Jéssica resguardada pelo pseudônimo Jess. Os números entre colchetes significam a série/nível e a idade respectivamente. Os itens [IA, IB, IIA, IIB, IIIA, IIIB, IV, V, etc.], na 4ª linha do Quadro 3, são os processos cognitivos referentes à experiência (Balança Simétrica, Assimétrica e Dupla). Tais processos estão descritos no Apêndice E, p. 171 e Apêndice F, p. 172.

A notação [● ■ ○ e ×] refere-se aos resultados obtidos pelos estudantes nos níveis lógicos, mostrando se esses resultados foram alcançados de forma total, parcial, insuficiente ou não verificados. O Quadro 10 do Apêndice E, mostra a transcrição dos dados dos primeiros estudantes entrevistados.

Apesar dos dados experimentais indicarem que a escolha da 7ª Série como foco de pesquisa foi apropriada, preferimos agir com cautela. Ao restringirmos o estudo a uma série ou a uma faixa etária devemos considerar os seguintes fatores:

- a) Os mesmos processos cognitivos se desenvolveram em alunos da 7ª Série e da 5ª Série, mas de mesma faixa etária, podendo-se atribuir certa prevalência à idade ao invés da série. Em alguns casos, alunos da 5ª Série apresentaram desenvolvimento cognitivo mais estruturado que alunos de 7ª Série.
- b) Existe uma predominância na formação do conceito de equilíbrio em certas faixas etárias, concentradas na 7ª e 8ª Séries do Ensino Fundamental, mas que não é relevante para admitir uma moda.
- c) As entrevistas clínicas revelaram que alunos que respondiam corretamente perguntas, dando mostras de uma operação formal, encontravam-se em estágio operatório concreto. O acerto das respostas não implica desenvolvimento cognitivo e muito menos conhecimento do sistema de significação do aluno.

Essas constatações revelaram ser improdutivo trabalharmos com médias de acertos ou erros, na avaliação do objeto digital. Optamos por verificar os **processos cognitivos que se desenvolveram no objeto material e os possíveis de serem produzidos no digital**. Esse ponto é muito importante de ser esclarecido.

A intervenção do professor é importantíssima no processo e **pode ser confundida com carisma do professor, invalidando a análise do objeto**.

O professor entrevistador deve procurar descobrir o processo cognitivo que o aluno desenvolve durante a interação. Não busca classificá-lo, mas verificar se tais

processos se desenvolvem na atividade digital e/ou digital, que permite ao aluno descobrir coisas novas (realização de abstrações reflexionantes e/ou tomadas de consciência). Como esta modificação cognitiva só se realiza diante um desequilíbrio nas certezas do sujeito, a intervenção do professor é insubstituível enquanto promotor de desafios ao aluno. Portanto, deve ficar bem clara a atuação do professor e do objeto. Este último deve promover as condições necessárias ao professor realizar o desafio e não o contrário.

Um tutor digital poderia promover tais desafios somente em casos já registrados, devendo, no evento novo, ter a interferência do professor. Portanto, uma ontologia aprimorada por professores com conhecimento epistemológico teria maior chance de promover uma aprendizagem construtiva. Classificar os alunos por níveis, como na Tabela 2, permite apenas uma avaliação global, difusa, sem objetividade epistêmica.

Propomos, então, uma inversão no método de avaliação.

4.4.2. Alunos com várias tabelas

Decidimos, portanto, verificar quais os processos cognitivos que se desenvolviam durante as entrevistas e, a partir dos registros das ações do sujeito, comparar o desenvolvimento de processos cognitivos no ambiente material e digital.

A Tabela 2 apresenta um extrato de três entrevistas realizada com o aluno Cri[7;12].

Nas linhas ordenamos os processos cognitivos semelhantes, razão pela qual a última coluna apresenta as linhas de 0 a 3 vazias, significando a ausência de tal processo. Neste exemplo, podemos verificar a redundância no questionamento, motivo da ausência terceira entrevista.

Na primeira linha temos o tipo de objeto (material ou digital) e a data da entrevista clínica. Na segunda coluna de cada entrevista encontra-se o processo lógico desenvolvido, sob a forma de expressão lógica.

Tabela 2: Três entrevistas realizadas com um aluno hipotético Cri[7;12]

	Cri[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
0	Prof.	A balança está em equilíbrio.	$h = h'$	A balança está equilibrada? Por quê?	$h = h'$		
1	Cri[7;12]	Sim. Porque está a mesma altura	$h = h'$	Porque está retinha.	$h = h'$		
2	Prof.	Pode ser colocado apenas um bloco e continuar em equilíbrio?	Noção de equilíbrio por simetria				
3	Cri[7;12]	Não.	(o)				
4	Prof.			Gostaria que você pegasse este bloco e colocasse na balança e a fizesse continuar em equilíbrio. Tem como fazer isso?	Noção de equilíbrio por simetria	Se você for colocar um só peso na balança em que lugar você irá colocar?	
5	Cri[7;12]			Tem		No meio.	
6	Prof.			Você já colocou direto no meio. Por quê?		Porque você vai colocar aí no meio?	
7	Cri[7;12]			Porque, se eu colocar de qualquer lado ela vai se mexer.	$p[q] + q[p] \rightarrow$ desequilíbrio	Porque não tem como colocar em outro lugar e ele ficar em equilíbrio.	$p[q] + q[p] \rightarrow$ desequilíbrio
8	Prof.					Você tem idéia porque bem no meio equilibra?	

Trabalhar com o aspecto lógico não significa tirar importância dos afetivos ou psicológicos que intervêm na entrevista. Escolhemos tal aspecto por ser diretamente observado, com experiências bem delimitadas, podendo-se verificar o processo cognitivo pela ação do sujeito sobre observáveis do objeto.

Realizamos as experiências em um curto intervalo de tempo para podermos analisar qual a alteração sofrida na estrutura cognitiva próxima a equilibração, tais como prevalência do antigo sobre o novo. Embora o aluno responda de forma diferente em novas entrevistas, sempre o faz com os conceitos que já se encontram equilibrados em sua estrutura cognitiva. Mesmo podendo responder de forma mais precisa, retorna a subsistemas mais estáveis.

4.5. Procedimentos experimentais e análise dos dados

O procedimento experimental seguiu a seqüência de etapas descritas no mapa conceitual da Figura 57.

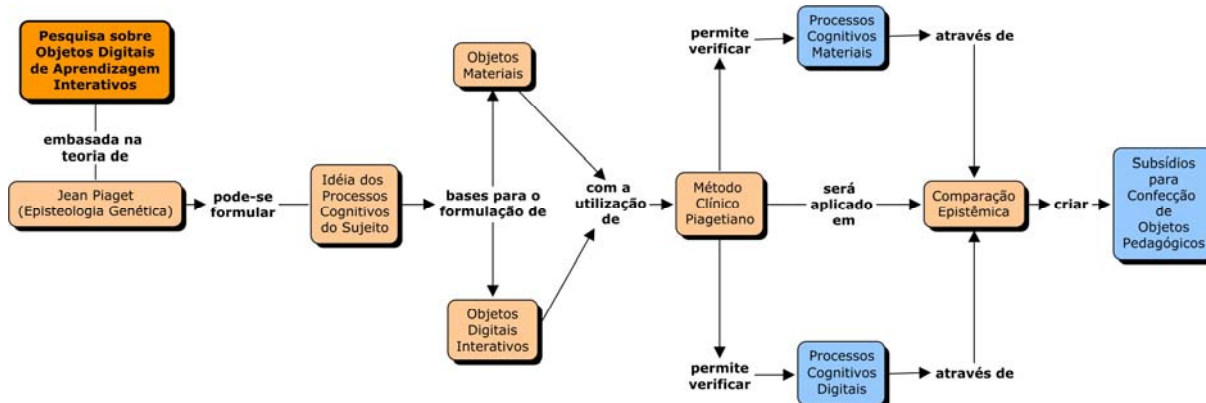


Figura 57: Procedimento experimental para análise dos dados

O domínio das operações lógicas que envolvem as transformações do Grupo INRC ocorre por volta dos 12-14 anos. A transcrição dos vídeos para uma mídia escrita, além de ser impraticável para todas as entrevistas gravadas, tornaria enfadonha sua leitura e destituída de qualquer sentido para este trabalho. Portanto, efetuamos uma análise pormenorizada em dois alunos, um da 5ª série, de pseudônimo Beck[5;13] e outro da 7ª série, de pseudônimo Clari[7;12], cuja transcrição encontra-se no Apêndice J, p. 178 e Apêndice L, p. 197 respectivamente. Neles se podem resumir os principais processos que utilizamos para a análise dos dados.

4.6. O protocolo utilizado

Recorrendo ao procedimento utilizado por Piaget (Piaget, p.73, 1978), com as devidas adaptações, formulamos uma seqüência de atividades para orientar a entrevista clínica³⁴. Ao longo da entrevista ocorreram alterações na seqüência, em função das novidades encontradas nas ações dos alunos. São elas:

a) Inicialmente, apresenta-se a **prancha C** solta e com o **suporte A** em seu centro

³⁴ A diferença entre a Entrevista Clínica e o Método Clínico é a seguinte: enquanto a entrevista clínica verifica as estruturas do pensamento da criança somente através de seus aspectos verbo-conceituais da forma mais espontânea possível, o Método Clínico observa ainda sua ação inteira. No contexto dessa proposta, ambos os termos serão utilizados indistintamente.

como apresentado na Figura 58.

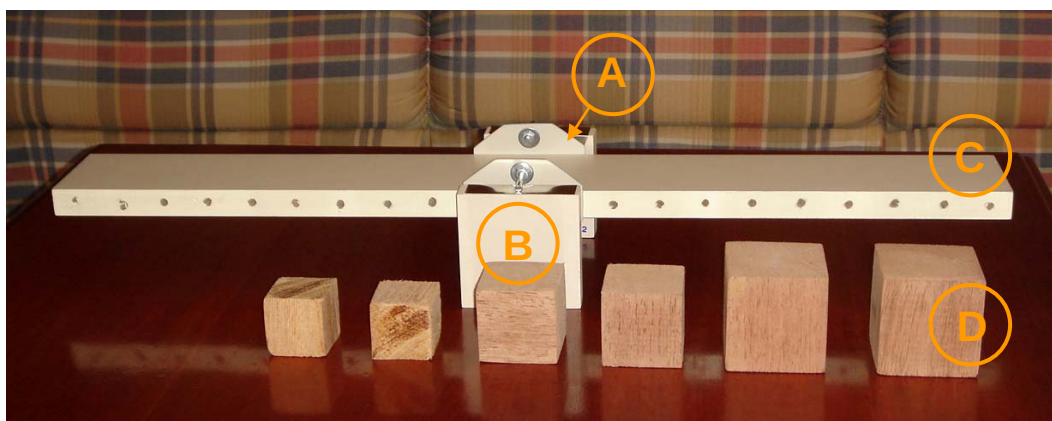


Figura 58: Balança material tipo “gangorra”.

- b) Pergunta-se ao sujeito o que ocorrerá com a prancha quando for colocada sobre o **apoio B**? Pede-se que apanhe um **peso D**, e coloque na balança, mantendo-a em equilíbrio.³⁵
- c) Depois de realizar a atividade com um **peso**, pede-se para utilizar dois **pesos D**³⁶ iguais e os equilibre na balança. Da mesma forma, pergunta-se o que fez, se queria fazer daquela forma, se podia fazer de outra jeito, etc.
- d) Propõe-se agora pegar dois **pesos** diferentes e colocá-los em equilíbrio. É importante, antes que execute a ação, perguntar como será realizada a operação. A antecipação representa um grau de tomada de consciência do fenômeno. Completar com perguntas que possam levar às demais variações possíveis.
- e) Propõem-se então, equilibrar três **pesos** diferentes, da forma que lhe convier. Atenção à sequência utilizada pelos sujeitos: com muita frequência é colocado o peso grande compensando os menores. Perguntar o porquê do procedimento e se poderíamos ter começado de outra forma? Perguntar de quantas formas diferentes pode ser colocado um bloco? E para quatro, cinco, etc.?
- f) Passa-se a utilizar os pesos idênticos da Figura 59, unidos em grupos (na proporção de 1 para 2, 1 para 5, etc.) do qual serão colocados em equilíbrio.

³⁵ . Muitas crianças afirmam não ser possível o equilíbrio com um só bloco.

³⁶ Dependendo do público, pode-se pedir para colocar apenas um bloco na balança e posteriormente dois. Atenção se o indivíduo colocar os dois pesos no centro. Sujeitos no nível IIA tendem a colocar o peso no centro para “não cair dos dois lados”.

Pergunta-se à criança se existe alguma relação com o “tamanho” dos pesos e as distâncias ao centro da balança.



Figura 59: Blocos pequenos utilizados na balança tipo “gangorra”

g) Apresenta-se a balança sem peso, porém com o suporte A fora do centro da prancha (Figura 60), com os braços visivelmente diferentes; pede-se que restabeleça o equilíbrio por intermédio dos pesos que achar conveniente, o que supõe utilizar um peso maior do lado do braço menor. Para esta questão, como para as precedentes, se a criança não chegar a nenhum sucesso, propõe-se uma solução, pedindo que a interprete.



Figura 60: Balança material assimétrica

h) Finalmente, acrescenta-se uma situação mais complexa, fixando sobre um dos braços da balança grande, uma réplica menor de mesmo formato; pergunta-se ao sujeito se as duas balanças encontram-se em equilíbrio (Figura 61). Esse complemento poderá ser apresentado a todos os entrevistados, devendo-se, no decurso da entrevista, verificar sua conveniência, por apresentar uma situação mais complexa, própria ao nível formal.

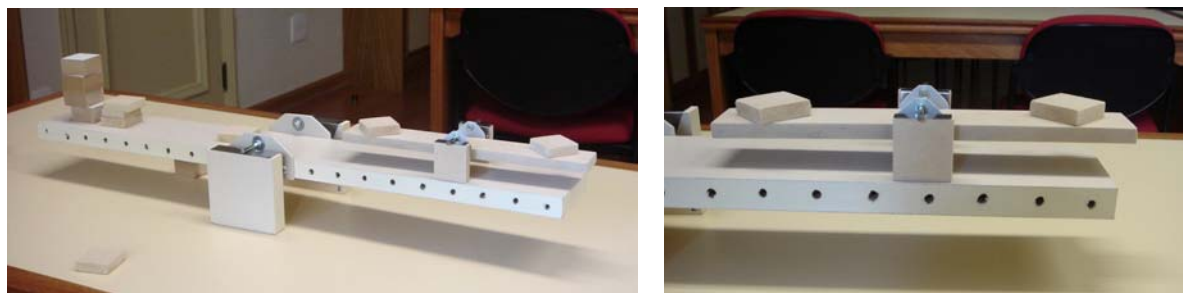


Figura 61: Réplica menor da balança original.

O protocolo foi aplicado ao objeto material e digital procurando-se verificar quais as diferenças encontradas em ambos os objetos.

É importante frisar que **não se deseja comparar os dois objetos**, material e digital; as diferenças servirão para levantar os elementos básicos para adequar o objeto digital à formação de estruturas lógicas mais amplas, que possa transbordar do contexto específico que fora empregada.

De posse do roteiro, iniciamos a seguinte seqüência de passos:

- a) Entrevista com a balança material e digital até o esgotamento das novidades (ponto de saturação).
- b) Entrevista com os mesmos alunos, parte com a balança material e parte com a virtual, procurando evidenciar mudanças cognitivas. Metade deles desenhou um mapa conceitual antes da entrevista. Ao término, foram convidados a modificar ou reformular o mapa se julgassem conveniente.
- c) Revisão contínua do protocolo, conforme ocorressem novidades.
- d) Término do estudo na estabilidade das novidades.
- e) Convite a todos os alunos com duas ou mais entrevistas a realizarem os mesmos procedimentos da entrevista com um colega.
- f) Opinião dos alunos sobre as duas modalidades de balança, explicando sua preferência (quando houver).

Além dos registros coletados na entrevista clínica, os mapas conceituais ajudam a analisar as modificações conceituais ocorridas, principalmente naqueles alunos que participarem de duas ou mais entrevistas.

Quando um aluno entrevista outro, pode-se evidenciar a estrutura cognitiva acomodada e aquelas possíveis de serem reconhecidas no sujeito entrevistado pelo sujeito entrevistador. Interessa recolher e analisar dados sobre o processo de tomada de consciência que pode ser verificado nas perguntas que o aluno entrevistador realiza ao entrevistado.

Com a coleta de dados, pudemos distinguir duas fases nessa etapa:

- a) Uma primeira, onde relacionamos as evidências cognitivas com o tipo de estrutura lógica empregada na interação (Apêndice E, p. 171 e Apêndice F, p. 172);
- b) Uma segunda, onde realizamos uma transcrição, em linguagem lógica, dos processos cognitivos (Apêndice G, p.173 e Apêndice H, p.175).

Os professores envolvidos na pesquisa sofreram uma transformação cognitiva profunda, evidenciada pela evolução de suas entrevistas clínicas. Assistir aos vídeos analisando as condutas dos alunos promoveu diversos momentos de tomada de consciência do processo de aprendizagem. Suas entrevistas melhoravam à medida que compreenderam os processos lógicos em andamento na ação do entrevistado. Na realidade, aquilo que evidenciavam nos alunos (aprendizagem a partir de uma conceituação axiomática) constatavam ocorrer neles mesmos, vítimas de um conhecimento livresco e descontextualizado.

5. RESULTADOS

5.1. O Panorama epistemológico

Em conjunto com os procedimentos utilizados por Piaget (Piaget, p.73, 1978) e as adaptações realizadas nos objetos, reunimos todas as informações encontradas na literatura numa primeira hipótese de desenvolvimento do conceito de equilíbrio na balança (Quadro 4, do Apêndice D, p. 170). Esta hipótese serviu como base epistêmica para realizarmos as primeiras entrevistas.

O processo cognitivo que se desenvolve na interação entre sujeito e objeto nunca é fragmentário, sendo lógico, psicológico e biológico ao mesmo tempo. Como era de se prever, novos processos cognitivos foram encontrados, e reorganizados em um novo quadro de níveis e subníveis (Quadro 5, Apêndice E, p. 171 e Quadro 6, Apêndice F, p. 172). Novas modificações ocorreram em função das composições lógicas encontradas nos alunos (Quadro 7, Apêndice G, p. 174 e Quadro 8, Apêndice H, p. 175).

A estruturação desses quadros foi acompanhada de uma profunda pesquisa em lógica operatória e evolução genética do conceito, partindo da criança pré-operacional ao adolescente operatório formal. A pesquisa bibliográfica permitiu que partíssemos de um patamar cientificamente consolidado, mesmo contando com condições experimentais diferentes. A nova conformação do objeto exigiu adequações que culminaram em um conjunto de critérios capazes de orientar a confecção de novos objetos digitais.

Um detalhe importante de ser ressaltado, principalmente a professores, é a resistência encontrada à mudança de atitude pedagógica. Apesar de estudarmos vários anos as relações lógicas de reciprocidade, correlatividade, negação lógica, sua compreensão somente ocorreu durante a análise das respostas dos alunos, dos erros que cometiam e da lógica existente nesses erros.

5.2. O objeto material

O objeto material, apesar de não ser objetivo de pesquisa, ocupou boa parte do processo de elaboração do objeto digital, levando-nos a considerá-lo parte integrante da análise. Teve de sofrer adaptações em função das evidências cognitivas e os conceitos físicos que se desejava observar:

- a) Os sujeitos não conheciam o objeto balança de pratos, necessitando uma configuração mais significativa: a gangorra.
- b) Foi construída uma gangorra com o centro de massa abaixo do ponto de apoio, uma vez que um objeto apoiado no centro de massa (centro de gravidade) apresenta um equilíbrio indiferente (Figura 46).
- c) As **atividades de quantização** foram criadas prevendo o uso no digital, a partir da união de dois, três ou quatro blocos pequenos e brancos com fita dupla face, evidenciando perceptivamente a **relação quantitativa** de dobro, triplo ou quádruplo.
- d) O equilíbrio de três blocos sobre a balança permitiu verificar as diferenças existentes entre os níveis operatório e concreto (Figura 62). Este tipo de equilíbrio físico pode ser resolvido por proporção ou por dupla seriação inversa (Equação 5, p. 71). O lado esquerdo da Figura 62 apresenta uma situação de equilíbrio só reconhecível por sujeito operatório. A dedução desta relação encontra-se junto à Figura 40.

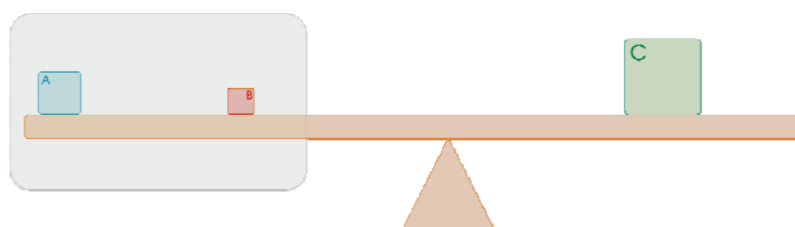


Figura 62: Equilíbrio de três corpos na balança

- e) As operações de proporcionalidade podem ser verificadas nos equilíbrios assimétricos. Colocando-se em equilíbrio a balança com dois blocos diferentes, pedimos ao aluno acrescentar dois blocos iguais e menores sobre os já equilibrados, antecipando os resultados de forma verbal (Figura 63). Este sistema se desequilibra pela colocação de massas iguais a distâncias diferentes. Mesmo entre adultos esse problema apresenta dificuldades, mas rapidamente acomodado por pessoas que operem formalmente o conceito de equilíbrio. Da antecipação manifestada pelo aluno e pelas explicações fornecidas no caso de insucesso, podemos inferir sua operacionalidade.

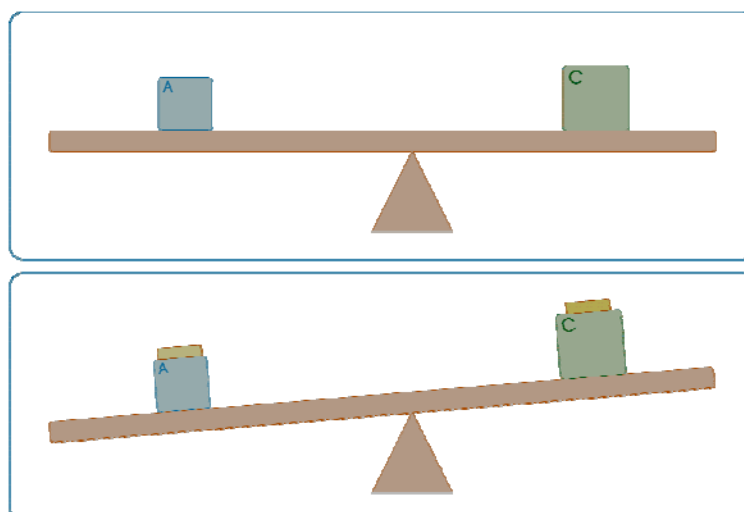


Figura 63: Desequilíbrio pelo acréscimo de massas iguais

- f) Outra forma de equilíbrio assimétrico, útil à verificação da operacionalidade do conceito, é a balança assimétrica. O apoio da balança encontra-se fora do centro de gravidade da prancha. Uma vez compensada, por suplemento de peso, o equilíbrio de quaisquer dois pesos torna-se idêntico ao da balança simétrica, podendo-se realizar uma das etapas anteriores para verificar a conceituação trazida pelo aluno e o tipo de perturbação causadora pela alteração da simetria.
- g) A balança dupla (balança “grande” à qual se conjuga uma pequena em um de seus braços) apresenta a particularidade de verificar o domínio das negações lógicas. Ao iniciar a atividade, a balança pequena encontra-se equilibrada e a grande não. Somente por volta dos 12 – 13 anos, os sujeitos afirmam o equilíbrio da pequena (Figura 61).
- h) Os alunos que utilizaram as duas modalidades de balanças puderam dar sua opinião a respeito de cada objeto. Os alunos que encontraram dificuldade de navegação no ambiente digital, no uso do teclado e no manuseio do mouse, preferiram a balança material, por apresentar maior precisão e possibilidade de manuseio de blocos, podendo avaliar seu peso e densidade. Desqualificaram a balança digital no que diz respeito à facilidade de mover os blocos sobre a balança e a dificuldade de visualização dos traços sobre a prancha.

5.3. O objeto digital

A confecção do objeto digital seguiu uma construção muito próxima da elaboração do objeto material:

- a) A gangorra logo foi identificada como um sistema em equilíbrio nas telas dos monitores.
- b) O sensor verde/vermelho (Figura 54, p. 100), colocado no centro da balança, facilitou a verificação do ponto de equilíbrio da prancha. Apesar de introduzir uma modificação em relação ao objeto material, já nas primeiras entrevistas, verificamos que esta modificação não era relevante à construção do conceito de equilíbrio.
- c) A angulação onde o ponto P na balança digital tornava-se verde (Figura 54) introduziu um erro de precisão quando utilizamos massas pequenas, levando alguns alunos a perguntar o porquê dessa diferença em relação à balança material (vide Figura 42, p. 86).
- d) As atividades de quantização (unir com fita de dupla face dois blocos iguais e compará-lo com outro) sofreram adaptações no digital, empilhando um bloco sobre outro. No ambiente digital as operações de sobreposição de blocos são mais fáceis devido ao controle no deslizamento de um bloco sobre o outro, além de serem “indestrutíveis”.
- e) Semelhante ao objeto material, a atividade de equilíbrio de três corpos permitiu acompanhar a formação de conceitos de equilíbrio, ficando bem evidente a função do objeto digital como promotor de processos cognitivos.
- f) A destreza no manuseio do mouse e teclas de atalho não apresentou uma alteração significativa na cognição do conceito de equilíbrio. Facilitou a precisão das respostas, principalmente nas provas quantitativas de proporção entre peso e distância.
- g) Apesar do sensor verde/vermelho da balança pequena (Figura 55, p.100) acusar equilíbrio (cor verde), os sujeitos mais novos afirmaram o seu desequilíbrio, devido ao poder que a percepção exerce sobre a conceituação. Desta forma, ficou clara a pouca influência desse sensor na cognição do conceito equilíbrio.
- h) Pedimos para os alunos que utilizaram as duas modalidades de balança que expressassem sua opinião. Os alunos que apresentavam habilidade no manuseio do mouse e das teclas de atalho preferiram a digital por ser mais fácil de encontrar a posição de equilíbrio e poder movimentar os blocos sobre a prancha sem se preocupar com a inclinação no momento de estabilidade.

5.4. As entrevistas

As 111 entrevistas realizadas fizeram parte de uma etapa de decisão metodológica, enquanto buscávamos o esgotamento de novidades epistemológicas. A gravação completa das entrevistas (áudio e vídeo) permitiu aos pesquisadores analisar conjuntamente as atitudes dos sujeitos, dando maior objetividade à pesquisa. Além disso, evitaram que a presença do professor, anotando as atitudes dos alunos criasse uma atmosfera artificial, influenciando na manifestação de certos processos cognitivos.

Uma visão geral do comportamento dos alunos entrevistados foi obtida com um quadro que relacionava idade, série e tipo de objeto empregado. (Apêndice I, p. 177, Quadro 10). Restringimos o estudo para a 7ª Série do Ensino Básico, registrando esses dados em uma planilha eletrônica, organizando os alunos por idade, série e níveis cognitivos. Um pequeno extrato dessa planilha pode ser encontrado no Apêndice I, p. 177, Quadro 11. Porém, a maior flexibilidade da planilha eletrônica não favoreceu a análise do processo cognitivo, mas apenas uma classificação do universo dos alunos por níveis cognitivos.

Baseados no método utilizado por Inhelder em suas pesquisas (Inhelder, p. 28, 1997), alteramos o processo de análise colocando três entrevistas por aluno lado a lado, em três colunas de uma tabela (Tabela 2, p. 108). Nas linhas, agrupamos os processos cognitivos semelhantes e nas colunas, o tipo de entrevista (material ou digital), analisando as diferenças de comportamento.

Nem sempre as entrevistas seguiram na íntegra os roteiros, devido às novidades criadas pelos alunos enquanto manipulavam a balança. O mais importante era descobrir o processo cognitivo em desenvolvimento e não apenas manter uma regularidade. Desta forma, o preenchimento da tabela não foi uniforme, indicando que as atividades cognitivas não ocorreram em todas as entrevistas, ora porque o pesquisador perseguia processos cognitivos diferentes, ora pela redundância dos procedimentos de entrevistas anteriores. Uma vez preenchida a tabela foi possível comparar as evoluções cognitivas e avaliar as ocorrências tomadas de consciência e/ou abstrações reflexionantes.

A repetição desta forma de análise em todos os alunos despenderia um tempo excessivo, sem ganho significativo de conhecimento. Dois exemplos nos pareceram mais significativos e neles aprofundamos nossa análise. Trata-se das

entrevistas realizadas com os alunos Clari[7;12] e Beck[5;13] transcritas nas planilhas do Apêndice J, p. 178 e Apêndice L, p. 197.

Desde o primeiro momento, verificamos nesses alunos destreza ao manipular o mouse e os diversos menus. Mesmo fora do ambiente WINDOWS, bastou alguns minutos para se sentirem familiarizados com o ambiente.

5.4.1. A aluna Clari[7;12]

Iniciemos pela aluna Clari[7;12]. Recordando a nomenclatura estabelecida, esta aluna encontra-se na 7ª Série do Ensino Fundamental e tem 12 anos.

A assistência dos vídeos em conjunto é muito elucidativa. Somente com a comparação dos processos lógicos, conseguimos perceber a profundidade das transformações.

A aluna Clari[7;12], desde o início apresentou um discurso reticente, passando da intuição a conceituação. Essa conceituação encontrava-se em transição entre o concreto (apoiando suas afirmações em dupla seriação inversa) e o formal (antecipações de equilíbrio em assimetria). Como veremos, apresentou uma sensível evolução conceitual, apesar de recorrer com insistência a esquemas conceituais já estruturados, evitando os adquiridos nas interações com o objeto material e/ou digital.

A aluna Clari[7;12], na primeira entrevista, admitiu o equilíbrio na balança (linha 2), por estarem os braços direito e esquerdo na mesma altura ($h = h'$)³⁷.

Considerou o equilíbrio impossível apenas com um bloco (Linha 3), indicando uma conceituação ainda indiferenciada, ligada apenas a fatores de simetria. Esta característica é proveniente de sistemas esquemas sensório-motores, adquirida pela interação de seu corpo com o ambiente. Manter-se em pé significa estar “equilibrada”, simetricamente posicionada em relação ao chão. Isto explica por que as noções de equilíbrio são tão precoces, encontrando-se crianças de cinco anos com essa compensação (p. 69). Através de regulações motoras realizadas sobre a balança, Clari[7;12] corrigiu-se em seguida, afirmando ser possível o equilíbrio no “meio”. Nota-se que, nas entrevistas posteriores, esta situação já não será

³⁷ Nomenclatura lógica encontra-se no Apêndice C, p.169

considerada perturbadora, devido a acomodação. Na última entrevistas sua resposta é imediata: “No meio” (linha 5). Interessante acompanhar a evolução de sua explicação. Disse na segunda entrevista: “Porque, se eu colocar de qualquer lado ela vai se mexer.” Trata-se de uma afirmação baseada nas relações motoras. Na terceira entrevista disse: “Porque não tem como colocar em outro lugar e ficar em equilíbrio.” Trata-se agora de uma certeza lógica, ou seja, não tem como fazer diferente, é desta forma. Esta constatação ocorreu na balança digital, como uma extensão das interações anteriores, atualizadas pela interação colocada agora em sua frente.

O pesquisador iniciou, em outro momento da terceira entrevista, uma tentativa de desequilibrar sua estrutura cognitiva, pondo a prova seu sistema de significação. Nas linhas 10 a 17, vemo-lo “explicando”, através de exemplos, por que a balança constituir um sistema divisor de peso. A atitude de Clari[7,12] foi passiva, como se esperasse o término da explicação.

Ao solicitarmos a colocação de dois blocos em equilíbrio, na primeira entrevista, a aluna considerou o caso particular de dois pesos iguais – no digital poderíamos dizer de mesmos tamanhos ($p = q \rightarrow \text{equilíbrio}$; $p_1=p_2 \rightarrow q_1=q_2$), o que parece indicar uma forma de raciocínio limitada a afirmar “**se** pesos iguais **então** distâncias iguais **implica** equilíbrio” (linhas 19 e 25).

Na segunda entrevista, a aluna empregou direto a contagem de “traçinhos” para encontrar as distâncias iguais. Quando afirmou, na linha 19, “Se os dois forem de mesmo tamanho”, utilizou uma operação recíproca simples, ou seja, “um peso anulado por outro, na posição oposta, forma uma equivalência”. Em seguida, o entrevistador perguntou: “Se eu afasto esse aqui agora dois traços, o que eu tenho que fazer com o outro?”. A aluna respondeu usando os mesmos termos anteriores. Trata-se de uma redundância na aplicação do Método Clínico, indicando que o investigador necessita de domínio dos processos lógicos e dos conceitos físicos para realizar com profundidade a entrevista. Caso contrário, passará a girar em círculos, reeditando colocações sem interesse de análise (por isso há necessidade de treino no método clínico).

Na linha 27, quando lhe apresentamos dois blocos diferentes, Clari[7;12] respondeu: – “Você teria que colocar dois; se for um grande, você vai ter que colocar dois pequenos. Depende da quantidade de blocos”.

Isso significa que para a mesma distância, devemos ter a mesma “quantidade de blocos”, necessitando “completar a diferença” para continuar em equilíbrio. Fica clara sua dificuldade em relacionar o peso com distância em uma relação inversa. Tenta compensar o peso em falta ao invés de compensar o peso com a distância para retomar o equilíbrio (estágio IIA p.69). Não significa que esteja no nível cognitivo IIA e sim que está, neste momento, atuando como um indivíduo do nível IIA³⁸. Verificamos na segunda entrevista que tal afirmação (nível IIA) seria equivocada. Perceptivelmente, os **blocos materiais** apresentam o mesmo tamanho e massas um pouco diferentes, levando Clari[7;12] a um desequilíbrio em suas certezas (baseada na igualdade do volume e de massa). Afirma, após manipulação com os blocos e colocá-los a distâncias diferentes, que os têm massas diferentes. Trabalhou com hipóteses (“Não [são iguais]. Porque quando eu coloquei a mesma distância eles não se equilibraram” [linha 27]) e buscou, para esta situação, outra relação lógica (“Este é o mais pesado” [linha 29]). Houve uma abstração reflexionante ao atribuir novas propriedades à situação problema. No entanto, esta nova relação lógica não nos autoriza afirmar que esteja operando formalmente em virtude da constatação de fatos históricos deste conceito: sua formulação é muito precoce, podendo crianças de 7 a 8 anos agir corretamente nesta situação. Piaget sugere que para tal conclusão basta o domínio de uma seriação dupla e inversa ($A > B > C > \dots$ e $L_1 < L_2 < L_3 < \dots \rightarrow$ equilíbrio se $(A \times L_1) = (B \times L_2) = \text{etc.}$) para somá-los reversivelmente (Equação 5 p. 71 e Equação 6, p. 71). Há correspondência biunívoca entre distância e peso, orientada em sentidos contrários (simetria em relação ao eixo). **NÃO HÁ NECESSIDADE DE OPERAÇÃO FORMAL PARA COMPREENDER ESTA SITUAÇÃO.**

Da linha 29 a 38, vemos uma variação sobre o mesmo tema: multiplicação biunívoca de duas entradas. O pesquisador procurou verificar se havia consciência da proporcionalidade entre peso e distância, mas a resposta sempre foi negativa (primeira e segunda entrevista linha 36, terceira entrevista linha 38).

³⁸ Todos os indivíduos diante de um fato novo tendem a utilizar o sistema de significação mais apropriado para a ocasião. Se não o consegue com instrumentos formais busca os concretos, descendo a nível cognitivos inferiores, até mesmo o sensorio motor, para acomodar a perturbação.

A partir da linha 39, terceira entrevista, o pesquisador procurou verificar as certezas e as dúvidas provisórias da aluna. Na linha 53, em resposta a verificação do conjunto mais pesado, Clari[7;12] buscou os sistemas lógicos já acomodados: colocou os blocos a mesma distância para compará-los e dizer, pela queda de um dos lados, qual o mais pesado. Foi a mesma atitude tomada na entrevista anterior (linha 38 e 70). Apesar de já haver concluído duas entrevistas, e como veremos, ter resolvido problemas mais complexos, ainda não acomodou o novo conceito, (não ocorreu equilíbrio da estrutura cognitiva). Por falta de diferenciação (domínio das negações), ou por falta de integração, não conseguiu modificar seu sistema de esquemas para assimilar o novo e compô-lo em um todo. Mais uma vez foi constatado que a função assimilativa prioriza a generalização enquanto a acomodação, a diferenciação (Figura 21, p. 18). Sua dificuldade no domínio das negações foi patente, principalmente na “balança dupla”, quando negou o equilíbrio da balança menor (Figura 61, p. 111, Figura 55, p. 100).

Houve domínio das relações transitivas (linhas 54 a 60 da balança material e 66 a 68 na digital), mas não o de proporcionalidade inversa entre peso e distância. Colocou três blocos em equilíbrio na balança por regulação motora (linha 64), mas quando solicitada a colocar o menor a compensar os maiores, afirmou ser impossível, mesmo depois de lhe haver sugerido a aproximação dos blocos maiores ao centro da balança. Diversas tentativas foram empregadas para fazê-la compreender as relações de proporcionalidade:

a) Das linhas 67 a 78, primeira entrevista, surgiu uma situação até certo ponto constrangedora, onde a aluna encontrou-se solicita acima de seu sistema de significação. Foi possível verificar que o pesquisador induziu conclusões, quando afirmou: “pesando-se na balança de farmácia e na balança digital haveria conservação de massa”. No Método Clínico está atitude deve ser evitada. Porém, a partir dessa interação, a aluna perguntou: “Essas marquinhas aqui têm alguma coisa a ver com...?”. Ocorreu início de coordenação inferencial entre a distância e o peso? Das linhas 81 a 84, encontramos novas tentativas de continuar seu raciocínio, mas sem resultado aparente.

b) Como na entrevista anterior houve um início de tomada de consciência da proporção, na entrevista seguinte retomamos o processo. Da linha 61 a 86, foi explorado a relação quantitativa de dobro entre os pesos e $\frac{1}{2}$ na distância sem nenhum resultado. Além disso, a relação qualitativa entre cilindros de pesos

diferentes, não foi compreendida (apesar do pedido, na linha 76, de que medisse as distâncias do centro da balança a cada peso).

c) Na terceira entrevista, diante da afirmação de Clari[7;12] – “Se eu colocar a distância... [a mesma distância, consigo saber quem é mais pesado]” (linha 53), pudemos concluir que ela desejava utilizar a mesma distância para comparar dois pesos diferentes. Nesse momento, o pesquisador tentou provocar uma tomada de consciência da relação de proporcionalidade (linha 78 a 86). Um observador desavisado poderia julgá-la trabalhando com operações formais analisando suas respostas:

- Você poderia me dizer quem tem mais massa, se os dois blocos ou o peso maior?
- Este aqui.
- Por que este aqui?
- Porque ele está mais próximo do centro.
- Então, tu precisa colocar na mesma posição para saber qual é o mais pesado?
- Não. Posso saber pelas distâncias.

Tudo leva a crer que Clari[7;12] compreendeu o significado da proporção, mas analisando as entrevistas anteriores, vemos falta de composição das partes com as partes e das partes com o todo, não chegando a descobrir a lei (estrutura tipo *agrupamento* [vide p.71]). Trata-se de uma das mais importantes observação registrada na entrevista: Por que Clari[7;12] não recorreu aos conhecimentos que havia utilizado no dia anterior? Ela conseguiu equilibrar na balança assimétrica dois blocos iguais e compensar dois blocos diferentes, explicando o porquê da diferença. Teria sido mais fácil comparar os blocos pela distância. Isto ocorreu porque o sujeito sempre utiliza o sistema equilibrado na estrutura cognitiva. Apesar da existência de um subsistema de diferenciação peso-distância (linha 31, linha 115), capaz de coordenar os observáveis atuais, utilizou os sistemas cognitivos anteriores de igualdade de peso e distância, que se encontravam generalizados e devidamente equilibrados (Figura 7).

Poderíamos colocar a seguinte objeção ao método utilizado: encontramos na aluna, durante todas as entrevistas, uma atitude reticente, pouco cômoda, revelando desinteresse pela prova: como tirar conclusões nessas condições?

Respondemos a essa objeção com a atitude de alunos com interesse completamente diferente, mas apresentando as mesmas características cognitivas. Dentre eles, encontramos o aluno Beck[5,13], analisado a seguir.

A balança assimétrica é adequada a verificação de estruturas formais, devido a necessidade de transferência de conceitos de uma situação à outra. Existe uma grande assimetria entre os braços da balança (Figura 60), o que leva o sujeito a identificar facilmente o desequilíbrio.

Na primeira entrevista, Clari[7;12] afirmou apenas um tipo de modificação possível para restabelecer o equilíbrio: retornar o eixo de rotação para o centro geométrico da balança (linha 90). Isto denunciou sua tendência de resolução de problemas através da simetria. Porém, após sugestões, percebe a possibilidade do equilibrar por pesos, e o faz colocando dois pesos grandes, não empilhados, no braço menor da balança. Aproveitando a situação, pedimos para que previsse o que ocorreria se fosse retirado o segundo bloco grande, colocado para compensar a balança (próximo do centro) e fosse substituído por outro, a ser colocado em cima do anterior (linha 101). Como a resposta ainda pode ser apoiada na dupla seriação, sua resposta vem sem hesitação (linha 102).

Em seguida pedimos que colocasse dois blocos iguais na balança assimétrica, de forma a manter o equilíbrio. Se o conceito de equilíbrio estiver fundamentado em operações de proporção, após regulação sensório-motora, o sujeito chega à conclusão que os blocos devem estar a distâncias iguais do centro. Trata-se de verificar se a reciprocidade está apoiada na simetria ou se é fruto de uma construção operatória. Clari[7;12] colocou os dois blocos, um sobre o outro, no braço maior, procurando a compensação empiricamente³⁹; aumentou a distância e a diminui, retirou blocos e recolocou-os em posição indeterminada. Após algumas manipulações, os blocos grandes de contrapeso, saem do lugar, alterando a condição de equilíbrio. O experimentador pediu que colocasse a balança novamente em equilíbrio e reiniciasse o processo. O pesquisador repete a pergunta (linha 109 e 111), ao que Clari[7;12] respondeu colocando os blocos a mesma distância. Pela

³⁹ Neste caso excluimos a possibilidade de estar procurando o equilíbrio pela noção infantil que “pesos maiores apóiam melhor” como ocorre no caso de construção de pontes (Piaget, p. 50, 1978/2)

explicação dada pela aluna (“Naquele momento [quando não tinha peso] este peso [braço maior da balança] estava igual a esse [blocos grandes]. Se eu colocar um peso aqui no mesmo lugar que o outro, iguais, vai ficar a mesma coisa” – linha 115), podemos concluir que sua argumentação não utilizou a noção de simetria⁴⁰. Ela utilizou uma operação lógica de equivalência tipo reciprocidade. Ocorreu um início de tomada de consciência a respeito do equilíbrio físico.

Na linha 96, segunda entrevista, manipulou rapidamente os blocos de mesmo peso, colocando-os a distâncias iguais de 3 traços, e de certa forma, considerando evidente que os blocos estivessem a mesma distância “Porque eles teriam que ficar a mesma coisa”. Quando foi pedido para colocar dois blocos diferentes compensando-se em posições diferentes, vimos terminadas nossas dúvidas a respeito do apoio sobre a simetria.

Na terceira entrevista não houve nenhuma mostra de apoio na simetria. Sua atitude foi resoluta, incentivando o entrevistador a dispensar o término da seqüência estabelecida no roteiro, perguntando se ocorreria equilíbrio com blocos iguais e com os diferentes⁴¹.

Ao comparar a balança assimétrica equilibrada e a balança simétrica, Clari[7;12], não teve certeza de suas afirmações (linha 123). *Isto poderia ter origem na falta de domínio das negações*. Esta afirmação pode ser confirmada pela ação de Clari[7;12] diante da balança dupla (linha 124).

Na primeira e na segunda entrevista seu comportamento foi semelhante, mudando somente na terceira. É interessante acompanhar esse processo, pois veremos nitidamente a interferência de um **índice**.

Na primeira entrevista, verificamos a falta de diferenciação entre a altura da balançinha ao solo (h) e a altura em relação à balança (Δh). A falta de domínio das negações lhe impede NEGAR o referencial na balança (Δh) e utilizar a horizontalidade como referência para determinação do equilíbrio (Figura 64).

⁴⁰ A atitude reticente foi uma constante durante todas as entrevistas. Porém na interação digital vemo-la mais ágil, talvez por vencer melhor a timidez. Mais uma vez se verifica a importância de utilizarmos várias entrevistas.

⁴¹ Parece ser uma confirmação da crença do entrevistador no estado formal da aluna. Tal verificação, após um dia de intervalo, poderia trazer novas informações do estado cognitivo da aluna.

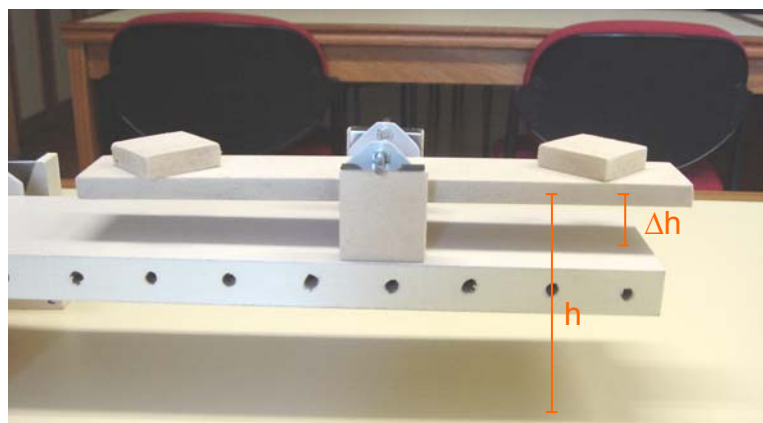


Figura 64: Alturas relativas na balança

Quando a balança maior se equilibrou, Clari[7;12] afirmou o equilíbrio da balança menor (linha 131 - primeira entrevista). Na linha 140, o experimentador pediu para Clari[7;12] colocar dois blocos pequenos e iguais na balança menor. Na linha 156, ela afirmou que a balança pequena encontra-se em equilíbrio mesmo com a balança maior inclinada. Os dois blocos pequenos colocados na balançinha (linha 140 e 142) funcionaram como índice perceptivo. O fato de ter dois blocos iguais a distâncias iguais, esquema profundamente equilibrado em suas estruturas cognitivas, a fez esquecer qualquer outra interferência perceptiva e afirma o equilíbrio. Esta ação foi positiva. Não houve intervenção de negações, mas um preparo, através desse índice positivo, da coordenação desses observáveis. Logo em seguida, voltou à antiga concepção e negou o equilíbrio na balança pequena (linhas 156 a 167). Pelo aspecto de cansaço que apresenta nesse momento, preferimos encerrar a primeira entrevista.

Retomando o assunto da balançinha, na segunda entrevista, decidimos investigar as estruturas já equilibradas (equivalência das distâncias), avançando para a equilibração por dupla seriação. Pedimos para que antecipasse a mudança equidistante na balança pequena (linha 168), afastando ambas as massas e mantendo o equilíbrio, ao que coordena perfeitamente; o mesmo procedimento para a dupla seriação na distância e no peso (linha 173 e 177), ao que coordena perfeitamente.

Ao das entrevistas persistiu a dúvida sobre a capacidade operatória da aluna (domínio da proporcionalidade operatória, mesmo envolto em carência verbal - linha 148-149), ao que preferimos considerá-la em um estágio intermediário IIB-III A.

Reunindo os fatos mais importantes dessas entrevistas poderíamos resumilas da seguinte forma:

a) Clari[7;12] demonstrou estar em transição entre a intuição e o operatório concreto/formal. Quando interagiu com a balança assimétrica tomou consciência do equilíbrio na balança, independente de relações de simetria.

b) Quando se encontrou diante de observáveis novos utilizou os subsistemas já equilibrados, tendo dificuldade em compor novas coordenações inferências ou sistemas generalizados (colocar dois blocos eqüidistantes e verificar qual é o mais pesado pela diferença de altura).

c) As atitudes paralelas de professor e aluna, na terceira entrevista, onde ele tentava explicar a relação de proporcionalidade com argumentos operatório-formais, e a aluna respondendo, adequadamente, com argumentos operatório-concretos, marcam definitivamente a necessidade do conhecimento epistemológico para realizar intervenções efetivamente construtivistas.

d) O processo cognitivo desenvolvido na interação do sujeito com o objeto balança material, também se desenvolveu no objeto balança digital, o que nos permite relacionar alguns parâmetros que possam orientar a confecção de objetos digitais.

e) A interação do sujeito com o objeto balança digital deve ser acompanhado por um entrevistador (tutor) para testar as certezas temporárias do aluno, buscando descobrir sua estrutura cognitiva atual, através de desafios adequados ao seu sistema de significação (perturbação do tipo β e/ou γ - Figura 15).

f) O objeto digital apresentou algumas vantagens em relação à verificação das operações lógicas. Quando o aluno utilizou a balança material, podia apoiar suas relações de proporcionalidade na altura dos braços em função das mudanças de peso e distância, ou seja, $p/p' = q'/q = h'/h$, onde p é o peso, q a distância e h a variação de altura do peso. No virtual esta relação é de difícil mensuração, uma vez que o monitor de vídeo distorce os deslocamentos. A inclusão de um ponto verde-vermelho como sensor de equilíbrio altera essa relação para $p/p' = q'/q = k$ (vermelho ou verde), facilitando a detecção do equilíbrio.

g) Pela dupla seriação é possível responder corretamente a problemas bastante complexos tais como soma de n termos de uma progressão aritmética.

h) Essas operações foram possíveis de serem realizadas, tanto no material como no digital devido à qualidade técnica encontrada no objeto digital.

5.4.2. O aluno Beck[5;13]

O aluno Beck[5;13] apresentou nas entrevistas uma atitude bastante aberta, confiante. Apresenta uma argumentação diferenciada, principalmente quando explicou conceitos de seu domínio como os porquês do equilíbrio de dois blocos. Em interação com a balança, afirmou “Porque assim eles vão transmitir o mesmo peso, (...) cairia mais que o outro”, indicando uma conceituação dinâmica do peso dando evidência de operações de nível IIIA ou IIIB, mesmo estando na 5ª Série⁴².

Todas as análises, a partir deste momento, remetem-se ao Apêndice L, p. 197, contendo a transcrição das suas três entrevistas clínicas. Recomendamos a assistência dos vídeos correspondentes às entrevistas.

Desde o início, mostrou-se muito curioso pelas interações com o objeto virtual balança, com grande agilidade no mouse e teclas de navegação do teclado. Enquanto aguardava o professor para a entrevista, divertiu-se fazendo “esculturas” com os blocos em cima da balança digital. O mesmo se repetiu na balança material.

Afirmou, na primeira entrevista, não poder colocar um único bloco na balança (linha 1), mas tratava-se de um mal entendido, por acreditar serem maior os blocos que o espaço entre os eixos na balança digital (linha 3). Na segunda entrevista afirmou a possibilidade de equilibrá-lo no meio e com explicação baseada na ausência de distância (linha 5). Quando questionado a respeito dessa certeza, sua explicação não se baseava na simetria, dizendo ser o peso anulado pelo eixo (“Na verdade faz peso nisso aqui [barra] e isso aqui está preso nisto aqui [eixo de rotação], faz peso nestes daqui [em cada braço], mas o peso principal está aqui [no eixo]”, linha 9).

Sua habilidade lingüística não se encontrava totalmente diferenciada. Em compensação, afirmou existir outros fenômenos, exteriores ao sistema balança, que poderiam estar agindo para realizar o equilíbrio – a gravidade (linha 9 – segunda entrevista).

Ao pedirmos que equilibrasse dois blocos iguais na balança, colocou-os imediatamente à mesma distância, sem necessidade de regulações sensório-

⁴² O aluno Beck[5;13] encontrava-se na 7ª Série em Escola Pública Municipal e prestara exame classificatório no Colégio Militar de Porto Alegre, voltando para a 5ª Série, única forma de ingresso nesse Estabelecimento de Ensino.

motoras. Falou em transmitir o mesmo peso, ao invés de colocar à mesma distância (linha 13 – primeira entrevista), dando um caráter dinâmico à interação do bloco com a balança. Afirmou ainda que o peso não **muda apenas** com a distância, mas **age diferente** com a distância; atribuiu a esses observáveis uma coordenação inferencial (linha 21- primeira entrevista).

O fato de mencionar que “se for colocado mais para cá fica mais pesado por que aqui cairia mais, isso eu não sei por que ...” (linha 15 – primeira entrevista e linha 19 - segunda entrevista), revelou uma intuição física a respeito do trabalho realizado pelo corpo conforme estivesse longe ou próximo do centro de rotação. Como o trabalho realizado depende do peso e do percurso por ele descrito, ao invés do percurso do braço da balança ($p_1 \cdot \theta_1 = p_2 \cdot \theta_2$ onde p é o peso e θ é a variação de altura sofrida pelo peso) esse conceito é abstrato, exigindo abstração reflexionante e mesmo abstração refletida (como parte da tomada de consciência da relação $p/p' = q'/q = \theta/\theta'$, onde q é a distância do peso ao centro da balança).

Na linha 30, realizou diversas regulações sensório-motoras para compensar três blocos na balança. Afirmou que poderia por terceiro bloco no meio (linha 31, primeira entrevista e linha 29, da segunda). Essa atitude é interessante de ser analisada.

Nas linhas 28 a 30 – segunda entrevista, Beck[5;13] teve uma atitude muito parecida com a anterior, eliminar um bloco, colocando o terceiro bloco sobre o segundo para constituir um sistema novo.

Mais uma vez se constata que o sujeito sempre prefere utilizar os esquemas melhor equilibrados na estrutura cognitiva a ariscar-se com aqueles em estruturação. Beck[5;13] preferiu utilizar dois blocos e anular o terceiro a ter que compensar os três ao mesmo tempo. No entanto, equilibrou os blocos iguais sem nenhuma dificuldade, colocando-os o mais afastado possível do centro, talvez buscando uma melhor precisão. Compensou os dois blocos de pesos diferentes (linha 16) com pouca regulação motora, explicando que o peso mais longe do centro da balança é mais influenciado pela gravidade.

Perguntamos se o bloco “engorda” quando se desloca para a ponta. Isto lhe serviu de desequilíbrio, pois tentou uma série de explicações sem coerência e sem diferenciação (linha 23 – segunda entrevista).

Mesmo respondendo adequadamente as questões propostas nas linhas 25 e 27, o entrevistador propôs uma atividade lógica formal: uma compensação onde é

testada a resistência perceptiva do sujeito. Pedimos para colocar dois blocos brancos e de pesos iguais sobre os dois blocos diferentes já equilibrados (**passagem de diferença**, p. 72), prevendo o efeito sobre o equilíbrio. Nessa atividade pedimos aos entrevistados que coloquem os blocos pequenos em equilíbrio na balança. Normalmente, escolhem colocá-los sobre os blocos posicionados. As relações perceptivas são mais fortes que a conceituação, chegando a contrariar seus sistemas já acomodados. Como o bloco grande está compensando o pequeno, acreditam que acréscimos de massa iguais nos blocos irão manter o equilíbrio. Tomam a soma aditiva pela multiplicativa, ou seja, os blocos iguais devem manter-se a mesma distância em relação ao centro da balança e não ser colocado sobre os blocos de pesos diferentes - linhas 36 a 46. Após constatar o desequilíbrio, movimentou os blocos brancos sobre os maiores, mantendo a ação anterior em execução ao invés de colocar os blocos brancos sobre a balança (linha 42), e nela, deslocar os blocos para estabelecer o equilíbrio. Em seguida, foi convidado a posicioná-los, fazendo-o com a mesma distância (linha 46) demonstrando já possuir uma compensação operatória independente das relações de simetria.

O deslocamento de dois blocos em um mesmo braço da balança exige ao menos uma intuição de centro de massa. É fácil demonstrar que dois blocos colocados em um braço da balança têm seus pesos inversamente proporcionais às distâncias que os separam do centro de massa (CM) do sistema constituído por esses blocos (Figura 40, p. 84).

Sujeitos no estágio operatório concreto podem resolver problemas que envolvam qualitativamente proporções, mas não problemas de centro de massa que envolva antecipações e transferência de conceitos a outra situação.

Da linha 49 a linha 58, exploramos interações com centro de massa⁴³ para verificar o nível de suas certezas. Com formulação de questões colocadas na pessoa de um colega de turma, procuramos minimizando a influência da autoridade do professor nas respostas do aluno (linhas 55 a 60).

⁴³ O conceito “centro de massa” foi explorado com o aluno por tê-lo mencionado como “centro de peso” quando fez a relação entre a balança e o guindaste.

Na linha 66, o aluno iniciou uma elaboração de pensamento que o professor não soube explorar. Por esta razão, na entrevista seguinte buscamos esse mesmo raciocínio, mas de forma mais abstrata, perguntando-lhe diretamente onde se encontrava o centro de massa (linhas 66 e 85). Surgiu, nesse momento, uma **tomada de consciência** do posicionamento do CM em relação à dimensão dos dois blocos (linha 81). É importante verificar que a tomada de consciência não ocorreu como estrutura cognitiva nova, mas como compreensão (relacionamento de atributos comuns entre todos os elementos do conjunto) de sistemas que passou a fazer sentido. Foram utilizados sistemas de simetria, relação de proporcionalidade, reversibilidade operatória e reflexionamentos que, através de uma reflexão, integraram os conceitos em um conceito mais geral e abrangente.

A importância do objeto de aprendizagem como elemento didático, encontra-se na possibilidade de realizar esse “pulo cognitivo”, que não depende da explicação do professor, mas de sua intervenção, propiciando situações de integração dos sistemas cognitivos (ver 7.3 A Epistemologia presente nas entrevistas, p. 144).

Vejamos uma bela expressão de conservação da quantidade de momento angular dito por uma criança: “Aqui, não se altera. Porque se ele não deixasse o CM no mesmo lugar, ele fugiria” (linhas 92 e 94).

A partir da linha 95, Beck[5;13] dá mostras de operar formalmente. Ao comparar o peso dos blocos afirmou que a razão entre os blocos era o dobro, mas logo disse ser a metade (linhas 107 e 109). Venceu as dificuldades lógicas ao descobrir a relação precisa de dobro e metade pela distância ao centro de massa de cada bloco.

Na Figura 65, a situação A representa a distância medida pela face mais próxima do centro da balança; a situação C pela face mais afastada e a situação B, na distância do centro de massa (CM) do bloco.

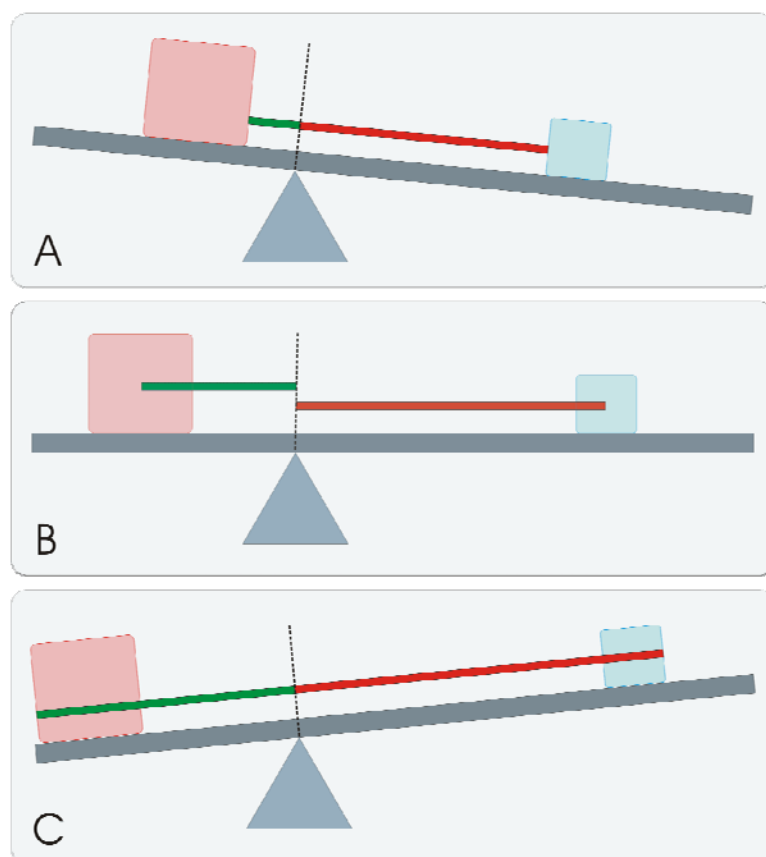


Figura 65: Posicionamento dos blocos e face de referência

O processo dedutivo é apresentado nas linhas 102 a 135. A maior dificuldade para o professor foi vencer sua tendência de “explicar” o fenômeno, evitando induzir a resposta. Mesmo quando o aluno sugeriu uma resposta (linha 129), o professor manteve a isenção. Após esta descoberta, ocorreu um processo de generalização quando o aluno conseguiu reconhecer esse conceito no guindaste (7.3 A Epistemologia presente nas entrevistas, p. 144). Esse processo foi um exemplo de tomada de consciência (linhas 140 a 155), fruto de um longo processo de generalização do conceito como um todo, sem *insight* ou geração espontânea de conhecimentos – “Ah... Acho que entendi” (linha 139).

Na balança assimétrica, Beck[5;13] colocou vários blocos em ambos os braços para compensá-la. Perguntamos se poderia fazê-lo só de um lado, diminuindo a quantidade de blocos, ao que executou com rapidez a simplificação, compensando com dois pesos o excedente de barra (linha 165). Surpreendeu o entrevistador colocando os dois blocos iguais: “Ah... Eu vou fazer a mesma coisa que antes. Vou colocar um aqui e o outro aqui, à mesma distância” (linha 169). Soube como equilibrar os blocos iguais, antecipando-se as perguntas do

entrevistador. Disse ser semelhante ao anterior e explica o motivo pelo qual colocou naquela posição. Na segunda entrevista sua atitude foi semelhante: retirou os blocos de mesmo peso da balança assimétrica para explicar a conservação do equilíbrio (equilíbrio igual antes e depois da colocação dos pesos). O entrevistador fez uma pergunta capciosa (linha 174) para verificar o quão generalizado encontra-se seu conceito — “Qualquer coisa [peso] que eu colocar aí vai ficar a mesma distância?”. O aluno demonstrou domínio das negações e raciocínio lógico formal: “Duas coisas de pesos iguais, né?” (linha 175). Na experiência da balança dupla afirmou, logo no início, o equilíbrio da balança menor e o desequilíbrio da maior. Na primeira entrevista, equilibrou duas massas pequenas na balança após muita regulação motora (linhas 187, 188 e 189), conseguindo sucesso quando a balança grande já se encontrava equilibrada. Isto demonstra que o sucesso em uma atividade não generaliza o conceito para outros experimentos. Diante do novo, todo o sistema de significação é colocado em movimento (assimilação) para buscar coerência na estrutura cognitiva (acomodação). Na segunda entrevista, o aluno procurou colocar as duas massas pequenas na balança maior e somente depois na menor. O aluno explorou outros possíveis ao invés de ir direto ao resultado e colocar massas na balança pequena.

Diante desses insucessos levantamos a hipótese do cansaço. Mas Beck[5;13] já tinha o conceito formalizado (comparando as duas entrevistas). Preferindo utilizar sistemas cognitivos mais equilibrados, na necessidade de validar suas certezas, recorreu a sistemas sensório-motores (linha 183 – segunda entrevista), aos concretos e, por último, aos formais (linha 191 a 198). Ao término das entrevistas, foi pedido que fizesse um mapa conceitual (Figura 66).

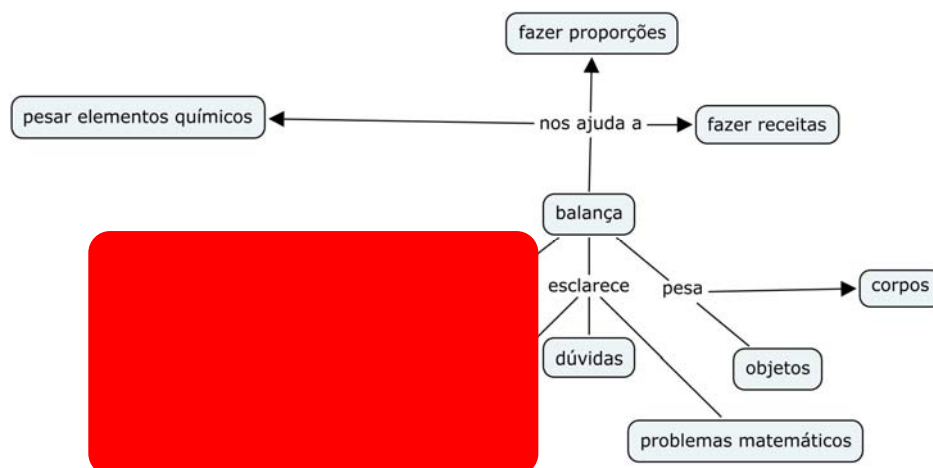


Figura 66: Mapa Conceitual do aluno Beck[5;13] após a última entrevista

Apesar de simples, o mapa encontra-se bem estruturado, estabelecendo relações lógicas, saindo da simples descrição do fenômeno. A área destacada na Figura 66, apresenta informações e estruturas lógicas descobertas durante as entrevistas⁴⁴ (analogia com o guindaste e distância ao centro de massa). É evidente que uma estrutura mais elaborada tarda a acontecer, devido à própria equilíbrio do conceito como um todo. No entanto, já se verifica a relevância desses conceitos, na quantidade de conceitos utilizados.

Em seguida, analisaremos uma aluna assumindo o papel de experimentador. Essa técnica permite verificar quais conceitos foram integrados à estrutura cognitiva.

5.4.3. A Entrevista da Aluna Sama[7;12]

A entrevista da aluna Sama[7;12] foi analisada sob o olhar da generalização do conceito na estrutura cognitiva. Sama[7;12] realizou uma entrevista com a balança digital no dia 6/11/2006, apresentando um comportamento de nível transitório IIB/IIIA. No dia 13/11/2006, outra entrevista com a balança material, tendo como entrevistadora a aluna Laur[3;17], esta última de nível IIIB. Atentem a diferença de idade: 12 anos para 17 anos. Analisando a gravação (muito importante neste caso o registro por vídeo) encontramos perguntas de Laur[3;17] que provocaram desequilíbrios em Sama[7;12] e, em alguns momentos, verdadeiros desafios, sem originar constrangimento. Supomos ter sido mais fácil para Sama[7;12] mostrar suas dúvidas a uma aluna mais avançada que a um professor.

No dia 14/11/2006, portanto, o dia seguinte à entrevista com Laur[3;17], muda de função e passa a entrevistar o aluno Gabl[6;14], com mais idade porém de série inferior. Gabl[6;14]⁴⁵, supostamente, pertencente ao nível cognitivo IIIA/B (informações colhida em entrevistas anteriores).

A aluna Sama[7;12] quando entrevistada pelo professor apresentou uma atitude reservada e tímida. No entanto, conduziu a entrevista com seu colega com muita desenvoltura, surpreendendo os pesquisadores pela agilidade e firmeza das

⁴⁴ Perguntamos a Becker[5;13] o significado de “problemas físicos” ao qual relacionou com os conceitos referentes ao guindaste e comparação feita com a balança.

⁴⁵ O aluno Gabl[6;14] assim como Beck[5;13] ingressou no Colégio Militar de Porto Alegre via concurso público enquanto cursava a 7ª Série de escola pública, retornando a 5ª Série

perguntas. Porém, nos questionamentos que envolviam processos cognitivos de nível IIIA e IIIB, acima do que supostamente avaliamos ser o seu nível cognitivo, mostrou-se insegura, fazendo a entrevista girar em círculos, pedindo a mesma operação várias vezes com mudança de caráter topológico. Por exemplo, pediu para Gabl[6;14] equilibrar a balança assimétrica com um bloco, com dois e depois com três; para retirar todos os blocos e colocar menores. Na atividade com a balança dupla, não soube fazer perguntas exceto que realizasse o equilíbrio e, o que é muito importante, NÃO PEDIU EXPLICAÇÃO ALGUMA para Gabl[6;14], pois ela não saberia respondê-las (não soube fazê-lo nas entrevistas anteriores). Embora tenha conseguido coordenar algumas situações problema, não utilizou esses conhecimentos na entrevista seguinte: UTILIZOU AQUILO QUE JÁ SE ENCONTRAVA EQUILIBRADO EM SUA ESTRUTURA COGNITIVA.

Mudando o foco para a atitudes dos professores nas entrevistas com alunos, o Método Clínico aplicado sem domínio das composições lógicas (domínio da epistemologia) ou dos fenômenos físicos conduzem a atitudes muito semelhantes à de Sama[7;12]. O conhecimento de epistemologia é fundamental para a intervenção do professor na análise de processos cognitivos e na criação de situações de interação capazes de modificar estruturas cognitivas. Nos objetos digitais de aprendizagem esses conhecimentos atuam diretamente na interação sujeito-objeto, principalmente nos processos que envolvem ensino a distância.

5.5. Objeto material ou objeto digital?

Na Tabela 3, relacionamos alguns exemplos de tomada de consciência, abstração reflexionante e resistência da estrutura cognitiva à mudança, retirados das entrevistas dos alunos Clari[7;12], Beck[5;13] e Sama[7;12].

Do ponto de vista do desenvolvimento cognitivo pudemos verificar que o objeto digital proporcionou abstrações reflexionantes e tomadas de consciência nos sujeitos entrevistados, comportando-se como o objeto material. Isto foi evidenciado pela atitude do aluno Beck[5,13] utilizando conceito de centro de massa na primeira entrevista e empregando-o na entrevista seguinte (balança material). Clari[7;12] iniciou suas entrevistas no digital e, acompanhando sua evolução nas três entrevistas, verificamos uma modificação em sua entendimento da compensação

peso/distância, embora não tenha utilizado esse recurso nas atividades seguintes por falta de equilíbrio de sua estrutura cognitiva.

Tabela 3: Processos cognitivos presentes em três entrevistas clínicas

	Clari[7;12] comparou os blocos pelo peso (em distâncias iguais) embora compreendesse a compensação pesos/distância (linha 33). Na primeira entrevista, linha 79, iniciou um processo de abstração reflexionante na direção da diferenciação do conceito, evidenciado nas entrevistas seguintes (linha 86).
	Apesar de ter diferenciado os blocos pela distância nas primeiras entrevistas, Clari[7;12] não utilizou tal conhecimento para resolver adequadamente as atividades posteriores (linha 53), voltando a utilizar o peso para destingir blocos diferentes.
	Beck[5;13] realiza uma tomada de consciência do conceito de equilíbrio ao compara a balança com o guindaste, levando-o a intuir o significado de centro de massa (CM) de um sistema em equilíbrio (linha 81).
	Pelo conceito de centro de massa do sistema, obtido no objeto digital, Beck[5;13] descobriu o CM de dois blocos na balança material, tarefa que exigiu abstração reflexionante, diferenciação e generalização conceitual.
	Sama[7;12] desenvolveu sua entrevista com muita habilidade nas perguntas relacionada com o seu nível cognitivo (supostamente IIB/IIIA) mas girou em círculos quando a entrevista exigiu níveis superiores (IIIA/IIIB)

Sama[7;12] teve desenvoltura nos conceitos já estruturados em seu sistema de significação. Investigando a atitude de professores que ajudaram a realizar as entrevistas clínicas, observamos o mesmo procedimento, principalmente nos domínios físicos e de epistêmicos. Seguiam o roteiro pré-estabelecido,⁴⁶ mas em situações novas, perdiam a oportunidade de investigá-las com mais profundidade, pelo simples fato de não “enxergá-las”. Nosso propósito não foi comparar os objetos digitais e materiais, apesar do paralelismo existente. Procurávamos estudar como o objeto digital poderia ser desenhado para permitir, através da intervenção do professor, ser empregado na análise de processos cognitivos. A partir desses dados, podemos discutir a conveniência de utilizarmos um conjunto de critérios que garantam a criação de objetos digitais de aprendizagem interativa.

⁴⁶ A confecção de um roteiro foi uma das exigências feitas pelos professores quando se sentirem inseguros para conseguirem realizar a entrevista clínica.

6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos levantaram um conjunto de hipóteses a respeito da utilização dos objetos de aprendizagem como promotor do desenvolvimento de processos na construção do conceito de equilíbrio físico.

6.1. Metodologia

A metodologia utilizada no acompanhamento dos processos cognitivos foi adequada, devido à impossibilidade de criarmos uma base comum como parâmetro de comparação de processos cognitivos, tanto pelo sujeito de pesquisa, quanto pelo pesquisador. O sujeito de análise apresentava formação diversificada, inviabilizando uma classificação por níveis cognitivos.

Uma análise estatística pouca contribuição traria a nossa análise. Evidenciada na entrevista com Clari[7;12], o professor entrevistador concluiu erroneamente a operacionalidade formal da aluna. Apesar de operar a compensação peso/distância (a seriação dupla entre peso e distância), quando solicitada a utilizá-la numa entrevista subsequente, evita apoiar suas afirmações no novo, utilizando conceitos anteriores equilibrados. Na linha 53 (Apêndice J), Clari[7;12] compara os dois blocos diferentes pelo peso ao invés de utilizar a relação em distâncias, processo que fora utilizado por ela no dia anterior.

Quando esse processo irá adquirir sua estabilidade? É possível realizar uma avaliação por questionários ou provas de conhecimento nessas condições?

Antes da equilibração cognitiva, aplicar um questionário de avaliação, provas de múltipla escolha ou qualquer tipo de exame psicométrico, permitiria avaliar conceitos adquiridos (equilibrados com generalização construtiva) e não processos cognitivos em desenvolvimento. A partir de tal constatação, uma possível dificuldade encontrada no sistema de avaliação atual será avaliar resultados finais e não processos cognitivos em desenvolvimento. Podemos estar orientando esforços excessivos a elaborar uma didática fora das necessidades epistemológicas dos alunos.

6.2. Sujeitos escolhidos

Poderíamos utilizar qualquer faixa etária, pois se registraram tomadas de consciência e/ou abstrações reflexionantes em todos os vídeos. No entanto, restringimos a faixa etária às 7ª Séries, por carecer de sentido uma análise exaustiva de todos os dados, tanto no que se refere ao tempo de análise como a proposta dessa tese. Além disso, essa faixa etária foi mencionada na literatura como profícua em mudanças cognitivas, dando possibilidade de detectar as causas que levariam alunos da 1ª Série do Ensino Médio a terem dificuldades na compreensão de conceitos abstratos (por exemplo, representação do movimento por gráficos cartesianos, deslocamentos escalares — p. 3).

6.3. A entrevista clínica

A entrevista clínica acompanhou a atividade digital, buscando evidências de desenvolvimento cognitivo semelhantes à atividade material⁴⁷. Contando com as intervenções feitas pelo pesquisador, pudemos evidenciar tomadas de consciência⁴⁸. A destreza no manuseio do mouse e das teclas de navegação pouco influenciou no processo cognitivo. Apenas cinco alunos utilizaram as telhas de navegação para mudar o ângulo de visão ou se aproximar da prancha.

6.4. Registro dos dados

A gravação em vídeo das entrevistas permitiu que analisássemos dados que não seriam registrados no processo normais de protocolo. Embora a técnica de protocolo encontre-se bastante evoluída pela longa prática de Método Clínico, a assistência da entrevista por vários pesquisadores, expondo suas opiniões e analisando conjuntamente as condutas do aluno, proporcionou maior objetividade à

⁴⁷ Acompanhamos seqüências lógicas semelhantes e não atitudes ou comportamentos idênticos. Dois alunos podem não ter a mesma atitude frente ao objeto, mas utilizarem os mesmos recursos lógicos para a compreensão dos fenômenos físicos.

⁴⁸ O método clínico piagetiano se caracteriza por acompanhar o processo cognitivo ao invés de produzir alterações cognitivas. Em momento algum se buscou a “aprendizagem por resultados”.

análise dos processos. A transcrição da entrevista para uma planilha eletrônica revelou a importância dos registros áudio-visual e escrito.

Os primeiros registros foram organizados no Quadro 10 da página 177. Obtivemos uma visão geral do estado cognitivo dos alunos, mas não um acompanhamento do processo. Tentamos complementar a análise com uma planilha eletrônica, permitindo maior flexibilidade na comparação dos dados (Quadro 11 da p. 177). Porém, estávamos comparando alunos ao invés de evidenciar processo. Passamos a comparar o aluno consigo mesmo, organizando os dados em três colunas (originalmente subdividida em sujeito, comentários e lógica e posteriormente apenas em sujeito e lógica), colocando nas linhas da tabela os processos cognitivos semelhantes, evidenciando as mudanças ocorridas em cada entrevista. Essa elaboração só foi possível após a coleta exaustiva das novidades, encontradas no objeto material e digital. Desta forma, as 111 entrevistas foram essenciais para consolidar nossa plataforma epistêmica de análise.

6.5. Orientação da fundamentação teórica

Os sujeitos de pesquisa apresentaram forte resistência à mudança de critério em uma situação problema, preferindo basear suas análises no antigo (conceitos bem equilibrados na estrutura cognitiva) a arriscar o novo (recentemente assimilado e acomodado, mas ainda não generalizado na estrutura). Essa constatação foi determinante para focalizarmos a fundamentação teórica na Equilibração das Estruturas Cognitivas ao invés da Abstração Reflexionante. Em nosso entendimento, a teoria Equilibração das Estruturas Cognitivas evidencia a formação do conceito como um processo, passando a tomada de consciência por níveis, evoluindo para patamares cada vez mais abrangentes. Tanto Clari[7;12] (linha 53) quanto Beck[5;13] (linha 36) apresentaram abstrações reflexionantes numa primeira entrevista, mas não foram generalizadas de imediato na estrutura cognitiva e, conseqüentemente, não empregaram os novos conhecimentos na resolução de problemas. No Apêndice J, p. 178, linhas 84 e 86, Clari[7;12] iniciou a comparação dos blocos pelo peso e, uma vez solicitada, passou a empregar a nova forma (comparar os pesos pela distância), respondendo prontamente e com acerto.

6.6. Ajustes do objeto digital

A confecção do objeto material permitiu modificar o método e tipo de objeto, para evidenciar os processos cognitivos a ser investigado no digital.

Se o aluno equilibrasse dois pesos diferentes na balança simétrica, pedíamos que o realizasse na assimétrica, investigando o nível de operação empregada. Uma das novidades registrada nas diversas entrevistas permitiu realizar o mesmo processo de forma diferente. Após equilibrar dois blocos diferentes na balança oferecíamos dois blocos iguais ao aluno entrevistado, pedindo que previsse a alteração do equilíbrio quando fossem colocados sobre os dois blocos diferentes (Figura 63). Mesmo professores experientes foram levados a engano devido à falta de regulação perceptiva, afirmando a permanência do equilíbrio. Há falta de diferenciação entre as relações aditivas e multiplicativas. Os blocos compensados precisam de acréscimos proporcionais aos seus pesos ao invés de acréscimos iguais. Desta forma, para a mesma operação lógica criamos duas verificações, capazes de serem realizadas também no digital.

O objeto material seguiu um caminho paralelo ao do objeto digital. Porém, não demorou muito para a confecção do objeto digital seguir seu próprio caminho. Inicialmente desenhado em Macromedia-Flash, não conseguimos obter o resultado desejado. A intervenção do bolsista Daniel Basso trouxe “realismo” à interação, aproximando os “observáveis digitais” dos “observáveis reais”. Da construção do objeto digital até a etapa experimental, entre entrevistas clínicas e coleta de dados, surgiu o sensor de equilíbrio horizontal, modificando o objeto original, sem causar diferença nos processos cognitivos investigados (comprovado nas observações das 111 entrevistas).

O foco principal da pesquisa voltou-se para as diferentes interações digitais. Esperávamos encontrar uma dificuldade maior na balança digital, ou mesmo, rejeição. Porém, os alunos que usaram as duas modalidades de balança preferiram a digital, pela rapidez com que verificavam o equilíbrio. Pode ser evidência de uma cultura digital?

As qualidades do objeto (enquanto percebidas como propriedades físicas pelo sujeito) são alteradas e limitadas pelas opções do programador. Este fator torna-se objeto de estudo quando “transcrevemos” objetos reais ao digital (predominância de abstrações reflexionantes no ambiente digital).

7. CONCLUSÃO

7.1. Apreensão do conceito

A análise das ações da aluna Clari[7;12] na balança, além da corroborar com nossa tese, permitiu consolidar nossos conhecimentos de lógica operatória e epistemologia, comprovando na prática o que havíamos encontrado em teoria. Tornamo-nos elemento do próprio processo que estudávamos, tendo tomadas de consciência sobre a didática que vínhamos aplicando em nossos alunos. As descobertas dos entrevistados, principalmente naquilo que acabamos chamando de tomada de consciência estrondosa (Beck[5;13], Apêndice L, linha 81), acompanhada de manifestação física, mostrou-nos o quão lógico podem ser os “erros” das crianças e quão frutíferos podem ser para sua educação. A atitude do professor junto a Clari[7;12], explicando o conceito em nível formal e a aluna respondendo em nível concreto, leva-nos a uma reflexão da possibilidade de estarmos aplicando método didático distante da realidade epistêmica do aluno, substituindo processos de desenvolvimento por ordenamento de conteúdos.

Ao hierarquizar conceitos físicos, numa tentativa de torná-los mais acessíveis ao raciocínio infantil, supomos hierarquias idênticas entre professor e aprendiz. Ambos apresentariam a mesma estrutura cognitiva capazes de interpretar os observáveis do objeto (abstração dos atributos no objeto) e utilizar as operações lógicas fundamentais do raciocínio (INRC – vide p. 73). Tal identificação pode não ser tão estreita no raciocínio de crianças, adolescentes e adultos.

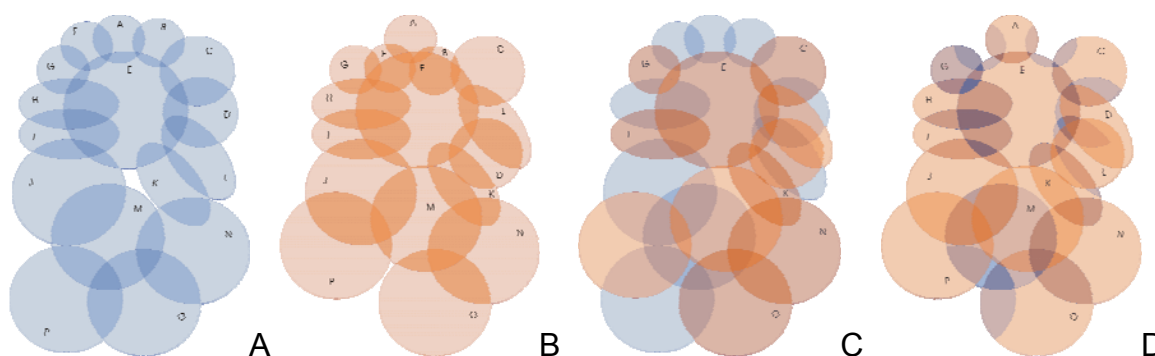


Figura 67: Sistemas axiomáticos e epistêmicos

Fazendo uma analogia gráfica para melhor compreensão desta questão, podemos supor que os subsistemas cognitivos (Figura 4, p. 15) necessários para a compreensão do equilíbrio na balança, representados na Figura 67-A e a Figura 67-

B, sejam os subsistemas cognitivos em processo de desenvolvimento no sujeito. Comparando os dois sistemas (Figura 67-C), compensações gradativas irão diferenciando as partes com as partes e as partes com o todo, aumentando o domínio das negações e melhorando o sistema de significação. Essas modificações poderão levar o sujeito, por exemplo, aos questionamentos:

- a) Por que o peso não aumenta quando afastado do centro da balança?
- b) O que ocorrerá com corpos diferentes a distâncias diferentes sobre a balança?
- c) Por que a balança menor está em equilíbrio mesmo no desequilíbrio da maior?

Tais diferenças são potencialmente construtivas por permitir a ocorrência de perturbações capazes de serem compensadas pela estrutura cognitivas (**tipo β** ou **tipo γ** - Figura 15, p. 36). Tais perturbações, em geral, não ocorrem em aulas expositivas por impedir o aluno ter contato com o “erro” (a negação lógica), fundamental para o desenvolvimento harmônico do conceito. Sem “praticar a diferenciação”, comparações das partes e domínio das relações assimétricas, o sujeito permanecerá considerando os fenômenos de forma concreta - por exemplo, equilibrando pesos diferentes com dupla seriação - sem dar-se conta da lei de proporcionalidade dos pesos e das distâncias, por falta de operações formais de pensamento.

A dificuldade de entendimento de conceitos físicos pode ser explicada de outra forma, além de culpar os professores de séries anteriores por não ensinarem o conteúdo ou os alunos por não estudarem o suficiente para a compreensão do conceito. Devemos centrar o foco na natureza humana (na complexa rede neural) que se resiste a seguir o nosso plano de aula. O aluno estruturará os conceitos de acordo com o seu sistema de significação (guardadas as proporções, semelhante a Figura 67-B) e quando este sistema se mostrar muito diferente da estruturação hierárquica (Figura 67-A), ocorrerá desajuste entre o que se deseja ensinar e o que se pode aprender. O aluno passará a construir conceitos de forma fragmentada, sem compreensão ou estrutura (Figura 67-D). Trabalharão com duas físicas, a da escola – que o professor avalia em provas - e a do dia a dia – onde as coisas acontecem.

Tal hierarquização pode ser aplicada a indivíduos que já apresentem operações formais e domínio completo de negações. No entanto, tratando de educação de crianças e adolescentes, este método pode apresentar um sucesso aparente (semelhante a Clari[7;12] com a dupla seriação), mas carecendo de estrutura formal. A aluna Sama[7;12] corrobora com esta afirmação quando teve

dificuldade em conduzir uma entrevista além de seu nível cognitivo, mesmo entrevistando um sujeito de nível formal.

Uma didática voltada ao desenvolvimento dos processos cognitivos pode favorecer a aprendizagem quando disponibiliza aos alunos instrumentos de raciocínio, capacitando-os a formular hipóteses, diferenciar conceitos, abstrair de suas próprias ações à coerência de seus processos lógicos. Propomos a implementação de uma didática voltada ao aprender e não à eliminação dos conteúdos hierárquicos, utilizando os objetos digitais de aprendizagem interativos como ferramentas para tal implementação (Apêndice A).

7.2. O objeto digital e processos cognitivos

O aluno Beck[5;13], com suas tomadas de consciência, evidenciou o uso do objeto digital como uma ferramenta capaz de auxiliar o professor na pesquisa do desenvolvimento dos processos cognitivos vivenciados pelo aluno. As demais entrevistas também evidenciaram este processo de desenvolvimento, tanto na utilização do digital quanto na do material. Não é possível estabelecer escala comparativa entre os objetos, uma vez que o aluno não pode usar dois objetos sem que a interação com modifique as interações com o outro. Um controle estatístico em nada validaria tal pesquisa por falta de comparação objetiva (sujeitos idênticos cognitivamente).

7.3. A Epistemologia presente nas entrevistas

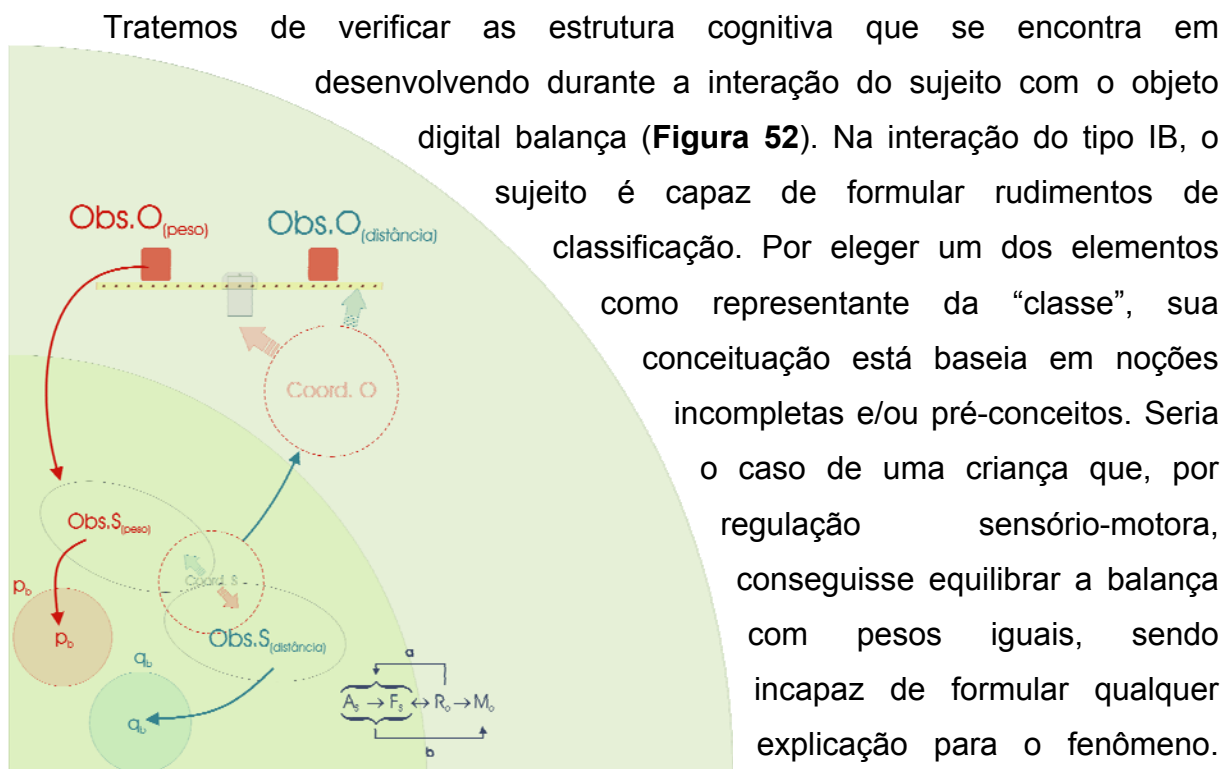


Figura 52: Equilíbrio tipo IB

Solicitado a colocar um novo bloco na balança em desequilíbrio, acrescenta-o sobre o já existente para melhorar o equilíbrio e não do lado em falta, por falta de uma ação operatória. Sua conceituação está ligada somente ao sucesso na ação.

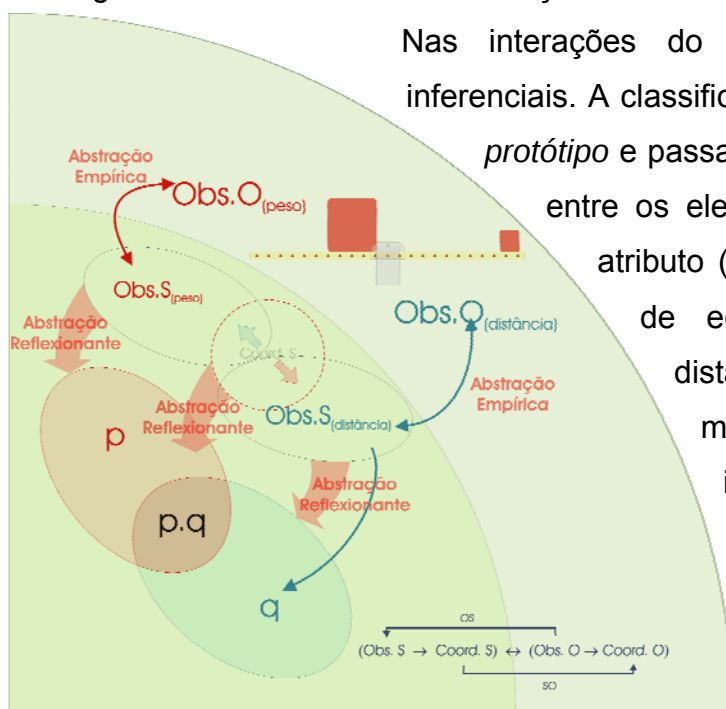


Figura 59: Equilíbrio tipo IIA

De forma simplificada, podemos dizer que Becker[5;13] estabelece relações de igualdade e de diferença entre a balança e o guindaste. Verificará a necessidade de compensação dos pesos e distâncias em ambos os objetos, um para manter-se na horizontal e outro para manter-se na vertical. Nessa mesma comparação, vemos que o equilíbrio se dá em duas direções diferentes, vertical e horizontal, apresentando diferenças marcantes entre os objetos, mas ambos vinculados ao mesmo princípio.

O reflexionamento seria a aproximação de todas as relações que tenham alguma similitude (oscilam em torno de uma posição estável, deslocamento horizontal dos pesos, etc.) e diferenças (os pesos se encontram apoiados na balança e pendurados no guindaste; o equilíbrio é um fim a ser atingido na balança enquanto no guindaste uma condição de funcionamento, etc.). A reflexão é compor todos estas relações em um todo coerente através de uma abstração, oferecendo ao sujeito um equilíbrio cognitivo melhor que o anterior, mesmo que incompleto (Figura 26, p. 62). Esse todo coerente pode ser a generalização do equilíbrio para ambos os sistemas em torno de uma relação (maior comprimento x menor peso), construindo um conceito que permita assimilar os dois objetos com um único sistema cognitivo (com assimilação recíproca ou não de subsistemas). Nesse contexto podemos entender porque um conceito é sempre adequado, ou seja, permite assimilar o universo dos observáveis até o momento conhecido pelo sujeito.

Ainda é possível ver que o conceito faz parte de um sistema. Dois objetos foram tematizados na construção de uma nova forma, criando uma estrutura cognitiva mais estável. E essa nova estrutura é capaz de ser igualmente tematizada em outro contexto (em um edifício onde tenhamos lajes em balanço, fator construtivo de qualquer varanda de prédios), perfazendo um sistema infindável de novas formas e estruturas cognitivas.

7.4. Orientações para elaboração de objetos digitais

As soluções encontradas na elaboração do objeto digital pode ser utilizada na construção de novos objetos digitais interativos.

Sentimos necessidade de apoiar nossa pesquisa em conhecimentos de Epistemologia Genética para descobrir os processos cognitivos subjacentes ao conceito que se deseja explorar. Os professores aplicavam as entrevistas clínicas,

percebendo alguns processos cognitivos, mas carecendo de ferramentas adequadas para compreender o processo. A Epistemologia Genética, complementada pela neurociência, permitiu uma melhor intervenção nos processos cognitivos desenvolvidos durante as entrevistas, produzindo desequilíbrios e desafios adequados ao sistema de significação do sujeito.

O conhecimento técnico e epistemológico são faces da mesma moeda. Professores com pouco conhecimento físico perderam oportunidades de desequilibrar o aluno entrevistado por falta de variações sobre o mesmo tema (aumento dos possíveis lógicos).

A reformulação constante da teoria foi a base utilizada para depurar erros, conceber o protótipo e evoluir o objeto digital existente. Quando o objeto digital apresentava dificuldades de compreensão ou interferência na análise das entrevistas, alterávamos ambos os objetos (material e digital)⁴⁹, descobrindo quais características deveriam ser transpostas ao digital.

Buscamos o auxílio de uma equipe interdisciplinar, capaz de disponibilizar os recursos técnicos em informática mais adequados ao objeto idealizado. A qualidade visual e interativa do objeto ampliou sua aplicação a diferentes públicos, indispensável em uma etapa de análise. O objeto balança digital tinha como público alvo as idades de 11 e 14 anos, mas pela construção dada ao objeto, pudemos estender sua aplicação às crianças de quatro anos.

A forma de registro foi definida durante a pesquisa. Uma experiência cuja abordagem se restrinja a processos lingüísticos (atividade de leitura, explicação de uma gravura, interpretação de histórias em quadrinhos, etc.), o prontuário da entrevista clínica e a gravação de áudio serão suficientes como meios de registro. No entanto, experimentos dinâmicos, com interação sensório-motora e expressões corporais, constituindo-se dados que revelam atitude cognitiva do sujeito, convêm ser acompanhados por áudio e vídeo, ainda que apoiados pelos prontuários como forma de endereçamento e agilidade de consulta.

⁴⁹ Partimos da pesquisa bibliográfica dos objetos digitais existentes e, pela inadequação encontrada com os objetivos da tese, elaboramos o objeto material, certos da correlação existente entre os dois objetos.

7.4.1. Considerações finais

Ao término desta pesquisa verificamos que o método utilizado para a análise dos dados (tabela comparativa de processos cognitivos) acompanhado do objeto digital balança, permite acompanhar os processos cognitivos que se desenvolvem na construção do conceito de equilíbrio na balança, durante entrevistas clínicas realizadas com estudantes de Educação Básica. Nas modalidades simétrica, assimétrica e dupla, o objeto digital balança foi capaz de auxiliar o professor a promover atividades suficientemente desequilibradoras para, no sujeito entrevistado, pede-se evidenciar os processos de tomada de consciência e abstrações reflexionantes.

Ao final desta pesquisa relacionamos algumas orientações gerais que permitirão a professores e educadores desenhar objetos digitais interativos.

7.5. Uma nova perspectiva

Uma mudança de abordagem na educação, utilizando os estudos dos processos cognitivos na elaboração didática dos programas de Ensino de Física, pode ser desenvolvida a partir da inclusão da cultura digital. Objetos de aprendizagem digitais interativos, utilizados para a complementação das aulas práticas já existentes, permitirão uma complementação harmônica entre aprendizagem de conteúdos programáticos (buscando a educação coletiva) e o desenvolvimento dos processos cognitivos necessário às abstrações refletidas e tomadas de consciência.

8. TRABALHOS FUTUROS

Como em toda tese de doutorado, acabamos deslocando boa parte do trabalho de desenvolvimento e projetos de pesquisa para o futuro, em virtude da brevidade do tempo dado ao doutorado e pela abundância de idéias que a própria pesquisa suscita. Desta forma, podemos descrever alguns projetos que desejamos dar prosseguimento após a defesa desta tese:

1. Estender os estudos aqui realizados ao desenvolvimento de objetos de aprendizagem em Matemática e Química, área do conhecimento correlata à Física.
2. Aprofundar nos conhecimentos de Epistemologia Genética no referente à noção de número, limite matemático, formação dos conceitos de espaço, tempo, velocidade e demais grandezas físicas. Nesse sentido, deseja-se refazer e aperfeiçoar os experimentos feitos por Piaget, visando transpô-los ao digital.
3. Iniciar um estudo de aproximação das conclusões da Epistemologia Genética à neurociência e a gnosiologia da percepção (sentidos externos e sentidos internos).
4. Estender o estudo de lógica operatória às operações intraproposicionais (lógica das classes, dos conjuntos, do número), buscando as experiências possíveis de serem transpostas ao digital.
5. Publicar alguns estudos de conteúdos programáticos em Física, sugerindo atividades e procedimentos que tornem a interação em sala de aula interativa (iniciando pela concepção de sala de aula), onde o computador possa ser uma ferramenta de transformação cultural.
6. Investigar as condições necessárias para a elaboração de um ambiente digital, cuja intervenção se realize por um tutor a distância, capaz de desenvolver uma entrevista clínica piagetiana. Tal sistema poderá ter um caráter misto, onde um tutor inteligente oriente a entrevista, através de um protocolo em feedback com um banco de ações, já registradas por alunos em entrevistas anteriores, e um especialista acompanhando a mesma entrevista e “publicando” as alterações no tutor quando a evidência de situações novas o exigissem. A dificuldade estará centrada em saber “quando uma atividade será nova” e como a ontologia do sistema poderá perceber esta alteração, mantendo a flexibilidade e rapidez exigida pelo Método Clínico Piagetiano.

9. REFERÊNCIAS

- Abbagnano**, Nicola - *Dicionário de Filosofia* Editora Mestre Jou, São Paulo, Original: Dizionario di Filosofia, 1968.
- Becker**, Fernando. *Da ação à Operação, O Caminho da Aprendizagem*, EST: Palmarinca: Educação e Realidade, 1993.
- Becker**, Fernando. *Método Clínico Piagetiano: Teoria e Prática*. Curso de Extensão novembro/2004 – Prof. Dr. Fernando Becker
- Bertaux**, D. *L'approche biographie: sa validité méthodologique, les potentialités*. *Cahiers Internationaux de Sociologie*, LXIX, 1980.
- Basso**, D. M. *Phi: ferramentas para simulação robótica*. In: WORKSHOP SOBRE SOFTWARE LIVRE, WSL, 6., 2005. Anais. . . [S.l.: s.n.], 2005. p.279–284
- Blasco**, Pablo G., *Educação da Afetividade através do Cinema*, Instituto de Ensino e Fomento, 2006, Curitiba.
- Carraher**, Terzinha N., *O método clínico: usando os exames de Piaget*. Petrópolis: Vozes, 1983
- Cebollada**, P., *Uma Mirada al Cine*. Centro Español de Estudios Cinematográficos u audiovisuales, 1997.
- Chiarottino**, Zélia R., *Piaget: Modelo e Estrutura*, Coleção Psicologia Contemporânea, Livraria José Olympio Editora, 1972.
- Cohen**, David, *Piaget, Um Questionamento*, Epistemologia e Sociedade, 1999.
- Delval**, Juan. *Introdução à prática do método clínico: descobrindo o pensamento das crianças*. Porto Alegre: Artmed, 2002.
- Dolle**, J. M., *Para Compreender Jean Piaget*, Horizontes Pedagógicos, 1997.
- Duarte**, Rosália. *Qualitative research: reflections on field work*. Cad. Pesquisa. Mar. 2002, no.115, p.139-154. ISSN 0100-1574.
- Disponível também em <http://www.scielo.br/pdf/cp/n115/a05n115.pdf>
- Gowin** (1981) – Referencia do livro Novas Estratégias de Ensino e Aprendizagem – Marcos Antonio Moreira
- Halliday**, Resnick Walker, *Fundamentos da Física*, Livro Técnico e Científicos Editora S.A. 4ª Edição, 1996.

McKelvey, John p., *Física*, Harper & Row do Brasil, 1979.

Mantoan, M. T. E., *O Processo de Conhecimento - tipos de abstração e tomada de consciência*. NIED-Memo, Campinas, São Paulo (1991).

Moreira, M. A., *Uma Abordagem Cognitiva ao Ensino da Física*, Ed. Universitária, 1983.

Moreira, M. A., *Instrumentos de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem*, Editora da PUCRS, 1993.

Moreira, M. A., *Novas Estratégias de Ensino e Aprendizagem*, Ed. PUCRS, 1994.

Moreira, M. A., *Teorias de Aprendizagem*, Ed. Pedagógica e Universitária Ltda, 1999

Negroponte, Nicholas, *A Vida Digital*, Companhia das Letras, 2ª edição, 2002

Inhelder, B. Bovet. M, *Aprendizagem e Estruturas do São Paulo, Conhecimento*, Editora Saraiva, 1977.

Inhelder, B. & Cellerier, G. [1992] *O desenrolar das descobertas da criança: um estudo sobre as microgêneses cognitivas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

Papert, Seymour, *A Máquina das Crianças*, Artes Médicas, Porto Alegre, 1994.

Perrandeau, M., *Piaget Hoje, Resposta a Uma Controvérsia*, Horizontes Pedagógicos, 1996.

Piaget, J. *A Representação do Mundo na Criança*. Rio de Janeiro: Record, 1926.

Piaget, J. *A Formação do Símbolo na Criança*, Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1971
Obra original: *La Formation du Symbole chez L'enfant Imitation, Jeu et Revê Image et Representation*, 1964,

Piaget, J. *Psicologia e Epistemologia*, Dom Quixote, Lisboa, 1972

Piaget, J. *Aprendizagem e Conhecimento*, em Piaget, P. & Gréco, P., *Aprendizagem e Conhecimento*, Freitas Bastos, Rio de Janeiro. 1974

Piaget, J. *O Nascimento da Inteligência na Criança*, Editora Zahar Editores/MEC, São Paulo, 1975 - 2ª Edição

Piaget, J., *A Equilibração das Estruturas Cognitivas*, Zahar Editores, RJ, 1976

Piaget, J. *Da lógica da Criança a Lógica do Adolescente*, Enio Matheus Guazzelli LTDA, São Paulo, 1976/2

Piaget, J. *Ensaio de Lógica Operatória*, Editora Globo, Porto Alegre, 1976/3

Piaget, J. *O Desenvolvimento do Pensamento, Equilibração das Estruturas Cognitivas – Original: L'Équilibration des Structures Cognitives*, Dom Quixote, Lisboa, 1977

Piaget, J. *Tomada de Consciência*, Editora Melhoramentos UDUSP, 1978

Piaget, J. *Fazer e Compreender*, Editora Melhoramentos UDUSP, 1978/2

Piaget, J. *Epistemologia Genética*. São Paulo: Editora Abril, 1979

Piaget, J. *Memória e Inteligência*, Editora Artenova S. A, 1979/2

Piaget, J. *A Gênese do Número na Criança*, Editora Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1981 - 3ª Edição

Piaget, J. *O Desenvolvimento das Quantidades Físicas na Criança* Editora Zahar Editores, 1983 Rio de Janeiro - 3ª Edição

Piaget, J. *Psicologia e Epistemologia*, Editora Dom Quixote, 1991 - 5ª Edição

Piaget, J. *Abstração Reflexionante*, Artes Médicas, Porto Alegre, 1995

Pietrocola, M., *Ensino de Física*. Editora da UFSC, 2001

IEEE/2006 - <http://ltsc.ieee.org/wg12/index.html> em 20/03/2006.

Sá Filho, Clovis S. e Machado, Elian de Castro – “O computador como agente transformador da Educação e o papel dos objeto de aprendizagem”

In <http://www.universiabrasil.net/materia/materia.jsp?id=5939>, lido em 10/05/2006 e

http://www.timaster.com.br/revista/artigos/main_artigo.asp?codigo=879 de 3/12/2003, lido em 30/04/2006.

Valente, José A., *Informática na educação: instrucionismo x construcionismo*. Extraído de <http://www.divertire.com.br/educacional/artigos/7.htm>, data: 22/04/2007

Valente, José A., *Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação*. Campinas: Gráfica da UNICAMP (1993).

Apêndice A: Objetos Digitais de Aprendizagem⁵⁰

Buscando por “learning objects” no Google, são encontrados 3.590.000 e por “learning object” são encontrados mais 2.630.000, desconsiderando aqui as interseções, pode-se dizer que existem aproximadamente 6 milhões de referências ao assunto, sem contar, obviamente, as referências a termos correlatos. Este dado é um indicativo de ser este um tema de grande interesse para a comunidade de informática aplicada à educação.

Uma parte significativa desta literatura dedica-se aos aspectos relativos à construção e disponibilização de artefatos digitais para uso em atividades educacionais, sem aprofundar, no entanto, as questões relativas à natureza cognitiva desses artefatos. Em outras palavras, ainda é escassa a discussão sobre quais as características que, quando presentes, podem torná-los mais apropriados à exploração dos sujeitos, que por meio deles, buscam construir seu conhecimento.

Corroborando com esse fato, as informações contidas em documentos da Learning Technology Standards Committee (LTSC) (IEEE – 2006), órgão da IEEE responsável pela regulamentação de normas referentes ao assunto, definir os objetos de aprendizagem (learning objects) como sendo qualquer entidade, digital ou não digital, que possa ser utilizada para aprendizagem, instrução ou treinamento. A partir dessa definição, os objetos de aprendizagem podem incluir apresentações multimídia, conteúdos instrucionais, ferramentas de software, pessoas, organizações ou eventos que podem ser utilizados, reutilizados ou referenciados durante a aprendizagem suportada por TIC's⁵¹.

Segundo SÁ FILHO e MACHADO (2004), um objeto de aprendizagem pode ser uma montagem de recursos disponíveis e criados por outros desenvolvedores, tais como imagens, textos e algum outro elemento que possa causar reflexão por parte dos alunos. Para esses autores, os objetos devem fazer parte dos ambientes de aprendizagem para torná-los ricos e flexíveis. Os objetos podem ser utilizados como recursos simples ou combinados, formando uma unidade maior. Podem ser

⁵⁰ Co-autoria com o Prof. Ms Antonio Fonseca de Lira, Prof. Ms Edson Luis Lindner e Prof Dr. Crediné Menezes, quando na elaboração de artigo submetido no SBIE 2006.

⁵¹ TIC's – Tecnologias da Informação e Comunicação.

utilizados em um determinado contexto e reutilizados posteriormente em contextos similares. Os autores apontam algumas características necessárias aos objetos de aprendizagem, tais como:

- A reutilização dos mesmos. Um curso deve ser projetado em estrutura modular obedecendo às regras da orientação a objetos, com um objetivo educacional explícito.
- Devem ser projetados para serem úteis sem causar problemas de atualização de hardware ou software.
- Devem permitir a usabilidade aos usuários.
- Podem ser criados em qualquer tipo de mídia (texto, imagem, som, vídeo, etc.).
- Devem ser padronizados em protocolos TCP/IP, HTTP e HTML para permitir sua difusão na rede e serem utilizados a distância.
- Devem permitir a busca de soluções de problemas ao invés de certezas prontas.

Para CAMPOS⁵², o conceito de objetos de aprendizagem (LO – learning objects) é amplo e surgiu com o objetivo de permitir a localização de conteúdos educacionais na WEB, para serem reutilizados em cursos e plataformas de ensino, visando a redução dos custos de produção. Os metadados de objetos digitais produzidos são armazenados em repositórios para permitir sua fácil localização, tais como:

- CLOE (Cooperative Learn-Ware Object Exchange) - University Waterloo – Canadá.
- MERLOT (Multimedia Educational Repository for Learning and On-line Teaching) – Califórnia – USA.
- CAREO – (Campus Alberta Repository of Educational Objects) – Canadá.
- ROSA – (Repository of objects with Semantic Access for Learning).

⁵² Gilda Helena Bernardino de Campos – Prof^a. Adjunta do Instituto de Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula; Pesquisadora Colaboradora da COPPE-Sistemas/UFRJ ; Membro do

- RIVED – (Red Internacional Virtual de Educación).
- CESTA – (Coletânea de Entidades de Suporte ao uso de Tecnologia na Aprendizagem) – CINTED – UFRGS – Brasil.

Ainda conforme CAMPOS, os repositórios são vistos como facilitadores na montagem de novos cursos on-line, cujos principais requisitos são: o armazenamento de metadados, o suporte à modelagem conceitual de cursos, a integração com sistemas de LMS (Learning Management Systems), a interface para carga de metadados e conteúdo, a segurança, os serviços operacionais, entre outros.

As definições de objetos de aprendizagem correntes juntam-se em uma mesma categoria, assim como quaisquer materiais digitais utilizados em salas de aula, sem distinguir se esses foram preparados com foco no ensino ou na aprendizagem. Nessa nomenclatura, pode-se estar chamando de “objetos de aprendizagem” um material que foi preparado explicitamente para apoiar o “ensino”. Por exemplo, ao se preparar um conjunto de slides em um editor de apresentações para apresentar um determinado assunto aos alunos: tem-se aqui um material de ensino, ainda que esse seja um material modularizado que pode ser usado para compor materiais mais complexos, tendo uma boa descrição que facilite sua recuperação e que siga diretrizes de usabilidade.

Quando se fala de características de objetos de aprendizagem deve-se lembrar a principal finalidade desses objetos que é a de permitir ao usuário vivenciar situações que propiciem o aumento do conhecimento. Pode-se pensar, então, nas características de tais objetos e se eles atendem a essa demanda.

Na definição apresentada pela IEEE para objetos de aprendizagem, as principais características são a reusabilidade e a acessibilidade. Em Wiley (2000) tem-se uma definição que destaca itens como a reusabilidade, a possibilidade de serem utilizados em diferentes contextos de aprendizagem, as entidades digitais passíveis de serem compartilhadas, em qualquer lugar da internet, por diversas

peessoas e ao mesmo tempo, bem como a possibilidade dos usuários contribuírem para a melhoria dos objetos. Wiley (2000) apresenta, ainda, uma taxonomia que aponta características como a possibilidade de combinação dos objetos, considerando o número e o tipo, a função comum (como o objeto é geralmente usado) e a necessidade de metadados sobre outros objetos ('por exemplo, a localização de outro objeto na rede).

Os objetos do mundo real são, em geral, fontes de conhecimentos que servem a necessidade de serem conhecidos pelo sujeito e se prestam à exploração e à conseqüente construção do conhecimento. Na interação e na exploração de suas possibilidades descobrem-se, pouco a pouco, suas qualidades e limites. Entretanto, é possível que os sistemas conceituais do sujeito não sejam suficientes para investigar essas qualidades. Daí a necessidade da intermediação por um agente que faça intervenções, questionamentos, sugestões de procedimentos e propostas de soluções que criem situações que perturbem os sistemas de significação do sujeito, provocando seu desequilíbrio. Mesmo os objetos artificiais, criados no mundo real com finalidade educativa podem carecer de desafios, mostrando que a principal característica de um processo perturbador não se limita à sensação e à percepção. Proporcionar interação somente visual pode não ser suficiente para despertar o exercício da análise e da reflexão. Quanto mais complexo o ambiente (no sentido de disponibilizar um maior número de interações), melhor o processo de aprendizagem realizado na medida em que os elementos já adquiridos na estrutura em formação o permitam. Dessa forma, depende do sujeito qualificar uma ação como perturbadora ou não. Mais que motivador, um objeto deve servir ao mediador para reconhecer o grau de desenvolvimento cognitivo do sujeito e repensar o próprio objeto e suas formas de intervenção em duas direções: variando e enriquecendo o ambiente com novos objetos ou simplesmente aceitando a aprendizagem que foi possível, ao aprendiz, naquele momento de seu desenvolvimento.

Um professor pode criar experimentos de laboratório apropriados para a aprendizagem. Em geral, o aumento de especificidade do produto gera uma agregação de custos por não serem fabricados em linha de produção. O uso de recurso digital, de forma que possa ser integrado em diferentes mídias, abre um campo novo para a produção de materiais didáticos. O material digital é mais

flexível, com processo de produção em escala diferenciado podendo tornar-se uma excelente alternativa educativa para grande quantidade de alunos. Há, ainda, a possibilidade de criar objetos de diversos níveis de interação, tal como ocorre com os videogames, onde os jogos possuem vários graus de dificuldade. Quanto aos aspectos operacionais podemos levantar algumas considerações:

- Qual a característica de um objeto de aprendizagem com referencial teórico na Epistemologia Genética?
- As restrições digitais dos objetos de aprendizagem (seleção de características feita por quem o concebe) podem dificultar a interação e a aprendizagem?
- Poderão os objetos de aprendizagem digitais aumentar a aprendizagem quando permitem atribuir qualidades aos objetos que não existem na realidade, criando assim mundos mais complexos? A exploração pelo sujeito, poderia levar à ampliação de seus conceitos?
- Os objetos digitais que possuem agentes inteligentes assumem o papel de assistente instigador novas pesquisas para o aluno?
- Os objetos que permitissem registros de usos por diferentes sujeitos seriam ferramentas adequadas de apoio à análise do professor e reflexão do aluno?

O emprego de objetos digitais de aprendizagem interativos (ODAI), no campo das ciências em geral e em específico das exatas, permite uma maior compreensão dos fenômenos quando o aprendiz encontra algo de novo que perturba o equilíbrio de suas estruturas cognitivas na interação. Esta provocação, quando adequada, o faz reagir, utilizando seus esquemas conceituais, acomodando-os ao que é diferente para assimilar as novidades. Quanto mais consciente for essa operação, maior será o grau de transformação de suas estruturas cognitivas. Conhecimento com maior extensão exige maior generalização, numa tentativa contínua de manter a unidade da estrutura (vista aqui como integração). Esta mesma dinâmica pode ser observada no desenvolvimento das ciências, enquanto busca novas relações causais, generalização mais ampla e leis físicas mais abrangentes, num trabalho contínuo de reconstrução do antigo.

O emprego de objetos de aprendizagem digitais interativos (ODAI), no campo das ciências exatas, permite uma maior compreensão dos fenômenos se permitir ao

aprendiz encontrar algo de novo nesta interação. Esta provocação, se adequada, o faz reagir, buscando relacionar o novo ao que fora aprendido até então. Quanto mais consciente for tal operação, maior será o grau de transformação de suas estruturas cognitivas. Mais conhecimento exige maior generalização, numa tentativa contínua de manter a unidade da estrutura (vista aqui como integração).

De forma geral, podemos observar que isto também ocorre com a ciência na busca de novas relações causais, generalização mais ampla e leis físicas mais abrangentes, num trabalho contínuo de reconstrução do antigo.

Os ODAI podem, portanto, estabelecer esta ponte entre o sujeito e o objeto na aquisição do conhecimento. Mas uma questão se levanta: não estariam os ODAI restritos em suas possibilidades por não contarem com o sensorial em sua totalidade, como acontece no mundo do real?

Se assim fosse estaríamos afirmando a primazia do sensorial na aquisição do conhecimento. A hipótese de uma origem sensorial do nosso conhecimento pode levar a conclusões paradoxais tais como a proposta por Planck:

“[...] os nossos conhecimentos físicos seriam tirados de sensações, mas o seu processo consiste precisamente em se libertar de qualquer antropomorfismo e, por consequência, em se afastar tanto quanto possível do dado sensorial! Donde, concluiríamos que o conhecimento, portanto, nunca provém da sensação só por si, mas sim do que a ação acrescenta a esse dado”(PIAGET, 1972, p. 80).

Este paradoxo tem solução se pensarmos que o conhecimento físico se distancia do sensorial, de fato, mas não procede dele e nem da percepção pura mas implica ...

“[...] uma esquematização lógico-matemática das percepções assim como das ações assim exercidas sobre os objetos; começando por tal esquematização, é então natural que estas junções lógico-matemáticas se tornem cada vez mais importantes com o desenvolvimento dos conhecimentos físicos e, por consequência, que estes se afastem sempre cada vez mais das percepções como tal (idem, p. 90)

A sensação é de natureza simbólica e atua principalmente nos estágios elementares da formação dos conhecimentos; porém, necessitam da atuação do sujeito (percepção) para, das qualidades do objeto, retirar as suas relações causais

(propriedades). Num ambiente virtual a distinção entre sensação e percepção deve estar muito clara; sem ela não se pode conceber as interações em 3D e em CAVES⁵³.

“A este respeito pode citar-se uma experiência crucial: a de Ivo Kohler com sujeitos que, munidos de óculos com espelhos invertendo os objetos 180 ° voltam a endireitá-los [perceptivamente] ao fim de alguns dias (a ponto de circularem de bicicleta pelas ruas de Innsbruck com estes óculos no nariz!). Nada mostra melhor como a percepção visual pode ser influenciada pela ação inteira, com ação retroativa da motricidade sobre a percepção e coordenação dos teclados visuais e táctilo-cinestésicos. [...] Os nossos conhecimentos não provêm nem da sensação nem da percepção isoladas, mas da ação inteira da qual a percepção constitui somente a função de sinalização. O próprio da inteligência não é, com efeito, contemplar, mas “transformar”. E o seu mecanismo é essencialmente operatório (Idem, p. 83)”.

No entanto, a ação isolada não garante conhecimento. Um ODAI pode levar a aquisição de conhecimento se orientar as diversas possibilidades de interação à generalização das ações, ou seja, aumentar a extensão do conceito ao mesmo tempo em que aumenta sua compreensão, possibilitando, a partir daí, a transposição do conhecimento a outra situação. A percepção nunca atua sozinha, e, se descobrimos as propriedades do objeto, é para acrescentar algo à percepção.

“A experiência nunca é acessível senão por intermédio de quadros lógico-matemáticos, consistindo em classificações, ordenações, correspondências, funções etc. A própria leitura perceptiva supõe a intervenção desses quadros ou dos seus esboços mais ou menos indiferenciados. No outro extremo, a física como ciência da experiência mais evoluída é uma perpétua assimilação do dado experimental a estruturas lógico-matemáticas, porque o próprio refinamento da experiência é função dos instrumentos lógico-matemáticos utilizados a título de intermédios necessários entre sujeito e os objetos a atingir” (idem p. 90).

Desta forma, é preciso verificar se um ODAI, apesar de “sensibilizar

⁵³ Ambientes de realidade virtual imersiva, tridimensional.

adequadamente o aprendiz”, não se torna inócuo, incapaz de transformar estruturas cognitivas. Uma visão pouco abrangente de aprendizagem considera as mudanças cognitivas oriundas diretamente das percepções. Possivelmente seja esta a razão pela qual qualquer tipo de veículo que promova comunicação seja chamado de objeto de aprendizagem. Como é sabido, não basta o professor fazer belas e claras exposições sobre um assunto para que o aluno aprenda; é preciso que os estudantes se envolvam com o objeto de conhecimento. Não queremos com isso desmerecer os materiais elaborados para o ensino e sim dizer que podemos criar categorias mais adequadas à classificação e estudo desses objetos.

A tomada de consciência, necessária à generalização do conceito, só se realiza por abstrações refletidas. A aprendizagem não é mera “transmissão de conceitos”, um processo pelo qual o sujeito, pouco a pouco, repete, em seus pensamentos e atos, a cultura em que nasceu ou os sistemas axiomáticos que a ciência lhe apresenta, mas, sim, um processo de construção que passa por várias etapas sucessivas e constrói patamares de abstração em que o mais complexo não se desvincula do mais simples.

Em Piaget (1974, p. 35) a aprendizagem é entendida em geral como a aquisição distinta da maturação. A aprendizagem é um processo adaptativo, se desenvolvendo no tempo em função das respostas dadas pelo sujeito a um conjunto de estímulos anteriores e atuais. Ainda na mesma obra (Piaget, p. 53, 1974) a aprendizagem é o termo utilizado para uma aquisição em função da experiência, mas desenvolvendo-se no tempo, de forma mediata (sentido estrito), excluindo-se as aquisições obtidas em função de uma indução, pois na indução propriamente dita o controle é sistemático e dirigido ao conjunto do processo, enquanto na aprendizagem tal controle não acontece. Existem ainda as aquisições devidas ao processo dedutivo que também não se devem à experiência e possuem também controle sistemático. Na dedução, o seu mecanismo uma vez constituído, dá lugar a aquisições novas e que não se devem mais à experiência. Mas desde antes dos sete anos existem ainda outras aquisições não produzidas pela experiência e que são devidas a um processo de equilíbrio distinto de uma aprendizagem no sentido restrito, são compreensões graduais e não mais imediatas. Essas aquisições são designadas por Piaget pelo termo “coerência pré-operatória” (Piaget, p. 54, 1974). Como esses processos de equilíbrio podem ser combinados com processo

de aprendizagem sentido estrito Piaget chamou de “aprendizagem no sentido amplo (sentido lato)” à união das aprendizagens sentido estrito com esses processos de equilibrações. Considerando o conceito de aprendizagem anterior cabe uma pergunta: de que aquisição está se falando? Da construção de conhecimento. Quando uma pessoa aprende, ela aumenta seu conhecimento e seu poder de pensar, de solucionar problemas.

Um ODAI, para ser assimilado, deve provocar perturbações no sistema de significação do aprendiz, ou dito em linguagem popular, deve “fazer sentido” para o aprendiz. Este ponto poucas vezes tem sido enfrentado diretamente por ser essencialmente pessoal.

“Um dispositivo só pode ser gerador de conflito (epistemológicos) até certos níveis de dados, para a estrutura considerada, por outras palavras, não ser perturbador em si mesmo e por assim dizer em absoluto; mas, pelo contrário, concebido como perturbador ou não, conforme os elementos já ou ainda não adquiridos da estrutura em formação” (Piaget, 1977, p. 57).

Nesse sentido, podemos analisar o ODAI sob duas abordagens complementares. Uma primeira, enquanto produto de conhecimento; ao ser capaz de disponibilizar possibilidade crescente de interação, viabiliza as condições necessárias à tomada de consciência, seja de conceitos técnicos, onde predominam o pensamento lógico axiomático, seja de caráter humano, com predominância do pensamento social-afetivo. Uma segunda abordagem, mais analítica, buscaria na interação objeto-aprendiz, um acompanhamento dos processos cognitivos em desenvolvidos durante a interação, através do registro de suas interações com o objeto.

Mas é importante salientar que os problemas educacionais encontram-se com dificuldades de acomodação, no sentido que a pessoa não regula suas perturbações e não consegue abranger um número maior de possibilidades que o objeto é capaz de oferecer. A acomodação (enquanto mudança dos sistemas conceituais para dar conta das particularidades do assimilado) é a condição básica para as possíveis generalizações; o sujeito poderá, então, realizar tomada de consciência dos diversos processos, integrando as partes do sistema, subsistemas de conceitos. O avanço tecnológico tem favorecido os processos de assimilação, enquanto diversifica as

fontes de informação e melhora os meios de comunicação (televisão, radio, Internet, etc.). Mas a integração destas informações pode não se realizar na atuação do sujeito, por falta de dispositivos lógicos capazes de integrar todas estas informações que se apresentam de forma fragmentada e incompleta. Quase sempre a atitude passiva leva a um “contrato de adesão”, pondo-se de parte a atitude crítica e elaborada. Cabe agora buscar novas estratégias que incentivem a abstração reflexionante, a generalização construtiva dos conceitos, a mudança do sistema conceitual.

Apêndice B: Projeto Piloto de Sondagem

A forma de conhecer adulta passa pelas mesmas fases da criança, principalmente quando se depara com conceitos novos, ou mesmo conceitos já elaborados, mas aplicados em situação nova. Foi contatado em um objeto digital piloto, o grau de generalização que sujeitos de diversos níveis culturais e sociais realizavam a respeito de determinados assuntos.

O degelo das calotas polares é tratado como um fenômeno grave e apontando como principal efeito do aumento do nível dos oceanos. A fusão de gelo flutuante não altera o nível dos oceanos, como ocorre com boa parte da calota polar norte, fenômeno desconhecido do público em geral.

Elaborou-se um objeto de aprendizagem digital simulando a fusão do gelo em função do nível da água contida no recipiente. A proposta de reflexão era qual a opinião do entrevistados a respeito do fenômeno observado?

Dividido em duas partes, a simulação virtual apresentava o gelo flutuando em água, sem apoio nas paredes do recipiente e outra com apoio no fundo do recipiente. Em ambas as situações são apresentadas alteração reais e hipotéticas a respeito do nível de água (Figura 73) , divididas em dois grupos:

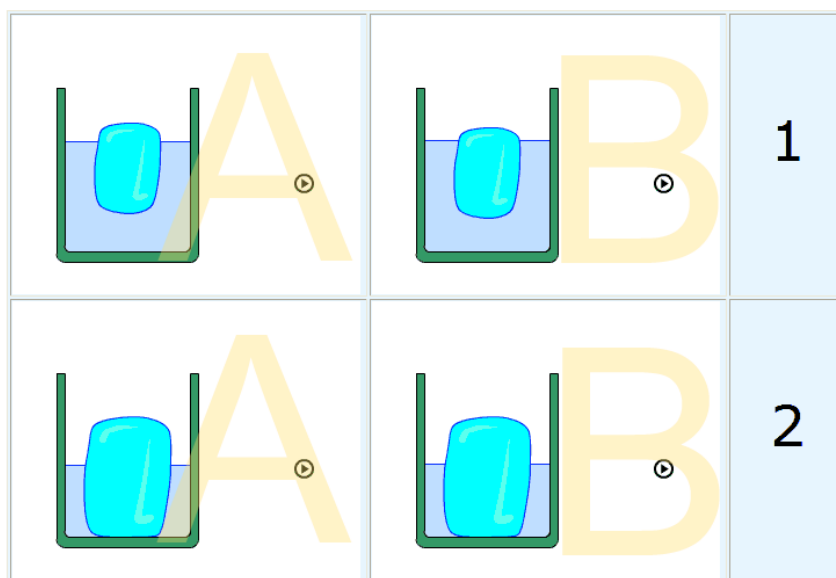


Figura 73: Simulação apresentada aos sujeitos da soldagem⁵⁴

⁵⁴ Os caracteres A e B não fazem parte da apresentação

a) Em 1A (Figura 74) , O gelo funde dentro de um copo de vidro com o nível de água permanece constante e em 1B (Figura 75), o gelo derrete com aumento do nível de água.

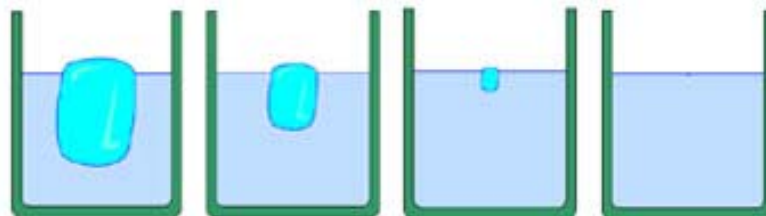


Figura 74: Fusão do gelo com nível constante

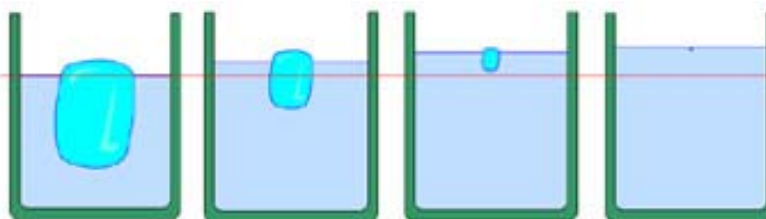


Figura 75: Fusão do gelo com aumento de nível

Essa simulação pode ser associada à **calota polar norte** onde boa parte do gelo encontra-se flutuando nos oceanos. O nível dos oceanos não se elevaria com a fusão do gelo.

Em 2A (Figura 76), o gelo funde apoiado no fundo aumentando o nível da água até sua flutuação a partir do qual o nível de água permanece constante. Este é o fenômeno mais conhecido por sua significação ser mais imediata – a água de fusão acumula-se em torno do gelo fundente, enchendo o copo, antes vazio. Já a constância do nível necessita um acompanhamento demorado para ser evidenciado⁵⁵.

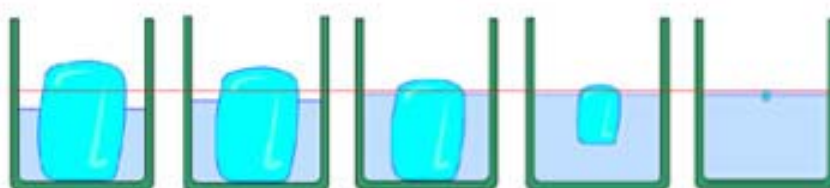


Figura 76: Aumento de nível gelo apoiado.

⁵⁵ O fenômeno do degelo, sem apoio, não é incomum. Um copo com suco de laranja, repleto de gelo até a borda, não extravasa durante o degelo. Porém, a condensação de vapor de água nas paredes externas do copo é mais evidente, mascarando a constância do nível do líquido.

Esta simulação representa a **calota polar sul**, onde a maior parte do gelo encontra-se sobre plataforma continental. O degelo desta calota ocasionaria alteração no nível dos oceanos.

Em 2B (Figura 77), o gelo funde com aumento descontínuo do nível até o final.

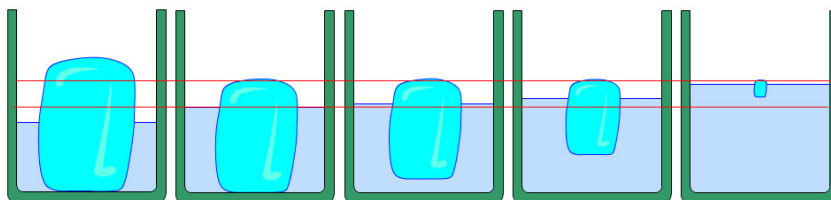


Figura 77: Aumento de nível devido ao apoio do gelo no fundo do copo

A simulação foi aplicada em crianças de 7 a 10 anos e mostrou-se inviável de exploração significativa pela incoerência nas respostas. Suas justificativas, cercadas de fabulações, mostram não entenderem ou o significado da simulação, ou o significado da experiência.

Aplicada em indivíduos, supostamente sem conhecimentos formais de física (comerciários, marceneiros, pedreiros e empregadas domésticas), mostraram, mesmo nas respostas corretas, justificativas inconsistentes.

Quando aplicada em alunos do ensino médio, faixa etária 15 - 17 anos, verificou-se a existência de três grupos distintos (transcreve-se abaixo, alguns comentários).

Primeiro grupo:

“Pois ao derreter o gelo, a água aumenta de volume. Porque o gelo que estava sólido, ficou líquido aumentando o volume da água. Bem, eu não sei explicar muito bem, mas eu acho que tem a ver com a fórmula $d = m/V$, em estado sólido diminui o volume, devido à organização das moléculas nesse estado”.

Confusões conceituais, justificadas com formalismo, mostram um conhecimento justaposto (simples memorização de fórmula).

Segundo grupo:

“O gelo a princípio, parece estar no mesmo material da água, mas “não altera o nível da água”. Aparentemente o gelo deve ser gás”.

*“Eu acho que as alternativas **1A** e **2A** são as corretas, pois a água não aumenta de nível, pois o gelo ele pode ter derretido, mas ao mesmo tempo, a sua proporção ao tamanho fez com que a água derretida evaporasse.”*

Melhor definição conceitual mas indiferenciada podendo existir resquícios de fabulação.

Terceiro grupo:

*“Na situação **1**, acredito que a letra **A** está correta, pelo motivo que, quando colocamos o gelo, o nível da água aumenta pela densidade do gelo. Quando o gelo é derretido, o nível da água continua o mesmo porque tudo se tornou água e não há mais densidade do gelo.”*

Existem aqui indícios de êxito na ação sem conceituação adequada, mantendo indiferenciados os conceitos de volume e densidade.

Para uma melhor verificação dos processos cognitivos seria necessário algumas contraprovas que elucidarmos, por exemplo, o caso da evaporação que parece pouco provável tratar-se de fabulação nessa idade.

Quando o procedimento foi aplicado em 23 alunos de graduação em Engenharia Civil, com idades entre 20 e 23 anos, observou-se explicações requintadas e errôneas, justificando, por exemplo, o aumento do volume pelo gás aprisionado durante a solidificação. Ao mesmo tempo verifica-se o aumento de diferenciação conceitual, diminui o emprego de formalismos científicos; parece existir uma fase intermediária nas quais os alunos se desvinculam do formalismo para, em seguida, tornar a utilizá-lo, uma vez que os conceitos envolvidos tenham sido devidamente acomodados. Engenheiros e arquitetos apresentaram uma compreensão mais adequada do fenômeno que os advogados.

Um caso intrigante foi constatado entre professores de Física. Embora estando habituados aos conceitos de hidrostática, apresentaram conhecimento empírico restrito e dificuldades na interpretação do fenômeno.

Finalmente, foram entrevistados Balconistas (bar e padaria) que pelo conhecimento na ação apresentaram número de acerto maior que os demais grupos.

“Acredito que seja a alternativa da esquerda (1A e 2A) porque sempre quando se esquece um copo cheio de gelo, com refrigerante, não suja a mesa”.

Todos estes exemplos corroboram com a hipótese de que o conhecimento se processa a partir da ação do indivíduo sobre os objetos, numa seqüência que pode

remontar a instâncias mais elementares da estruturação cognitiva, aquelas formadas na fase infantil e adolescente, quando da exploração de situações novas. O nível de escolaridade não foi significativo para a compreensão do fenômeno, apesar da discrepância encontrada entre professores de Física.

O sucesso na ação não significa que uma conceituação adequada deva ser deixada de lado em função da experiência prática, tanto que em determinada fase, a conceituação avança sobre a ação, dirigindo-a.

Há, no começo, uma defasagem entre a ação e conceituação, aquela obtendo êxito precoce e independente desta, cujas contribuições aparecem com atraso. Segue-se uma fase mais longa de constantes intercâmbios, de mesmo nível, entre ação e conceituação. Por fim, “há a inversão total da situação inicial e a conceituação fornece à ação, então não mais apenas planos restritos e provisórios que serão revistos e ajustados durante a execução, mas uma programação de conjunto análoga à que se observa nas fases media da técnica adulta, quando a prática se apóia em teorias”(Piaget, p.175, 1978/2) – contido no Apêndice B: Conceituação - Resumindo

Apêndice C: Lista de Símbolos Lógicos Empregado nas Análises

Símbolo	Definição
p	Peso no sentido lógico
q	Distância no sentido lógico
M	Massa da prancha
L	Comprimento da prancha
$A, B, \dots$	Classes Lógicas
$a, b, \dots$	Elementos de classes
$\bullet$ ou $\wedge$	e lógico
$+$ ou $\vee$	ou lógico
w	ou exclusivo lógico
$\bar{a}$ ou $\sim a$	Negação lógica no elemento
$\equiv$	Equivalência lógica
$p[q]$	Peso independente da distância
$q[p]$	Distância independente do peso
e	Equilíbrio
$\rightarrow$	Implicação formal
$\supset$	Implicação lógica
w	Magnitude do peso (valor numérico)
d	Magnitude da distância (valor numérico)
V	Volume do objeto
$ $	Incompatibilidade lógica
θ	Ângulo descrito pelo peso
h	Altura do braço da balança em relação ao solo
Δh	Altura relativa do braço de uma balança em relação ao da outra

Apêndice D: Processos Cognitivos Encontrados na Literatura

Descrição dos Processos Cognitivos Presentes no Equilíbrio na Balança Encontrados na Literatura		
Objeto	Ação Específica	Conceito Lógico Envolvido
Balança simétrica	Convencionar o conceito de equilíbrio no início da prova	Adequação do signo ao significado.
	Confeccionar uma balança-gangorra ao invés de simples balança.	Adequação do signo ao significado.
	Colocar apenas um bloco na balança	Equilíbrio por simetria simples.
	Colocar dois blocos na balança	Equilíbrio por simetria simples.
	Colocar dois blocos em diversas posições de equilíbrio	Equilíbrio por simetria e capacidade de generalização.
	Compensação de peso e distância com dois pesos diferentes	Regulação motora e êxito na ação (distância x peso).
	Compensação com três blocos diferentes	Início de compensação e combinação lógica.
		Exploração dos possíveis lógicos
		Composição peso x distância com êxito na ação.
	Equilíbrio no centro de massa (CM) de dois blocos	Tomadas de consciência da multiplicação lógica (distância x peso)
	Aplicação de CM em movimento de planetas	Transposição de conceitos a novas situações
	Proporções direta e inversa apoiadas na unidade de medida	Operações de transitividade lógica apoiada no concreto
	Blocos de mesmo volume, mas diferentes pesos, para verificação do conceito de massa x volume.	Operação de transitividade lógica sem apoio no concreto
Balança assimétrica	Equilibrar a balança assimétrica com um bloco ou cilindro	Acomodação do sistema de significação a novas situações (observáveis novos), ou seja, compensação entre peso e distância.
	Equilibrar dois blocos iguais na balança assimétrica uma vez compensada pelo bloco ou cilindro	Generalização do conceito de equilíbrio, independente da simetria do sistema (abstração reflexionante?).
		Operações de reciprocidade e domínio das negação lógicas.
Balança dupla	Equilibrar as balança simultaneamente	Verificação das negações lógicas pelo equilíbrio independente das balanças
	Colocar dois blocos iguais e um com dobro de massa nas balanças	Capacidade de generalização dos conceitos de equilíbrio para várias situações (abstração reflexionante?).
	Substituir um bloco de massa diferente na balança menor, pedindo que preveja sua ação para voltar ao equilíbrio do conjunto	Capacidade de antecipação pela modificação de um único elemento do conjunto (tomada de consciência?).

Quadro 4: Previsões de Comportamento Retirado da literatura.

Apêndice E: Processos Cognitivos na Balança Simétrica

Processos Cognitivos Presentes no Equilíbrio na Balança Encontrados na Experiência		
Critérios		Ocorrências
IA	Balança Simétrica	a) Não colocar bloco no meio (não é possível equilibrar).
IB		b) Colocar um (ou dois) bloco no centro da balança. c) Colocar dois blocos iguais a distâncias simétricas considerando essa solução como sendo a única possível.
IIA		d) Colocar dois blocos iguais a distâncias simétricas aceitando a solução como geral, ou seja, com número infinito de possibilidade (admite a generalização).
IIB		e) Colocar dois blocos de pesos diferentes a distâncias iguais para verificar qual o bloco de maior peso, sem conseguir equilibrar a balança em distâncias diferentes. f) Comparar três blocos iguais com a balança, pesando primeiramente dois e, pela substituição de um dos blocos, afirmar a igualdade do terceiro pela propriedade transitiva.
IIIA		g) Colocar dois blocos de pesos diferentes a distâncias iguais para verificar qual o bloco de maior peso e conseguir equilibrar a balança em distâncias diferentes.
IIIB		h) Colocar dois blocos de pesos diferentes a distâncias diferentes, verificando pela comparação das distâncias, qual o mais pesado (sucesso na ação), sem explicação do fenômeno.
IV		i) Colocar dois blocos de pesos diferentes na balança e descobrir tal diferença pelo equilíbrio, chegando a formular intuitivamente a lei que relaciona distância e peso no equilíbrio. j) Colocar três blocos diferentes, porém sendo um deles “anulado” ao ser colocado no centro de simetria da balança. k) Colocar três blocos diferentes na balança, de modo a manter dois menores em um braço da balança e o maior no outro, sem admitir permutação entre os blocos.
V	Balança Simétrica	l) Colocar três blocos diferentes na balança, em posições distintas, realizando as diversas composições de distância, pesos e braços da balança, sem explicação do fenômeno.
		m) Colocar três blocos diferentes na balança, em posições distintas, realizando as diversas composições de distância, explicando a composição dos pequenos pelos grandes. n) Colocar três blocos diferentes na balança, sendo dois menores no mesmo braço e verificar que o deslocamento do menor representa um menor deslocamento do maior. o) Colocar os dois blocos (um com o dobro de massa do outro) e verificar a relação inversa na distância. p) Verificar que o item (q) ocorre no centro geométrico do corpo e não pelas bordas.
	Balança Simétrica	q) Fazer a antecipação da posição de encontro do item anterior (m).
		r) Fazer analogia do procedimento anterior com o do item (h). s) Transferir o conhecimento do item (p) para determinar a massa de um cilindro a partir de um padrão, utilizando a relação entre as distâncias encontrada no equilíbrio. t) Transferir o conhecimento do item (s) para determinar a massa de um cilindro, a partir de outro de peso diferente, que fora anteriormente comparado com um padrão.
	Balança Simétrica	u) Fazer uma analogia entre o sistema balança e o sistema planetário
		v) Com três blocos na balança (maior de um lado e os outros dois unidos) verificar que a comutação desses blocos permite encontrar o seu centro de massa.

Quadro 5: Níveis Cognitivos na Balança Simétrica.

Apêndice F: Processos Cognitivos na Balança Assimétrica e Dupla

Processos Cognitivos Presentes no Equilíbrio na Balança Encontrados na Experiência		
	Critérios	Ocorrências
IA	Balança Assimétrica • Não ocorre compensação das distâncias (o sucesso conseguido está baseado na ação). • Ainda não foi atingida a coordenação sistemática entre os pesos e as distâncias. • A simetria ainda é intuitiva.	a) Afirmar a impossibilidade do equilíbrio nessas condições.
IB		b) Verificar na balança a possibilidade do equilíbrio e afirmar ser possível o equilíbrio se o ponto de apoio for colocado no centro geométrico da prancha. c) Colocar dois blocos iguais na balança já equilibrada (compensada), mas posicionados de forma assimétrica, acompanhando a proporção dos braços.
II		d) Verificar na balança a possibilidade do equilíbrio e colocar um peso no braço menor para equilibrá-lo. e) Colocar dois blocos iguais na balança já equilibrada (compensada), posicionando-os, por tentativas, de forma simétrica e sem explicação do fenômeno.
III		f) Colocar dois blocos iguais na balança já equilibrada (compensada) por tentativas, posicionados de forma simétrica, com explicação incompleta do processo.
IV		g) Colocar dois blocos iguais na balança já equilibrada (compensada), posicionados de forma simétrica, com explicação completa do processo. h) Antecipar o equilíbrio à mesma distância e verificar em seguida i) Fazendo analogia com a balança simétrica equilibrada e a simétrica.
I	Balança Dupla • IDEM de IA/IB Balança Material Assimétrica	a) Afirmar que as duas balanças estão desequilibradas.
IIA		b) Afirmar que é possível colocar as duas balanças em equilíbrio.
IIB		c) Colocar a balança em equilíbrio utilizando os pesos que achar conveniente. d) Afirmar, no início, o equilíbrio da balança pequena e não da grande.
III		e) Colocar três blocos na balança grande apenas. f) Colocar três blocos na balança sendo dois iguais na balança pequena e outro do dobro de massa na posição simétrica ao posicionamento da balança pequena.
IV		g) Prever qual a movimentação dos pesos, mantendo o equilíbrio, quando houver a substituição de um peso na balança pequena. h) Relacionar a balança pequena sobre a grande como um caso particular das experiências anteriormente realizadas.

Quadro 6: Níveis Cognitivos na Balança Assimétrica e Dupla.

Apêndice G: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Simétrica

Processos Lógicos Presentes no Equilíbrio na Balança Encontrados na Experiência		
	Ocorrências	LÓGICA
IA	a) Não colocar bloco no meio (não é possível equilibrar).	$p_1 = p_2$
	b) Colocar um (ou dois) bloco no centro da balança.	$p_1 = p_2$
	c) Colocar dois blocos iguais a distâncias simétricas considerando essa solução como sendo a única possível.	$p_1 = p_2$
IB	d) Colocar dois blocos iguais a distâncias simétricas aceitando a solução como geral, ou seja, com número infinito de possibilidade (admite a generalização).	$p_1 = p_2 \rightarrow d_1 = d_2$
	e) Colocar dois blocos de pesos diferentes a distâncias iguais para verificar qual o bloco de maior peso, sem conseguir equilibrar a balança em distâncias diferentes.	$p_1 \neq p_2 \text{ e } d_1 = d_2 \rightarrow \sim e$
	f) Comparar três blocos iguais com a balança, pesando primeiramente dois e, pela substituição de um dos blocos, afirmar a igualdade do terceiro pela propriedade transitiva.	$A = B; B = C \rightarrow A = C$
IIA	g) Colocar dois blocos de pesos diferentes a distâncias iguais para verificar qual o bloco de maior peso e conseguir equilibrar a balança em distâncias diferentes.	$\begin{array}{ccc} A < B < C < \\ & & \\ L_1 > L_2 > L_3 > \end{array}$
	h) Colocar dois blocos de pesos diferentes a distâncias diferentes, verificando pela comparação das distâncias, qual o mais pesado (sucesso na ação), sem explicação métrica do fenômeno.	$\begin{array}{ccc} A < B < C < \\ & & \\ L_1 > L_2 > L_3 > \end{array}$
IIB	i) Colocar dois blocos de pesos diferentes na balança e descobrir tal diferença pelo equilíbrio, chegando a formular intuitivamente a lei que relaciona distância e peso no equilíbrio (relação métrica).	$(p.q) + (\sim p.\sim q) \rightarrow p \equiv q$
	j) Colocar três blocos diferentes, porém sendo um deles “anulado” ao ser colocado no centro de simetria da balança.	$(p.q) + (\sim p.\sim q) \rightarrow p \equiv q$
	k) Colocar três blocos diferentes na balança, de modo a manter dois menores em um braço da balança e o maior no outro, sem admitir permutação entre os blocos.	Por simetria, a soma dos pequenos deve ser parecida a do grande para aplicar $\begin{array}{ccc} A < B < C < \\ & & \dots \\ L_1 > L_2 > L_3 > \end{array}$
IIIA	l) Colocar três blocos diferentes na balança, em posições distintas, realizando as diversas composições de distância, pesos e braços da balança, sem explicação do fenômeno.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ em casos particulares

Processos Lógicos Presentes no Equilíbrio na Balança Encontrados na Experiência		
	Ocorrências	LÓGICA
IIIB	m) Colocar três blocos diferentes na balança, em posições distintas, realizando as diversas composições de distância, explicando a composição dos pequenos pelos grandes.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC
	n) Colocar três blocos diferentes na balança, sendo dois menores no mesmo braço e verificar que o deslocamento do menor representa um menor deslocamento do maior.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC
	o) Colocar os dois blocos (um com o dobro de massa do outro) e verificar a relação inversa na distância.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC
	p) Verificar que o item (o) ocorre no centro geométrico do corpo e não pelas bordas.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC
IV	q) Fazer a antecipação da posição de encontro do item anterior (n).	INRC
	r) Fazer analogia do procedimento anterior com o do item (i).	INRC
	s) Transferir o conhecimento do item (p) para determinar a massa de um cilindro a partir de um padrão, utilizando a relação entre as distâncias encontrada no equilíbrio.	INRC
	t) Transferir o conhecimento do item (s) para determinar a massa de um cilindro, a partir de outro de peso diferente, que fora anteriormente comparado com um padrão.	INRC
V	u) Fazer uma analogia entre o sistema balança e o sistema planetário	INRC
	v) Com três blocos na balança (maior de um lado e os outros dois unidos) verificar que a comutação desses blocos permite encontrar o seu centro de massa.	INRC

Quadro 7: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Simétrica.

Apêndice H: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Assimétrica

Processos Lógicos Presentes na Experiência com a Balança		
Critérios		LÓGICA
IA	a) Afirmar a impossibilidade do equilíbrio nessas condições.	$p_1 = p_2$
IB	b) Verificar na balança a possibilidade do equilíbrio e afirmar ser possível o equilíbrio se o ponto de apoio for colocado no centro geométrico da prancha.	$(p - P) \supset e$ $p.q = p'.q' = K$
	c) Colocar dois blocos iguais na balança já equilibrada (compensada), mas posicionados de forma assimétrica, acompanhando a proporção dos braços.	$p_1 \neq p_2 \text{ e } d_1 \neq d_2 \rightarrow e$
II	d) Verificar na balança a possibilidade do equilíbrio e colocar um peso no braço menor para equilibrá-lo.	$A < B < C <$ $\begin{array}{ccc} & & \\ L_1 & > L_2 & > L_3 > \end{array}$
	e) Colocar dois blocos iguais na balança já equilibrada (compensada), posicionado-os, por tentativas, de forma simétrica e sem explicação do fenômeno.	$A < B < C <$ $\begin{array}{ccc} & & \\ L_1 & > L_2 & > L_3 > \end{array}$
III	f) Colocar dois blocos iguais na balança já equilibrada (compensada) por tentativas, posicionados de forma simétrica, com explicação incompleta do processo.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ em casos particulares
IV	g) Colocar dois blocos iguais na balança já equilibrada (compensada), posicionados de forma simétrica, com explicação completa do processo.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC
	h) Antecipar o equilíbrio à mesma distância e verificar em seguida	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC
	i) Fazendo analogia com a balança simétrica equilibrada e a simétrica.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC

Quadro 8: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Assimétrica.

Processos Lógicos Presentes na Experiência com a Balança		
	Critérios	LÓGICA
I	a) Afirmar que as duas balanças estão desequilibradas.	$(p.\sim\theta) + (\sim p.\theta) \supset e$ ou $\Delta h = \Delta h'$
IIA	b) Afirmar que é possível colocar as duas balanças em equilíbrio.	$A < B < C <$ $\begin{array}{ccc} & & \\ L_1 & > & L_2 & > & L_3 & > \end{array}$
IIB	c) Colocar a balança em equilíbrio utilizando os pesos que achar conveniente.	$A < B < C <$ $\begin{array}{ccc} & & \\ L_1 & > & L_2 & > & L_3 & > \end{array}$
	d) Afirmar, no início, o equilíbrio da balança pequena e não da grande.	$\Delta h = h$
III	e) Colocar três blocos na balança grande apenas.	$A < B < C$ $\begin{array}{ccc} & & \\ L_1 & > & L_2 & > & L_3 & > \end{array}$ $p/p' = q/q'$ INRC
	f) Colocar três blocos na balança sendo dois iguais na balança pequena e outro do dobro de massa na posição simétrica ao posicionamento da balança pequena.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC
IV	g) Prever qual a movimentação dos pesos, mantendo o equilíbrio, quando houver a substituição de um peso na balança pequena.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC
	h) Relacionar a balança pequena sobre a grande como um caso particular das experiências anteriormente realizadas.	$(p.q) = R(\sim p.\sim q)$ $p/p' = q/q'$ INRC

Quadro 9: Lógica nos Níveis Cognitivos na Balança Dupla.

Apêndice I: Tabulação de Dados das Entrevistas

Sujeito	Registros das Ações dos Alunos																	
	● total				■ parcial				○ insuficiente				× não verificado					
	Balança Simétrica								Balança Assimétrica					Balança Dupla				
	IA	IB	IIA	IIB	IIIA	IIIB	IV	V	IA	IB	II	III	IV	I	IIA	IIB	III	IV
Die[3m;17] ⁵⁶	●	●	●	●	●	●	■	■	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
Grac[5f,11]	●	●	●	●	○	○	○	○	●	●	●	○	○	●	■	○	○	○
Ias[5f;11]	●	●	●	●	■	○	○	○	●	●	●	■	■	●	■	●	○	○
Jess[8f;15]	●	●	●	●	×	×	×	×	●	●	●	●	■	●	●	■	○	○
Kal[5f,11]	●	●	●	●	○	○	○	○	●	●	●	■	○	●	●	■	○	○
Nic[5f;11]	●	●	●	○	○	○	○	○	●	●	●	○	○	●	●	●	○	○

Quadro 10: Dados das Entrevistas Organizados por Grupos.

				Registro das Ações dos Alunos																																											
				● total												■ parcial												○ insuficiente								× não verificado											
				Balança Simétrica																Balança Assimétrica								Balança Dupla																			
				IA			IB			IIA		IIB		IIIA		IIIB				IV				V		IA		IB		II		III		IV		I		IIA		IIB		III		IV			
Balc.	pseudo	série	idade	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	a	b	c	d	e	f	g	h	i	a	b	c	d	e	f	g	h					
dig	Andr[8;15]	8	15																																												
dig	Anes[1;15]	1	15		●		●					●			×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×				●			●		●			●		●		●		●				
dig	Anto[U;19]	U	19		●						●		●		●		●	●	●	●		●		●				●				●		●		●			●		●						
dig	Beck[5;13]	5	13																																												
mat	Beck[5;13]	5	13																																												
dig	Beck[5;13]	5	13																																												
mat	Boss[6;11]	6	11																																												
dig	Caro[7;14]	7	14		●		●					●			×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×				●			●		●				●		●		●		●			
dig	Caro[7;14]	7	14		●						●		●		●		●	●	●	●	●		●		●				●			●		●		●			●		●		●		●		

Quadro 11: Extrato de Planilha Eletrônica das Entrevistas.

⁵⁶ A notação Die[3m;17] significa que o sujeito Diego está na 3ª Série do Ensino Médio e tem 17 anos.

Apêndice J: Entrevistas com Clari[7,12]

Tabela 4: Entrevista com Clari[7;12]

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
0	Prof.	A balança está em equilíbrio.	$h = h'$	A balança está equilibrada? Por quê?	$h = h'$		
1	Clari[7;12]	Sim. Porque está a mesma altura	$h = h'$	Porque está retinha.	$h = h'$		
2	Prof.	Pode ser colocado apenas um bloco continuar em equilíbrio	Noção de equilíbrio por simetria				
3	Clari[7;12]	Não	(o)				
4	Prof.			Gostaria que você pegasse este bloco e colocasse na balança e a fizesse continuar em equilíbrio. Tem como fazer isso?	Noção de equilíbrio por simetria	Se você for colocar um só peso na balança em que lugar você irá colocar?	Noção de equilíbrio por simetria
5	Clari[7;12]			Tem	?	No meio.	?
6	Prof.			Você já colocou direto no meio. Por quê?	$q = 0 \rightarrow e$	Porque você vai colocar aí no meio?	$q = 0 \rightarrow e$
7	Clari[7;12]			Porque, se eu colocar de qualquer lado ela vai se mexer.	$p[q] + q[p] \rightarrow e$	Porque não tem como colocar em outro lugar e ele ficar em equilíbrio.	$p[q] + q[p] \rightarrow e$
8	Prof.					Você tem idéia porque bem no meio equilibra?	$q = 0 \rightarrow e$ ou $p'.q = p''.q \rightarrow e$ se $p' = p''$
9	Clari[7;12]					Não.	(o)
10	Prof.					Porque você vai utilizar o centro como referência. O que o centro faz?	$q = 0 \rightarrow e$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
11	Prof.					Pois é, você vai brincar no parque. quando você era menor você ia brincar no parque. Onde que fica preza a gangorra?	$p = p' + p''$ $p' = p''$ $p'.q = p''.q \rightarrow e$
12	Clari[7;12]					Aqui, no centro.	$d = 0$
13	Prof.					Então o que vai fazer o centro aqui, vai dividir em duas partes. E por que você colocou no meio, se lembra quando você colocou um só?	$p = p' + p''$ $p' = p''$
14	Clari[7;12]					Ehhhh...	(?)
15	Prof.					Você divide uma parte para um lado e a outra parte para o outro. E o que tu fez aqui?	$p' = p''$
16	Clari[7;12]					Ehhhh...	(?)
17	Prof.					Não foi semelhante? É como se pegasse aquele bloco e serrasse e coloca-se um pedaço aqui e outro aqui. Se dividiu para um lado... e para o outro.	$p = p' + p''$
18	Prof.	E dois blocos podem ser colocados em equilíbrio		Dá para colocar dois blocos iguais em equilíbrio na balança?	$p1 = p2 \rightarrow e ?$	Se colocar dois pesos iguais eles se equilibram na balança?	$p' = p1; p'' = p2$ $p1.q1 = p2.q2 \rightarrow$
19	Clari[7;12]	Se os dois forem do mesmo tamanho.	$p1 = p2 \rightarrow e$ $p1=p2 \rightarrow q1=q2$	Dá.	(?)	Se eu colocar a mesma distância do centro vai ficar em equilíbrio.	$p = q \rightarrow e$ $p1=p2 \rightarrow q1=q2$
20	Prof.	Gostaria de tentar?	$p1 = p2 \rightarrow ?$	O que você estava olhando agora?	$q1; q2 \rightarrow e (?)$	Se eu afasto esse aqui agora dois traços, o que eu tenho que fazer com o outro?	$p1+r = p2+r$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
21	Clari[7;12]	Sim. Ah... Dá para colocar no meio.	$p1.0 = p2.0 \rightarrow e$	Os quadradinhos (traços) na balança.	$q1e q2$	Afastar dois traços, também.	$p1+r = p2+r$ equivalência simples
22	Prof.			E para quê os quadradinhos?		Você pode estabelecer alguma regra quando esses pesos são iguais?	
23	Clari[7;12]			Porque deve estar mesma distâncias do centro.	$p = q \rightarrow e$ $p1=p2 \rightarrow q1=q2$	Eles precisam estar a mesma distância quando são iguais	$p = q \rightarrow e$ $p1=p2 \rightarrow q1=q2$
24	Prof.	Em qualquer posição eles podem ser colocados, para manter o equilíbrio?	$p = q$	E por que estás procurando a mesma distância do centro?	$q1 = q2 \rightarrow e$		
25	Clari[7;12]	Podem ser colocados em qualquer posição desde que se mantenha as distâncias iguais, na mesma marquinha.	$p=q \rightarrow p=r \supset q=r$	Porque os dois pesam a mesma coisa.	$p1=p2 \rightarrow q1=q2$ $\vee$ $p=q \rightarrow p=r \supset q=r$		
26	Prof.	E se eu tivesse dois blocos diferentes?	$p1 > p2 \rightarrow ?$	Esses blocos são iguais?	$p1=p2 \vee q1=q2 \rightarrow h1 = h2$	Se eles são iguais. E se eles não forem iguais? Coloque este pequenininho no lugar deste.	$p1 > p2 \rightarrow ?$
27	Clari[7;12]	Você teria que colocar dois, se for um grande, você vai ter que colocar dois pequenos. Depende da quantidade de blocos	$p1 < p2 \rightarrow$ $p1 = \frac{1}{2}p2$ e $p1 > p2 \rightarrow$ $p1 = 2.p2$	Não. Porque quando eu coloquei a mesma distância eles não se equilibraram.	$h1 > h2 \wedge q1 = q2 \rightarrow p2 > p1$		
28	Prof.			Qual dos dois é mais pesado?			
29	Clari[7;12]			Este (o com distância menor até o centro da balança).	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$	O bloco maior fica mais próximo do centro e o menor mais longe.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
30	Prof.			E porque este e mais pesado?	$p1 > p2 \rightarrow ?$	Se eu trocar este menor por um maior que o outro o que irá acontecer? Antes de mexer diga o que irá acontecer.	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$
31	Clari[7;12]			Porque está mais próximo do centro.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$	Eu vou colocar esta aqui (a que continuou na balança) mais para fora e a maior mais para dentro.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$
32	Prof.	Então, troque esse bloco da direita por um menor	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$	Se eu te desse este aqui (maior) para equilibrar, você colocaria ele mais próximo ou mais afastado do centro?	$p3 < p2 < p1$ $q3 ? q2 ? q1$		
33	Clari[7;12]	Então eu teria que colocar em uma distância maior.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$	Mais pro centro.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$		
34	Prof.			Então coloca.			
35	Prof.	Você tem idéia por que isso acontece?	$w1/d1=w2/d2=w3/d3$ $(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$	Você saberia me dizer quantas vezes o grande é mais pesado que o pequeno?	$w3 = n.w1$ quantização	Já dá ter uma idéia do que está acontecendo quando se colocam dois blocos diferentes?	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$
36	Clari[7;12]	não	(o)	Não.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$		
37	Prof.			As posições que eles ficaram depende do peso que eles têm?	$p3 \supset q3 \rightarrow$ $w3/d3 = w1/d1$		
38	Clari[7;12]			Depende, mas eu não sei explicar por quê.	$p3 \supset q3 \rightarrow ?$	Ah... Eu não consigo...falar...dizer com essas palavras...	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$ mas não $w1.d1=w2.d2=w3.d3$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
39	Prof.					Não, vou tentar entender o que você disse. Quando a massa é menor como que a massa tem que ficar em relação ao centro?	$p = q$ $\vee$ $(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$
40	Clari[7;12]					Mais distante.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$
41	Prof.					Quando ela é maior?	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$
42	Clari[7;12]					mais próxima.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$
43	Prof.					Quando elas são iguais?	$p = q$ $\vee$ $(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$
44	Clari[7;12]					Mesma distância.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$
45	Prof.					Então, Talvez tu não tenhas as mesmas palavras... Coloca um maior, então.	$p = q$ $\vee$ $(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$
46	Prof.					Onde a massa menor está em relação ao centro?	$p = q$ $\vee$ $(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$
47	Clari[7;12]					Mais longe.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$
48	Prof.					E a que tem maior peso?	$p = q$ $\vee$ $(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$
49	Clari[7;12]					Menor distância.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
50	Prof.					Pega uma massa pequena e coloca sobre a outra menor na balança. E agora dá para equilibrar?	$p = p1 + p2$ retrocesso cognitivo
51	Clari[7;12]					Dá.	
52	Prof.			Se eu te der esses dois blocos (diferentes) dá para colocar em equilíbrio? Dá para saber se são iguais?		Agora eu te pergunto. Dá para saber quem tem mais massa, se os dois blocos juntos ou o bloco grande?	$p1 < (p1+p2)^*$ $q1 > q2$
53	Clari[7;12]			Sim. Basta eu colocar eles no mesmo lugar.	$p1=p2 \supset d1=d2 \rightarrow h1= h2$	Ah. Se eu colocar a distância ...Ah deixa eu fazer aqui.	$h^*=h2 \rightarrow p^*= p2$ $h^* < h2 \rightarrow p^* > p2$
54	Prof.						
55	Clari[7;12]						
56	Prof.			E se eu te der esse aqui, daria para saber se ele é igual ou diferente dos outros?	$p3 \supset q3 \rightarrow ?$		
57	Clari[7;12]			Se eu colocar na balança.	$q1=q3 \rightarrow p1=p3 \rightarrow h1= h3$		
58	Prof.			Então coloca.			
59	Prof.			São iguais? Preciso colocar o outro na balança, o que você tirou para saber se são iguais?	$p1=p2 \wedge p2=p3 \rightarrow p1= p3$		
60	Clari[7;12]			Se já eram iguais!	transitividade		

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
61	Prof.			Então quantas vezes este conjunto é mais pesado que o outro?	$w^* = ?.w1$		
62	Clari[7;12]			Duas vezes.	$w^* = 2.w1$		
63	Prof.	Dá para colocar três blocos diferentes em equilíbrio na balança?	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$				
64	Clari[7;12]	Deixe ver...(Desloca os dois pequenos para um dos lados e equilibra com o maior. Não consegue explicar porque fez desta forma).	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$				
65	Prof.	Daria para colocar os dois grandes de um lado e o pequeno sozinho?	Teste de simetria Abstração simples $\begin{array}{ccc} (p3 > p2) > p1 \\ & \\ (q3 > q2) < q1 \end{array}$				
66	Clari[7;12]	Não, não tem como fazer isso.	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$				
67	Prof.	Coloque dois blocos iguais e peq. em equilíbrio na balança. Coloque mais um igual em cima desse aqui. Dá para colocar em equilíbrio?	$(p1 + p1) = p \rightarrow p1.\sim q1 \leftrightarrow \sim p.q$	Dá para colocar esses blocos em equilíbrio na balança?	$(p^*.\sim q^*) + (\sim p^*.q^*) \rightarrow e$		
68		Deu. Não sei por quê.	$\begin{array}{ccc} p3 > p1 \\ & \\ q3 > q1 \\ \text{mas não} \end{array}$	Sim.	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$		

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
			$w3 = n.w1$ $d1 = n.d3$				
69	Prof.	Ele ganha mais peso se colocado para lá?	$(p \rightarrow q) \rightarrow e$	Pela posição em que eles se encontram, dá para saber qual a relação entre suas massas?	$w1.d1 = w2.d2 = w3.d3$		
70	Clari[7;12]	Sim.	$(p \rightarrow q) \rightarrow e$	Acho que não.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$		
71	Prof.	Se eu fosse a uma balança de farmácia e depois me pesasse nesta balança o meu peso iria diminuir?	$p1 = p1 - p'$	Você vê alguma relação entre as distâncias deste aqui e desse?	$w3.d3 = w1.d1$		
72	Clari[7;12]	Não.	$p1 \neq p1 + p'$	Como assim...	(o)		
73	Prof.	O que é que ajuda, vamos dizer assim fazer com que o esses elementos mudem o equilíbrio na balança?	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$	Se eu te der esses dois cilindros, daria para colocá-los em equilíbrio?	$w7.d7 = w6.d6$		
74	Clari[7;12]	Acho difícil.	Não há coordenação	Sim.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$		
75	Prof.	Acho difícil o que? Que ele perca peso?		Então tente.			
76	Prof.			A distância desses aí (mais pesado) é quanto? Pegue aí a régua e meça a distância deles?			
77	Clari[7;12]	Acho difícil tentar. Este aqui é mais pesado...	Não se resolve problemas de proporção sem a quantização	Seis centímetros.	$w7$		
78	Prof.	Quantas vezes um bloco é mais pesado que o	$w2 = ? w1$	E o outro?		Da para saber qual dos dois tem mais massa?	$(p^*.\sim q^*) + (\sim p^*.q^*) \rightarrow e$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
		outro?					
79	Clari[7;12]	Essas marquinhos aqui têm alguma coisa a ver com...	$d1 = n.d2 (?)$ $\begin{array}{cc} \wedge & \\ p2 < p1 & \\ & \\ q2 > q1 & \end{array}$	Vinte e um.	w6	É o maior deles.	$p^* \rightarrow V^*$
80	Prof.					Agora sem colocar na mesma posição dá para saber qual o mais pesado?	
81	Prof.	Elas têm a mesma distância? A que distância está do centro esse bloco (o grande)? Cada traçinho tem 1 cm.	$d1 = ?$ $d2 = ?$	Os pesos são muito diferentes e as distâncias também são muito diferentes?		Coloca em equilíbrio agora. Você poderia me dizer quem tem mais massa, se os dois blocos ou o peso maior? Pensa em tudo que tu fizeste hoje.	
82	Clari[7;12]	Esse aqui do centro? Quantos cm? O grande está a 2 cm e o pequeno a 5 cm.	$d1 = 2 \text{ cm}$ $d2 = 5 \text{ cm}$	São.	$p_{C1} \gg p_{C2} \rightarrow$ $q_{C1} \ll q_{C2}$	Este aqui.	$(p2 > p1)^* > p3$ $(q2 > q1)^* < q3$
83	Prof.	Seria possível saber quanto um bloco é maior que o outro olhando as distâncias? Não sei você entendeu a pergunta.	$w1.d1 = w2.d2 = w3.d3$	E se eu tivesse dois blocos iguais, qual a diferença de distância entre eles? Meça as distâncias. Qual a diferença de distância entre elas?	$p1 = p2 \rightarrow d1 = d2$ $w_{C1} = w_{C2} \rightarrow d_{C1} = d_{C2}$ $\Delta w = ?$	Porque este aqui?	
84	Clari[7;12]	Este daqui é duas vezes mais pesado do que o outro (constatação visual), não sei...	$(\sim p. \sim q) + (p.q)$ $\rightarrow p \equiv q$ passando a $(p. \sim q) + (\sim p.q)?$	Não há diferença. Há a mesma coisa.	$w_{C1} = w_{C2} \rightarrow$ $d_{C1} = d_{C2}$	Porque ele está mais próximo do centro.	$(p2 > p1)^* > p3$ $(q2 > q1)^* < q3$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
85	Prof.			Se eu tenho uma diferença de massa muito diferente, o que você espera que aconteça com as distâncias, com a diferença das distâncias?	$p_{C1} \gg p_{C2} \rightarrow q_{C1} \ll q_{C2}$	Então, tu precisa colocar na mesma posição para saber qual é o mais pesado?	$\begin{array}{c} w^* . d^* = w2.d2 \\ \wedge \\ (p^* . \sim q^*) + (\sim p^* . q^*) \\ \rightarrow e \end{array}$
86	Clari[7;12]			Que seja muito maior.	$\Delta w \gg 0$ $C1 \gg C2$ e $L2 \gg L1$	Não. Posso saber pelas distâncias.	$\begin{array}{c} (p2 > p1)^* > p3 \\ \quad \\ (q2 > q1)^* < q3 \end{array}$
87	Prof.	Vamos então mudar de balança. Vamos passar para esta daqui. Esta balança está equilibrada?	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$	Esta balança está equilibrada?	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$	Esta balança está em equilíbrio?	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$
88	Clari[7;12]	Não. Porque esta parte está maior do que essa.	$q_{L2} > q_{L1} \rightarrow p_{L+1} > p_{L-1}$	Não porque este lado está muito maior que o outro.	$q_{L2} > q_{L1} \rightarrow p_{L+1} > p_{L-1}$	Não, porque este lado é maior.	$q_{L2} > q_{L1} \rightarrow p_{L+1} > p_{L-1}$
89	Prof.	Daria para colocar esta balança em equilíbrio?	$[(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e] \rightarrow p_M \equiv q_L$	Daria para colocar esta balança em equilíbrio?	$[(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e] \rightarrow p_M \equiv q_L$	Daria para colocar em equilíbrio?	$[(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e] \rightarrow p_M \equiv q_L$
90	Clari[7;12]	Daria se a gente empurrasse essa parte para cá (dado de menor tamanho)	$(L1 + l) \supset e$				
91	Prof.	Se eu colocasse no meio ela voltava a estar em equilíbrio. Mas se eu não pudesse mexer no apoio, daria para colocá-la em equilíbrio?	$(L1 + l) e \rightarrow (M1 + m) \supset e$				
92	Clari[7;12]	Então tu colocas um quadradinho desses (peso) ali (lado menor).	$\begin{array}{c} m.x = M.l \\ (p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e \\ \wedge \\ p2 < p1 \\ \quad \\ q2 > q1 \end{array}$	Colocando um peso deste lado.	$\begin{array}{c} m.x = M.l \\ (p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e \\ \wedge \\ p2 < p1 \\ \quad \\ q2 > q1 \end{array}$	Se eu colocasse peso deste lado.	$\begin{array}{c} m.x = M.l \\ (p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e \\ \wedge \\ p2 < p1 \\ \quad \\ q2 > q1 \end{array}$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
93	Prof.			E a balança encontra-se em equilíbrio agora?	$(p.\sim q)+(\sim p.q) \rightarrow e$		
94	Clari[7;12]			Agora está.	$(p.\sim q)+(\sim p.q) \rightarrow e$ $\vee$ $p2 < p1$ $q2 > q1$		
95	Prof.			Mas a balança não tem essa diferença enorme. Quando você colocou o bloco o que você fez?	$(p.\sim q)+(\sim p.q) \rightarrow e$	Porque você colocou estes blocos aqui e a balança ficou em equilíbrio?	$(p.\sim q)+(\sim p.q) \rightarrow e$
96	Clari[7;12]			Ahh..... Não sei.	$p2 < p1$ $q2 > q1$	Ahhh...	$p2 < p1$ $q2 > q1$
97	Prof.			Qual dessas partes pesa mais?	$p2 > p1$	O que estão fazendo esses blocos aqui? Se eu tirar eles, a balança vai cair? Compare com a balança anterior. A balança anterior como eram os braços?	$L2 / L1 = ?$
98	Clari[7;12]			Esta aqui (maior).	$p2 > p1$	Eram iguais.	$L2 = L1$
99	Prof.			Você colocou o peso aqui para que?		E o que estes pesos estão fazendo?	
100	Clari[7;12]			Para equilibrar!	$m.x = M.l$ $p_m < p_M$ $q_x > q_l$	É porque faltou este tanto para completar	$L1 > L2$
101	Prof.	Se eu retirar este segundo bloco grande (próximo do centro) por um a ser colocado em cima do outro, ele terá que ser maior ou menor que este?	$(p^*.\sim q^*)+(\sim p^*.q^*)$ $\rightarrow e$				

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
102	Clari[7;12]	Menor.	$\begin{array}{cc} p2 < p1 \\ & \\ q2 > q1 \end{array}$				
103	Prof.	Essa balança encontra-se em equilíbrio agora?	$(p^* \cdot \sim q^*) + (\sim p^* \cdot q^*) \rightarrow e$				
104	Clari[7;12]	Sim.	$\begin{array}{cc} p2 < p1 \\ & \\ q2 > q1 \end{array}$				
105	Prof.	Se eu pegasse dois blocos iguais e colocasse na balança, em que posições eu iria colocá-las	$\begin{array}{c} p = q \\ \vee \\ (p^* \cdot \sim q^*) + (\sim p^* \cdot q^*) \rightarrow e \end{array}$	Se eu pegasse estes dois blocos e colocasse na balança, onde eu iria colocar? Por exemplo, eu coloco aqui na marca de três, onde você iria colocar?	$p1 = p2 \rightarrow q1 = q2$	Se eu colocar um bloco aqui na posição quatro e se eu colocar um outro bloco igual do outro lado, em que posição eu irei colocar o bloco?	$p1 = p2 \rightarrow q1 = q2$
106	Clari[7;12]	Aqui?		Ficou.	$q1 = q2$	A mesma distância.	$p1 = p2 \rightarrow q1 = q2$ $p = q \rightarrow e$
107	Prof.	Você não pode mexer nos blocos que fazem o equilíbrio.		Ficou igual?		Mas a balança não tem tamanhos diferentes. Não deveria ficar em distâncias diferentes?	$Se x.m = l.M$ $(p \cdot \sim q) + (\sim p \cdot q) \rightarrow e$
108	Clari[7;12]	Posso colocar em qualquer lugar?		Hummm....		Agora eles são iguais.	Equilíbrio sem apoio de simetria
109	Prof.	Coloque os dois blocos para fazer com a balança continue em equilíbrio.		Era esperado que ficasse nesta posição?		Sim, os blocos são iguais mas não seria diferente se os braços não são iguais?	
110	Clari[7;12]	Em qualquer lugar?		Hummm.... Sim.	$q1 = q2 \rightarrow p1 = p2$	Mas a balança agora está equilibrada pelos pesos. Ela está em equilíbrio.	Equilíbrio sem apoio de simetria $\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
111	Prof.	Em qualquer lugar, desde que você os faça ficar em equilíbrio.	$q1=q2$				
112	Prof.	Por que você colocou estes blocos exatamente aí, nessas posições?	$q1=q2 \rightarrow p1 = p2$				
113	Clari[7;12]	Porque eles tem o mesmo peso e devem ficar igual.	$w1=w2 \rightarrow d1 = d2$				
114	Prof.	Mas a balança está igual?	$L1 = L2$	Mas a balança não está diferente de um lado e do outro? Como foi possível ficar em equilíbrio?	$L1 = L2 \rightarrow e (?)$		
115	Clari[7;12]	Naquele momento (quando não tinha peso) este peso (braço maior da balança) estava igual a esse (blocos grandes). Se eu colocar um peso aqui no mesmo lugar que o outro, iguais, vai ficar a mesma coisa.	$x.m = l.M$ $x = l \rightarrow m = M$ (falta de generalização do conceito)	Porque eles teriam que ficar a mesma coisa.	$x.m = l.M$ $x = l \rightarrow m = M$ (falta de generalização do conceito)		
116	Prof.			E se eu colocasse blocos que não fossem iguais a distância ficaria igual?	$w1 > w2 \rightarrow d1(?)d2$		
117	Clari[7;12]			Não.	$p1=p2 \supset q1=q2 \rightarrow e$		
118	Prof.			Ficou diferente?			
119	Clari[7;12]			Sim. Porque este pesa mais e ...	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$ $\vee$ $p2 < p1$ $ \quad $ $q2 > q1$		
120	Prof.	E essa balança, com os pesos é igual a anterior, a primeira?	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$				

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
121	Clari[7;12]	Não. Sim... Houve indução por parte do experimentador, uma vez que insistiu um pouco nessa relação. Ela não sabe afirmar se é ou não igual.	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$				
122	Prof.	Uma colega sua disse que não, que NÃO era igual a anterior. O que eu diria para ela? O que você diria para ela? Ela estava certa?					
123	Clari[7;12]	Acho que ela estava certa. [Apesar da indução, com a pergunta colocada na boca de uma amiga, Clari[7;12] volta a opinião anterior, mostrando que não tinha convicção da sua afirmação. Apesar de ter entendido o equilíbrio independente da forma do objeto não consegue realizar uma reversibilidade completa e não afirmar a igualdade entre as balanças equilibradas]	$\begin{array}{ccc} p2 < p1 \\ & \\ q2 > q1 \end{array}$				
124	Prof.	Vamos agora mudar a balança. Vamos usar uma balança sobre a balança. Essas balanças estão em equilíbrio?	$\begin{array}{l} (p.\sim\theta) + (\sim p.\theta) \\ \supset e \rightarrow \\ \Delta h1 = \Delta h2 \vee \\ h1=h2 \end{array}$	Com a balança grande e a pequena. As balanças estão em equilíbrio?	$\begin{array}{l} (p.\sim\theta) + (\sim p.\theta) \\ \supset e \rightarrow \\ \Delta h1 = \Delta h2 \vee \\ h1=h2 \end{array}$	Com a balança grande e a pequena. As balanças estão em equilíbrio?	
125	Clari[7;12]	Não. Nenhuma delas está em equilíbrio	$\begin{array}{c} \Delta h1 \neq \Delta h2 \\ \vee \\ h1 \neq h2 \end{array}$	Não. Nenhuma delas está em equilíbrio	$\begin{array}{c} \Delta h1 \neq \Delta h2 \\ \vee \\ h1 \neq h2 \end{array}$	A balança pequena está e a grande não.	$h = h'$
126	Prof.	Daria para por em equilíbrio?		Dá para por em equilíbrio?		Daria para por em equilíbrio?	
127	Clari[7;12]	Daria.		Dá.		Daria.	

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
128	Prof.	Então põe.		Então coloque.			
129	Clari[7;12]	As duas?					
130	Prof.	As duas devem estar em equilíbrio.	$h1=h2; h3=h4$			As duas balanças estão em equilíbrio?	
131	Clari[7;12]	Acho que não precisa mexer nesta aqui pois esta (a grande) já está em equilíbrio e a pequena também.	$\Delta h = h$			Sim, as duas.	$h1 = h2$ $h3 = h4$
132	Prof.	Interessante. Se esta daqui (a grande) fica em equilíbrio a pequena também fica?	$h1=h2 \rightarrow$ $\Delta h1=\Delta h2$			Se eu tiver que colocar dois blocos pequenos na balança pequena dá para por a balança pequena em equilíbrio?	
133	Clari[7;12]	Fica.	$\Delta h = h$			Dá, para dois blocos iguais.	$p = q \rightarrow e$ $p1=p2 \rightarrow q1=q2$
134	Prof.	E se a grande não ficar em equilíbrio a pequena fica?	$h1 \neq h2 \rightarrow$ $h3 \neq h3$			Mas aí a balança grande vai ficar desequilibrada ou não?	$p = q \rightarrow e$ $[(p1 + p2 + p3)^* \cdot \sim q^*] + (\sim p^* \cdot q^*) \rightarrow e$
135	Clari[7;12]	Não.	$\Delta h = h$			Vai.	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$
136	Prof.			Se eu colocasse estas duas massas na balança, ficaria em equilíbrio? A balança está em equilíbrio?	Introdução de um índice	Porque que ela vai desequilibrar então?	
137	Clari[7;12]			Está.	$h1=h2; h3=h4$	Porque eu vou colocar mais peso aqui (sobre a balança).	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$
138	Prof.			E a balança grande está em equilíbrio?	$h1=h2$	E o que eu vou ter que fazer para compensar?	
139	Clari[7;12]			Está.	$h1=h2$	Vou ter que trazer este peso mais para cá (o peso que	$p3 < p2 < p1$ $q3 > q2 > q1$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
						contrabalança a balança)	
140	Prof.	Eu quero que tu coloques dois pesos pequenos nessa balança aqui, que faça ela ficar em equilíbrio, está bem?	$p1=p2 \rightarrow q1=q2$	Se eu colocasse estas duas massas na balança e colocar esta massa na balança grande (massa o dobro das pequenas na balança) dá para fazer todo mundo ficar em equilíbrio?	$k = d \text{ contante};$ $m3=m4;$ $[m=m3+m4 \supset m.k = m. d1] \rightarrow k = d1$	Mas se eu não quiser mais mexer neste aqui, o que teríamos que fazer? Coloca os dois pequenos lá. Deixe a balança em equilíbrio.	$p = q \rightarrow e$ $p1=p2 \rightarrow q1=q2$
141	Prof.		$(p.\sim q) + (\sim p.q) \supset e$			O que eu terei que fazer? Não pode mais mexer neste peso.	$(p.\sim \theta) + (\sim p.\theta) \supset e$
142	Clari[7;12]	Tá.	$p1=p2 \rightarrow q1=q2$	Bom... Vou ver.		Vou colocar este aqui.	movimentos aleatórios
143	Clari[7;12]			E eu vou colocar essa massa grande (massa dupla) aqui na balança grande?	Não apresenta entendimento do processo		
144	Prof.			Então tente. Coloca as duas massas na balança. E, o que aconteceu agora?		Mas você pegou este bloco diferente dos outros para fazer o equilíbrio, não poderia usar iguais?	Instruções para que a aluna cumpra.
145	Clari[7;12]	Ahh. Mas agora a grande encontra-se desequilibrada.	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \rightarrow e$ $\vee$ $p2 < p1$ $ \quad $ $q2 > q1$	Agora ficou em desequilíbrio por que...		Poderia.	Apenas segue instruções.
146	Prof.	Como que faço para colocar a grande também em equilíbrio?	$(p.\sim q) + (p'.\sim q') \supset e \neq$ $(r.\sim t) + (\sim r.t) \supset e$	O que temos que fazer para podermos fazer ficar em equilíbrio de novo?		Porque você empilhou todos eles juntos sobre o grande?	$(p.\sim q) + (P.\sim Q) \supset e \rightarrow$ $(r.\sim t) + (\sim r.t) \supset e$
147	Clari[7;12]	Ficou.	$p2 < p1$ $ \quad $ $q2 > q1$	Colocar um outro bloco.	$p3 < p2 < p1$ $ \quad \quad $ $q3 > q2 > q1$	Para equilibrar a balança grande.	$p3 < p2 < p1$ $ \quad \quad $ $q3 > q2 > q1$

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
148	Prof.			Porque você já colocou direto nesta posição?	$q2 = q1 = (?)$		
149	Clari[7;12]			Não sei.	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$		
150	Prof.	Por que colocou este bloco grande mais para a ponta?	$(p.\sim q) + (p'.\sim q') \supset e$				
151	Clari[7;12]	Ahh, não sei....	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$				
152	Prof.	Mas deu para colocar em equilíbrio?	$(p.\sim q) + (p'.\sim q') \supset e$				
153	Clari[7;12]	Sim.	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$				
154	Prof.	Suponha que eu pegasse o bloco grande e colocasse na ponta, o que iria acontecer?					
155	Clari[7;12]	A balança iria ficar caída para lá (lado esquerdo).	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$				
156	Prof.	OK. E agora as balanças estão em equilíbrio? [desequilíbrio p/ direita]					
157	Clari[7;12]	não.					
158	Prof.	E a balança?					
159	Clari[7;12]	Está.	Interferencia de um índice				
160	Prof.	Como assim? A balança está em equilíbrio?	$p = q \vee (p.\sim q) + (\sim p.q) \supset e$				
161	Clari[7;12]	A balança está.					

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
162	Prof.	E agora, a balança está em equilíbrio? [desequilíbrio p/ esquerda]					
163	Clari[7;12]	Não.	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$				
164	Prof.	E agora, a balança está em equilíbrio? [desequilíbrio menor para a direita]					
165	Clari[7;12]	Não.	$\begin{array}{ccc} p3 < p2 < p1 \\ & & \\ q3 > q2 > q1 \end{array}$				
166	Prof.	Quando a pequeninha está em equilíbrio? A pequeninha está em equilíbrio agora? [equilíbrio]					
167	Clari[7;12]	Agora ela está.	$\Delta h = h$ Respostas aleatórias				
168	Prof.			Se eu afastar as peças na balança pequena, vai alterar o equilíbrio na balança grande?			
169	Clari[7;12]			Acho que não.	$w1.d1 = w2.d2$		
170	Prof.			Mudou o equilíbrio?			
171	Clari[7;12]			Não.	$p = q \rightarrow e$ $p1=p2 \rightarrow q1=q2$		
172	Prof.			Vamos substituir esta massa por esta de menor peso na balança. O que irá acontecer com cada massa?			

	Clari[7;12]	Digital - 7/11/2006		Material 8/11/2006		Digital - 9/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
173	Clari[7;12]			Terei que puxar esta mais para o centro (a massa na balançinha) e o outra (fora da balançinha) também.	$\begin{array}{ccccc} p3 & < & p2 & < & p1 \\ & & & & \\ q3 & > & q2 & > & q1 \end{array}$		
174	Prof.			Vamos tentar?			
175	Clari[7;12]			Acho que deu.	$\begin{array}{ccccc} p3 & < & p2 & < & p1 \\ & & & & \\ q3 & > & q2 & > & q1 \end{array}$		
176	Prof.			O que você fez?			
177	Clari[7;12]			Coloquei a massa maior pra o centro e a outra também.	$\begin{array}{ccccc} p3 & < & p2 & < & p1 \\ & & & & \\ q3 & > & q2 & > & q1 \end{array}$		

Apêndice L: Entrevistas com Beck[5;13]

Tabela 5: Entrevista com Beck[5;13]

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
0	Prof.	Dá para pegar um bloco e colocar na balança e fazê-la ficar em equilíbrio?		Se eu te der um bloco, dá para colocar na balança e manter o equilíbrio? [Antes de iniciar a entrevista começa a mexer em todos os blocos e compor diversas arquiteturas sobre a balança].		Daria para eu saber qual a relação existente entre o menor bloco e o maior deles?	
1	Beck[5;13]	Não senhor.		Dá.		Daria.	
2	Prof.	Quer tentar?		Onde você vai colocar?		Faça, então.	
3	Beck[5;13]	Quero. Ahh! Dá! Pensei que não dava para colocar ali por que tinha um eixo (não cabia entre os eixos)[Desde o início mostra uma habilidade muito grande com o mouse e os deslocamentos de tela. Antes de começar a entrevista se diverte colocando as câmeras em posição diferente].	$p = q \rightarrow$ equilíbrio $p1=p2 \rightarrow q1=q2$	No meio.	$p = q \rightarrow$ equilíbrio $p1=p2 \rightarrow q1=q2$	Vou contar quantos espaços tem este bloco e depois vou contar quanto tem do outro, e depois dividir um pelo outro.	$p/p' = q'/q$
4	Prof.	O que vai acontecer se eu coloco no meio? Vai ficar em equilíbrio?		E porque eu vou colocar no meio?		Quantas vezes você acha que um é maior do que o outro?	
5	Beck[5;13]	Vai colocar todo o peso em cima da base [Se a distancia é nula, todo o peso se apóia em cima no eixo].	$q[p] = 0,$ $p \cdot q \rightarrow e$	Porque ele vai ficar sustentado na base.	$q[p] = 0,$ $p \cdot q \rightarrow e$	Umás quatro vezes [Apesar de contar errado os traços faz a operação correta].	$p/p' = q'/q$

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
6	Prof.	Quer dizer, ele não faz peso nem de um lado nem do outro?		E se seu te der outro bloco, como esse, dá para colocar na balança...		Daria para saber, utilizando o bloco grande, quantas vezes a balança é maior do que o bloquinho? Não pode usar o bloquinho, em que usar o bloco grande [Coloca, inicialmente, o bloco grande na balança, depois coloca o bloco grande na balança e equilibra com a balança. Depois coloca um bloco grande na balança].	Não faz a mínima idéia de como agir.
7	Beck[5;13]	Sim.	$p1 = p2 = 0,$ $p \cdot q \rightarrow e$	Assim (coloca em cima do outro).	$q[p] = 0,$ $p \cdot q \rightarrow e$	Aproximadamente duas vezes.	
8	Prof.	Ou faz peso de um lado e do outro?		Fica?		Seria então duas vezes o bloco que está aí?	
9	Beck[5;13]	Na verdade faz peso nisso aqui (barra) e isso aqui está preso nisto aqui (eixo de rotação), faz peso nestes daqui (em cada braço), mas o peso principal está aqui (no eixo) [Ao que parece, sua conceituação de equilíbrio não se encontra diferenciada].	(?)	Se bem colocado fica. Se ficar bem na base fica; se um pouco para cá cai. Em cima um do outro. É a gravidade que ... Se eu colocar bem no meio ele fica.	$q[p] = 0,$ $p \cdot q \rightarrow e$ mas $p = g$	Não. Duas vezes o bloquinho porque esta está duas vezes mais pesado.	(o) ?

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
10	Prof.	E se eu tivesse dois blocos? Daria para colocar em equilíbrio?		Dá para por em outra posição para ficar em equilíbrio?		Se eu colocasse na balança dois blocos diferentes, teria como eu conseguir colocar em equilíbrio a balança se eu colocasse do outro lado dois blocos de mesmo tamanho dos outros?	
11	Beck[5;13]	Sim [Apanha dois blocos grandes iguais e os equilibra direto em distâncias iguais].		Em outra posição? Assim (mesma distância).	$p1=p2$ e $q1=q2$ → equilíbrio	Sim.	
12	Prof.	Por que você colocou assim?				Então faça. Explique o que tu fizeste [Não atua com sistematização completa, colocando os blocos de forma aleatória no outro lado da balança, apesar de sempre colocar um na balança e outro na balança de igual peso].	INRC
13	Beck[5;13]	Porque assim eles vão transmitir o mesmo peso.	$p1=p2$ e $q1=q2$ → equilíbrio			Este peso grande equilibrou a balança e, este outros aqui, os pesos que foram colocados na balança.	~INRC
14	Prof.	Explica um pouco melhor. Como assim transmitir o mesmo peso?					

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
15	Beck[5;13]	Se eu colocasse mais pra cá (para o extremo do braço) fica mais pesado por que aqui cairia mais, isso eu não sei por que, e esse aqui (os dois blocos apesar de ter falado no singular) está à mesma distância, estão iguais [Verifica-se que esta fazendo uma relação direta com o peso e o quanto ele cai].	$(\sim p \cdot \sim q) + (p \cdot q) \rightarrow p \equiv q$				
16	Prof.	Gostaria que você pegasse um bloco menor e colocasse no lugar deste.		Se por acaso eu te der estes dois para tu colocares em equilíbrio (um grande e um médio) dá para por em equilíbrio?			
17	Beck[5;13]	Para ficar em equilíbrio?		Dá. Pronto.	$ \begin{array}{c} A < B < C < \\ \quad \quad \quad \dots \\ L1 > L2 > L3 > \\ \text{ou} \\ (p \cdot \sim q) + (\sim p \cdot q) \supset e \end{array} $		
18	Prof.	Dá para fazer ficar em equilíbrio?		E porquê deste jeito?			
19	Beck[5;13]	Dá. Só colocar mais para cá (aumenta a distância do pequeno).	$ \begin{array}{c} A < B < C < \\ \quad \quad \quad \dots \\ L1 > L2 > L3 > \\ \text{ou} \\ (p \cdot \sim q) + (\sim p \cdot q) \supset e \end{array} $	Este daqui é mais pesado, e este aqui é mais leve, quanto mais longe este aqui ficar (o pequeno), ele vai cair... ele vai exercer mais força pela gravidade.	$ \begin{array}{c} A < B < C < \\ \quad \quad \quad \dots \\ L1 > L2 > L3 > \\ \text{ou} \\ (p \cdot \sim q) + (\sim p \cdot q) \supset e \end{array} $		

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
20	Prof.	E por que você colocou assim?		Então você quer me dizer que este aqui (pequeno) muda de peso quando ele fica mais distante?			
21	Beck[5;13]	Por que assim ele vai transmitir mais peso [Constantemente fala em "transmitir mais peso", ou seja, o peso não muda apenas com a distância mas age de forma diferente com a alteração da distância. Existe algo mais que uma simples seriação].	$ \begin{array}{cccc} A < B < C < & & & \\ & & & \dots \\ L1 > L2 > L3 > & & & \\ & \text{ou} & & \\ (p \cdot \sim q) + & & & \\ (\sim p \cdot q) \supset e & & & \end{array} $	Sim.	$ (\sim p \cdot \sim q) + \\ (p \cdot q) \rightarrow p \equiv q $		
22	Prof.	Então quanto mais longe do centro ele transmite mais peso?		Fica mais pesado... Ele engorda?			
23	Beck[5;13]	Sim.	$ \begin{array}{c} (\sim p \cdot \sim q) + \\ (p \cdot q) \rightarrow p \equiv q \\ \text{ou} \\ (p \cdot \sim q) + (\sim p \cdot q) \\ \supset e \end{array} $	Não. Não é que fique mais pesado, que fique mais denso, e que a base fique aqui... (silêncio).	$ (\sim p \cdot \sim q) + \\ (p \cdot q) \rightarrow p ? q $		
24	Prof.			O equilíbrio na balança depende então do quê?			
25	Beck[5;13]			Da distância.	$q[p]$		
26	Prof.			Só da distância?			
27	Beck[5;13]			Do peso.	$p[q]$		
28	Prof.	Interessante. Então pegue mais um bloco pequeno, menor que esses. Dá para colocar esse bloco e fazer a balança ficar em equilíbrio?		Então eu te dou mais este aqui para ficar em equilíbrio. Dá para por em equilíbrio?			
29	Beck[5;13]	Posso mudar a posição dos outros?		No meio!	$ q[p] = 0, \\ p \cdot q \rightarrow e $		

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
30	Prof.	Pode [Realizando diversas coordenações e regulações sensório-motoras termina por colocar o bloco pequeno próximo ao centro].		Fora do meio [Coloca o menor sobre o médio e equilibra com o grande].	Reciprocidade simples $([p1+p2].q) = R(\sim p1.\sim q2)$		
31	Beck[5;13]	Eu não raciocinei muito mas... era só ter colocado no meio.	$q[p] = 0,$ $p . q \rightarrow e$	Deu.			
32	Prof.	Ahh. Se você tivesse colocado no meio dava?					
33	Beck[5;13]	Sim.	$q[p] = 0,$ $p . q \rightarrow e$				
34	Prof.	Se não puder colocar no centro, dá? Então faça [Coloca o bloco menor além do outro bloco, bem afastado do centro].					
35	Beck[5;13]	Tá bom assim? [Ficam, o bloco maior de um lado da balança, e dois no outro braço, tendo o médio mais próximo de centro].	$A < B < C <$ $ \quad \quad $ $L1 > L2 > L3 >$ ou $(p . \sim q) +$ $(\sim p . q) \supset e$				
36	Prof.			Se eu colocar estes blocos (pequenos brancos) um em cima do bloco grande e outro em cima desses dois, fica em equilíbrio? Fale antes de colocar.	$p = r + r \rightarrow$ $r.(d + d) = p.d$ mas $p = r + r \rightarrow$ $(r+x).(d + d) \neq$ $(p+x).d$		
37	Beck[5;13]			Fica.	$p = r + r \rightarrow$ $(r+x).(d + d) =$ $(p+x).d$ [Erro]		

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
38	Prof.			Tem certeza. Fica ou não fica?			
39	Beck[5;13]			Fica. Não, não ficou.			
40	Prof.			Porque não ficou? Porque você acha que deveria ter ficado? Tira eles. Porque a barra ficou em equilíbrio agora?	$p = r + r \rightarrow r.(d + d) = p.d$		
41	Prof.			Em que lugar você teria que colocar essas duas massas para conseguir o equilíbrio?	$p = q \rightarrow \text{equilíbrio}$ $p1=p2 \rightarrow q1=q2$		
42	Beck[5;13]			Assim. Aqui e aqui (coloca um bloco mais pa-ra o centro e o outro um pouco mais para fora, mas sem retirar de cima dos blocos grandes).	$p = q \rightarrow \text{equilíbrio}$ $p1=p2 \rightarrow q1 \neq q2$ [Erro]		
43	Prof.			Porquê?			
44	Beck[5;13]			Porque a gravidade iria puxar este aqui mais para cá, tudo para este lado (para fora de um lado) e este iria puxar para cá e outro (para fora do outro).	$(p . \sim q) + (\sim p . q) \supset e$ Tomada de Consciência		
45	Prof.			Se eu não colocar em cima dos blocos, em que lugar você colocaria para ficar em equilíbrio?	Espécie de balança assimétrica		
46	Beck[5;13]			Aqui (coloca os blocos simétricos em relação ao eixo da balança).	$p1=p2 \text{ e } q1=q2 \rightarrow \text{equilíbrio}$		

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
47	Prof.			Agora, quero que você coloque o pequeno em outro lugar que não seja em cima do médio. Dá para por em equilíbrio?			
48	Beck[5;13]			Dá (coloca o pequeno encostado no médio e coloca em equilíbrio).	Reciprocidade simples $([p1+p2].q) = R(\sim p1.\sim q2)$		
49	Prof.	Se eu colocasse este pequeno lá na ponta, o que aconteceria?		Agora vou pegar este pequeno e afastar do médio assim (coloca quase no meio da balança). O que devo fazer com o grande para restituir o equilíbrio?			
50	Beck[5;13]	A balança iria ficar em desequilíbrio.	$\begin{array}{c} A < B < C < \\ \quad \quad \\ L1 > L2 > L3 > \\ \text{ou} \\ (p.\sim q) + \\ (\sim p.q) \supset e \end{array}$	Por aqui (traz para o meio e equilibra a balança).	$\begin{array}{c} A < B < C < \\ \quad \quad \\ L1 > L2 > L3 > \\ \text{ou} \\ (p.\sim q) + \\ (\sim p.q) \supset e \end{array}$		
51	Prof.	O que eu deveria fazer com este outro bloco para fazer ficar em equilíbrio (bloco no mesmo braço)?		Agora, se eu movimentar este bloco (médio) dois traços, o que devo fazer com o pequeno, andar menos de dois, dois ou mais de dois?			
52	Beck[5;13]	Teria que trazer para cá (mais próximo do centro) [Nada garante a operação de proporção, pois ainda ode resolver este problema por dupla seriação].	$\begin{array}{c} A < B < C < \\ \quad \quad \\ L1 > L2 > L3 > \\ \text{ou} \\ (p.\sim q) + \\ (\sim p.q) \supset e \end{array}$	Mais de dois.	$\begin{array}{c} A < B < C < \\ \quad \quad \\ L1 > L2 > L3 > \\ \text{ou} \\ (p.\sim q) + \\ (\sim p.q) \supset e \end{array}$		
53	Prof.	E porquê?		Porque você acha isso?			

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
54	Beck[5;13]	Para deixar em equilíbrio.		Mais de dois.			
55	Prof.	E qual eu tenho que deslocar mais, o grande ou o pequeno, para deixar sempre em equilíbrio?		Tem certeza. Chegou um guri da 5a. série agora pouco e disse que "eu tenho certeza que ele vai se encontrar aqui" (próximo do pequeno e não do grande). O que você teria dito para ele?			
56	Beck[5;13]	Mais com o pequeno. Porque ele tem um peso menor então ele vai transmitir uma força menor [Com este raciocínio ele comprova estar fazendo mais que uma simples seriação, pois esta não é capaz de compor devidamente as proporções inversas. Força parece ser algo do tipo $f = p.q$]		Não.			
57	Prof.	Então vamos ver uma coisa. Se eu trazer este aqui para cá (o grande para a extremidade) o que tenho que fazer com este outro (pequeno próximo a extremidade da barra)?	$\begin{array}{ccccc} A & < & B & < & C & < \\ & & & & \\ L1 & > & L2 & > & L3 & > \\ & & \text{ou} & & \\ & & (p \cdot \sim q) + & & \\ & & (\sim p \cdot q) \supset e & & \end{array}$	Ele insistiu. Disse que era ali e não tinha nenhuma dúvida. O que você diria para ele.			
58	Beck[5;13]	Trazer pra cá (para o centro da barra).	$\begin{array}{ccccc} A & < & B & < & C & < \\ & & & & \\ L1 & > & L2 & > & L3 & > \\ & & \text{ou} & & \\ & & (p \cdot \sim q) + & & \\ & & (\sim p \cdot q) \supset e & & \end{array}$	É vai ser para cá (posição correta).	$\begin{array}{ccccc} A & < & B & < & C & < \\ & & & & \\ L1 & > & L2 & > & L3 & > \\ & & \text{ou} & & \\ & & (p \cdot \sim q) + & & \\ & & (\sim p \cdot q) \supset e & & \end{array}$		

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
59	Prof.	Um anda em sentido oposto ao do outro [Reciprocidade composta, pois está havendo compensação da distância em função da proporção dos pesos].	$(p \cdot \sim q) =$ $R(\sim p \cdot q) \supset e$ ou $(p \cdot q) =$ $R(\sim p \cdot \sim q) \supset e$	E o que eu diria para ele?			
60	Beck[5;13]	Sim.	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset (?)e$	Que se fosse aqui (mais próximo do pequeno) este lado aqui (oposto ao dos blocos) cairia aqui.	$A < B < C <$ $ \quad \quad $ $L1 > L2 > L3 >$ ou $(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$		
61	Prof.	Se eu tiver que aproximar esses blocos, no equilíbrio, onde tu achas que eles vão se encontrar? No meio, mais próximo do pequeno, mais próximo do grande ...?		Põe em equilíbrio então.			
62	Beck[5;13]	Como esse tem menos peso, será da metade para cá, com certeza.	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset (?)e$ ou $p/p' = q'/q$				
63	Prof.	Vamos tentar?		OK. Deu certo. Vou fazer uma pergunta boa para ti. Se eu pegasse os dois blocos e fosse comprimindo até que ele ficasse um só lugar, eu gostaria de saber em que lugar seria esse?	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$		
64	Beck[5;13]	Assim.		Aqui no meio.			

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
65	Prof.	Muito bom. Mas porque você achava que tinha que ser mais pra cá?		Aqui no meio?			
66	Beck[5;13]	Porque se este aqui fosse mais para lá (o grande) faria uma força muito maior para baixo. (... breve silêncio ...). Com relação à gravidade, eu puxaria mais para cá (extremo da barra) por que o eixo tem... está com mais firmeza ali [O professor perdeu uma boa oportunidade para explorar melhor este raciocínio. Essa forma de falar demonstra sua percepção de que a gravidade influencia no equilíbrio].	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset (?)e$ ou $p/p' = q'/q = ?$ mas $p = g$	Não. Não. Seria mais ou menos aqui (posição correta do centro de massa).	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$		
67	Prof.			Esse pontinho ai eu vou dar um nome bonito, que você já falou ontem que é centro de massa. Para realçar o problema eu vou trocar este bloco pequeno com o grande. Dá para por em equilíbrio (o pequeno de um dado e o grande do outro).			
68	Beck[5;13]			Não.			
69	Prof.			Quer tentar?			
70	Beck[5;13]			Ahh.. Só se eu colocar muito para cá.	Influência Perceptiva		

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
71	Prof.			Então vai. Porque tu te impressionaste assim dizendo que não dava?			
72	Beck[5;13]			Que dá, dá, mas fica muito próximo.	Existe certeza lógica.		
73	Prof.			Onde você acha que estaria o centro de massa desses dois blocos? [Observa detidamente o conjunto e mede mais ou menos as distâncias].			
74	Beck[5;13]			Aqui assim (previsão correta).	$(p \cdot \sim q) + (\sim p \cdot q) \supset e$		
75	Prof.			Olhe, vou marcar a posição onde as duas faces dos blocos se encontram. Daria na mesma eu inverter a posição dos blocos, ou seja, trocar de posição?	$(p \cdot \sim q) + (\sim p \cdot q) \supset e$ $\rightarrow (p+x \cdot \sim q) + (\sim p+x \cdot q) \supset \sim e$		
76	Beck[5;13]			Não. Se o centro de gravidade está aqui, ele virá para cá. Ahhh.. Vai cair.	$(p \cdot \sim q) + (\sim p \cdot q) \supset e \rightarrow (p+x \cdot \sim q) + (\sim p+x \cdot q) \supset \sim e$		
77	Prof.			Então inverte. Veja o que vai acontecer. O que teria que acontecer...?			
78	Beck[5;13]			O C.G. está aqui. Ele teria que vir para cá (aponta para a posição correta).	$(p \cdot \sim q) + (\sim p \cdot q) \supset e$ $\rightarrow (p+x \cdot \sim q) + (\sim p+x \cdot q) \supset \sim e$		
79	Prof.			Então coloca. Não! Deste jeito como está (pensou em trocar novamente a posição para por em equilíbrio).	Apesar de ter a reversibilidade operatória sempre recorre a sensório-motora		

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
80	Prof.			Vamos fazer o seguinte. Vamos marcar de novo o local onde ficaram as faces dos blocos. Eu vou perguntar para ti....?			
81	Beck[5;13]			Ahh.Está no meio! O centro de gravidade está no meio! É isso?	Tomada de Consciência		
82	Prof.			É. Porque o centro de gravidade está no meio? [Neste caso dizer que está certo não é indução pois ele tirou a conclusão. Mais cedo ou mais tarde chegaria à afirmação].			
83	Beck[5;13]			Aqui é um ou o outro, e aqui no meio fica em equilíbrio, então tem que estar no meio.	A resposta pode ser dada apenas por simetria, mas a relação é operatória.		
84	Prof.						
85	Prof.			E se eu fizesse isto aqui (afastar o pequeno para a extremidade do braço e médio para o outro extremo mantendo o equilíbrio na balança)?			
86	Beck[5;13]			O C.G. estaria aqui no meio. Não, não é no meio, é mais para cá (próximo do médio).	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$ ou $p/p' = q'/q$		
87	Prof.			Então onde seria o centro de massa?			
88	Beck[5;13]			Teria que inverter para saber.	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$		
89	Prof.			Inverte então.			

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
90	Beck[5;13]			Aqui mesmo.	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$ ou $p/p' = q'/q$		
91	Prof.			E se eu fizer assim (aumentando a distância entre os blocos mantendo o equilíbrio). Onde estaria o centro de massa?			
92	Beck[5;13]			Aqui. Não se alteraria.	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$ ou $p/p' = q'/q$		
93	Prof.			Então se eu separando os blocos o centro de massa não se modifica?			
94	Beck[5;13]			Não. Porque se ele [os blocos] não deixasse o centro de massa no mesmo lugar ele fugiria.	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$ ou $p/p' = q'/q$		
95	Prof.	Retire todos os blocos daí e coloque dois blocos iguais na balança para ficar em equilíbrio. Agora coloque um bloco igual em cima de um deles [Coloca os blocos no extremo dos braços].		Se eu te desse estas duas massas. Elas são iguais?			
96	Beck[5;13]	Ahh. Mas vai ficar em desequilíbrio. Vai ficar o dobro da força. [Perceptivamente, verifica a relação de massa].	$p = r + r$	São levemente diferentes.			

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
97	Prof.	Mas dá para deixar em equilíbrio sem tirar este aqui de cima?		Daria para saber se tem o mesmo peso?			
98	Beck[5;13]	Dá. OK.		Ah.. Não sei...Deixe eu ver aqui. Tem, tem a mesma massa [Coloca as massas à mesma distância].	$p = q \rightarrow$ equilíbrio $p1=p2 \rightarrow q1=q2$		
99	Prof.			E esta outra, tem a mesma massa? Dá para saber?			
100	Prof.			Dá para trocar?			
101	Beck[5;13]			Tem, tem a mesma massa.	$A=B, B=C \rightarrow$ $A=C$		
102	Prof.	Este aqui pesa quantas vezes mais que o outro?		Juntando estas duas, quanto este conjunto é mais pesado do que aquela massa?			
103	Beck[5;13]	Duas.	Relação perceptiva pelo tamanho	Duas vezes.	$p = r + r$		
104	Prof.	Será que dá para perceber esta diferença aí na distância? [Espera a resposta, e nada ocorre].		Daria para colocar em equilíbrio a balança?			
105	Beck[5;13]	Nas distâncias entre estes dois blocos?		Com certeza dá [Começa a contar os traços nos braços 10 de um lado e 5 para o outro e posiciona os blocos nessas posições].	$p = r + r \rightarrow$ $r.(d + d) = p.d$		
106	Prof.	Nas distâncias que vão desde o centro a cada um dos blocos.		E agora com três blocos?			
107	Beck[5;13]	Seria do dobro?	$p = r + r \rightarrow (r + r).d = p.(d + d)$ [erro]	Assim.			

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
108	Prof.	Não sei.		O que você fez?			
109	Beck[5;13]	Melhor, talvez a metade.	$p = r + r \rightarrow r.(d + d) = p.d$	Eu coloquei na posição de 3,33333... que é 10 dividido por 3.	$p = r + r + r \rightarrow r.(d + d + d) = p.d$		
110	Prof.	Por que a metade? [Começa a contar os traços de um lado e do outro].					
111	Beck[5;13]	Não, não é a metade. Menor é claro. [importante ver a certeza que mostra ao afirmar que é menor. Intui a quantização]	$(p . \sim q) + (\sim p . q) \supset e$				
112	Prof.	Vamos, então contar as barrinhas (traços) de um lado e do outro e ver se dá para fazer.					
113	Beck[5;13]	Oito de um lado e 3,5 do outro.	8 para 3,5				
114	Prof.	Se fosse o dobro mesmo, poderíamos colocar oito de um lado e 4 do outro, já que tu disseste que é o dobro.					
115	Beck[5;13]	Não. Não ficou.					
116	Prof.	Nós medimos por onde esses traços?	$2(r \pm x) \neq (r + r \pm x)$				
117	Beck[5;13]	Pela base.	$(r \pm x)$				

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
118	Prof.	Que base? Nós tomamos esta parte da frente como referência. Daria para utilizar a de traz, ou seja, a parte de traz do bloco? Vemos que ela está pensa para cá (mais baixo no lado direito). Se eu colocasse os blocos medidos pela parte de traz, daria a mesma coisa?	$2(r - x) \neq (r + r - x)$ ou $2(r + x) \neq (r + r + x)$				
119	Beck[5;13]	Você entendeu o que eu expliquei?					
120	Prof.	Não senhor. [Nova explicação, mudando o termo de base para borda].	$2(r - x) \neq (r + r - x)$ $\rightarrow \sim e \text{ horário}$ ou $2(r + x) \neq (r + r + x)$ $\rightarrow \sim e ?$				
121	Beck[5;13]	Daria para fazer. Poderia deixar com 5 o grande e 10 o pequeno.					
122	Prof.	Deu certo agora?					
123	Beck[5;13]	Não. Ficou penso do outro lado.	$2(r - x) \neq (r + r - x)$ $\rightarrow \sim e \text{ horário}$ pode ser $2(r + x) \neq (r + r + x)$ $\rightarrow \sim e \text{ antih.}$				
124	Prof.	Que interessante. Pela frente ficou penso para um lado e por traz ficou penso pelo outro. Teria outra posição pela qual poderíamos colocar para fazer ficar em equilíbrio?					
125	Beck[5;13]	Silêncio	?				

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
126	Prof.	Se pela frente ele inclina para um lado e por traz ele inclina pelo outro, como podemos colocar os blocos para ficarem em equilíbrio?					
127	Beck[5;13]	Silêncio	?				
128	Prof.	Então não tem como faz, não tem como ficar em equilíbrio[Deve-se por em cheque as certezas que ele tem e não as dúvidas. Ele sabe que dá para ficar em equilíbrio, pois já acabara de fazer isso a pouco].	$2(r - x) \neq (r + r - x)$ $\rightarrow \sim e \text{ horário}$ pode ser $2(r + x) \neq (r + r + x)$ $\rightarrow \sim e \text{ antih. mas}$ $2(r) = (r + r) \rightarrow e$				
129	Beck[5;13]	Colocar pelo meio?	$2(r) = (r + r) \rightarrow e?$				
130	Prof.	Então tente colocar pelo meio [Veja, não se trata de indução feita pelo professor para dizer o que ele deseja mas de retirar do aluno um meio de descoberta da relação que lhe falta para adquirir o conceito].					

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
131	Beck[5;13]	Pronto (colocar o bloco grande em 4,5 que é a metade de 9, posição do outro bloco) [Inicialmente o professor não compreende a ação do aluno mas depois, ao perceber a relação 9/4,5 duvida da operação tão imediata do aluno e propõe continuação].	$p = r + r \rightarrow$ $r.(d + d) = p.d$				
132	Prof.	Se você colocar o bloco grande em 4 qual deve ser a posição do pequeno?					
133	Beck[5;13]	Oito.	$p = r + r \rightarrow$ $r.(d + d) = p.d$				
134	Prof.	Então execute.					
135	Beck[5;13]	Deu certo.	$(p . \sim q) +$ $(\sim p . q) \supset e$				
136	Prof.	Se eu tivesse dois blocos que eu não soubesse quantas vezes um é maior que outro					
137	Beck[5;13]	Daria para saber colocando-o na balança.	$(p . \sim q) +$ $(\sim p . q) \supset e$				
138	Prof.	Então pegue o maior de todos os blocos. Gostaria de saber quantas vezes este bloco é maior que o pequeno.					
139	Beck[5;13]	Ahh... Acho que entendi.					

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
140	Beck[5;13]	Isso tem alguma coisa haver com o uso de guindastes?	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$ Tomada de Consciência				
141	Prof.	Acho que tem alguma coisa haver com guindastes. Por que tu achas que tem alguma coisa haver com guindastes?					
142	Beck[5;13]	Porque aqui eu tenho uma base bem pesada para usar este aqui (outro braço da balança).	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$				
143	Prof.	Suponha que eu tivesse aqui um guindaste (analogia com a barra da balança) e eu tivesse que levantar uma coisa muito pesada o que eu teria que fazer com este bloco (mais pesado) para poder levá-lo?					
144	Beck[5;13]	Trazer par cá (levar o extremo do braço).	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$				
145	Prof.	Por que?					
146	Beck[5;13]	Porque este bloco iria trazer mais força para cá.	$(p \cdot \sim q) +$ $(\sim p \cdot q) \supset e$				

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
147	Prof.	Agora porque precisa ter isso? Suponha que o guindaste esteja lá em cima. É uma torre bem alta. Suponha que eu tivesse que levantar desse lado, o que aconteceria se eu não levasse o peso para traz.					
148	Beck[5;13]	Iria cair para frente. Porque o centro dele... como e que é Porque o centro de peso... não é.. Como que é o ...[O aluno mostra com a mão, através de mímica o movimento que fazer o guindaste].	$(p . \sim q) +$ $(\sim p . q) \supset e$				
149	Prof.	Centro de massa.					
150	Beck[5;13]	O centro de massa dele estava desequilibrado.					
151	Prof.	Então, o guindaste começa puxar...Opa. O que ele faz?					
152	Beck[5;13]	Puxa este peso pra traz.	$(p . \sim q) +$ $(\sim p . q) \supset e$				
153	Prof.	Pronto, puxa mais Opa. Traz mais para traz.					
154	Beck[5;13]	mais para traz.					
155	Prof.	É acho que tem alguma coisa haver com o guindaste.					
156	Prof.	E nos nossos blocos, quanto um seria maior que o outro. Daria para saber?					

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
157	Beck[5;13]	10 de um lado 4 do outro. 2,5 vezes [Conta errado os espaços. Deveria ser 9 para 3 dando proporção 3, mas o conceito está correto e sem dúvida opera as proporções].	$(p . \sim q) + (\sim p . q) \supset e$				
158	Prof.	Passemos para outra balança. Este aqui. Esta balança está equilibrada?		Vamos usar esta balança agora. Dá para por em equilíbrio? [Inicia contando todos os traços da balança e remarcando algum que estavam apagados].			
159	Beck[5;13]	não senhor.					
160	Prof.	Dá para por em equilíbrio?	$(p - P) + (q - Q) \supset e$				
161	Beck[5;13]	Dá. Com um só peso?		Dá.	$(p - P) + (q - Q) \supset e$		
162	Prof.	Quantos forem necessários para o equilíbrio.		Vou te dar uma ajuda. Tome este aqui (é dado o cilindro mais pesado).			
163	Beck[5;13]	Pesadão né? [Coloca blocos aleatoriamente e vai enchendo os dois braços da balança com blocos].		Este é muito mais pesado do que este (apanha ou outro cilindro).			
164	Prof.	Se você colocou massa dos dois lados, não dá para tirar de um lado para compensar do outro.	$(p.q) + (p1.q1) + (p2.q2) = R[(P.Q) + (\sim p1.\sim q1) + (\sim p2.\sim q2)] \rightarrow (p.q) = R(P.Q)$	Porque?			

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
165	Beck[5;13]	Dá. Deixa e um tirar tudo. Ficou em equilíbrio [Coloca os dois blocos empilhados e compensa rapidamente com a distância].		Deve ter alguma coisa aqui dentro [Sucedese uma série de experiência sobre densidade que faz menção direta e esta pesquisa].	volume $\neq$ peso		
166	Prof.			Dá para fazer ficar em equilíbrio?			
167	Beck[5;13]		$(p.q) = R(P.Q)$	Deu.	$(p.q) = R(P.Q)$		
168	Prof.	Pegue dois blocos iguais e coloque na balança para ficar em equilíbrio.		E se eu te desse estes dois blocos iguais, daria para colocar na balança e deixar em equilíbrio?			
169	Beck[5;13]	Ah.. Eu vou fazer a mesma coisa que antes. Vou colocar um aqui e o outro a mesma distância.	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \supset e$	Daria. Nestas posições iguais.			
170	Prof.	Mas porque você vai colocar aqui?	$(p.q) = R(P.Q) \rightarrow (p.\sim q) + (\sim p.q) \supset e$	E porque as duas distâncias iguais.	$(p.\sim q) + (\sim p.q) \supset e$		
171	Beck[5;13]	Já que o grande está em equilíbrio com esse daqui (o braço maior da balança) eu deixo este aqui.		Porque se eu tirasse esses blocos (e retira realmente) este conjunto ficaria igual. Se eu coloco os blocos esse fazia peso para cá e o outro peso para lá. E ficariam iguais.	$(p.q) = R(P.Q) \rightarrow (p.\sim q) + (\sim p.q) \supset e$		
172	Prof.			Mas este braço não está maior que este?			
173	Beck[5;13]			Tá. Mas este aqui (o peso) compensa.	Compensação Lógica ao invés de perceptiva		
174	Prof.			Qualquer coisa que eu colocar aí vai ficar na mesma distância.			

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
175	Beck[5;13]			Duas coisas de pesos iguais, né?	$p = q \rightarrow$ equilíbrio $p_1 = p_2 \rightarrow q_1 = q_2$		
176	Prof.			Sim. E se fosse diferente?			
177	Beck[5;13]			Se fosse diferente o mais pesado deveria ficar mais próximo do centro e o menor mais afastado.	$(p.q) = R(P.Q) \rightarrow$ $(p.\sim q) +$ $(\sim p.q) \supset e$		
178	Prof.	Vamos brincar com esta balança agora. Uma balança em cima de uma balança grande. Elas estão equilibradas?		A balança está em equilíbrio?			
179	Beck[5;13]	Equilibrar? [Começa colocando um peso na balança, perguntando se é para equilibrá-la].		Está.	$(p.\sim \theta) +$ $(\sim p.\theta) \supset e$ e $h = h'$		
180	Prof.	Vamos ver, qual dessas balanças está equilibrada?	$(p.\sim \theta) +$ $(\sim p.\theta) \supset e$ e $h = h'$	Por quê?			
181	Beck[5;13]	A pequena está.		Porque a gravidade a faz ficar em equilíbrio.	$(q.\sim g) +$ $(\sim q.g) \supset e$ e $h = h'$		
182	Prof.	E a outra está equilibrada?		Coloca a balança grande também em equilíbrio. Agora eu quero que você coloque estas três massas nas balanças e que fique tudo em equilíbrio (uma é o dobro das outras).			

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
183	Beck[5;13]	Nada equilibrada.		Ficou. [Começa explorar todas as possibilidades e após diversas regulações consegue colocar em equilíbrio. Coloca as duas pequenas na balança e a dupla no outro braço da balança grande].	$(p . \sim q) +$ $(\sim p . q) \supset e$		
184	Prof.	Então faz ficar equilibrada. As balanças estão equilibradas? [Coloca o bloco maior compensando a balançinha].	$(p . \sim \theta) +$ $(\sim p . \theta) \supset e$ e $h = h'$	E como conseguiu fazer isso?			
185	Beck[5;13]	Sim. As duas.		Olha. Estas duas estão fazendo o equilíbrio na balançinha, Estas daqui estão fazendo força para que esta daqui caia (balançinha), e se eu deixar esta daqui mais afastada (oposta a balançinha)	$(p . \sim q) +$ $(\sim p . q) \supset e$		
186	Prof.	Queria que você pegasse duas massas pequenas e	$(r . q) =$ $R(\sim r . \sim q)$	Em que lugar aquelas duas massas estão fazendo força?			
187	Beck[5;13]	Colocasse na pequena para equilibrar? [Tenta colocar as massas em diversos lugares, retira e põe].	Não consegue de imediato transferir os conhecimentos da balança grande para a pequena	Aqui (no cento da balançinha).	Centro de Massa		

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
188	Beck[5;13]	Ahh.. Entendo. Tem que ser duas massas iguais [Coloca as massas pequenas no mesmo lado da balança e passa a colocar uma massa maior no outro braço da balança grande. Coloca antes e depois do bloco do contra peso , não conseguindo o equilíbrio].	$(r.q) = R(\sim r.\sim q)$				
189	Prof.	Onde está a outra massinha? Temos que ter duas massinhas na balança [com a balança grande melhor posicionada coloca as massinhas equidistantes].					
190	Beck[5;13]	Posso colocar mais uma?					
191	Prof.	Não.[Passa um tempo tentando equilibrar com o novo bloco]. Então mude o grande [contrapeso da balança] de posição. A pequena também está em equilíbrio?	$(r.q) = R(\sim r.\sim q)$	E porque você colocou esta massa aqui (a dupla)?			
192	Beck[5;13]	Está.		Para afastar, porque se eu a colocasse aqui (centro da balança) faria mais força aqui (braço da balança).	$(r.q) = R(\sim r.\sim q)$		

	Beck[5;13]	Digital - 8/11/2006		Material 9/11/2006		Digital - 10/11/2006	
	Sujeitos	Interação	Lógica	Interação	Lógica	Interação	Lógica
193	Prof.	Se eu colocar uma massa igual na balançinha pequena, em cima de um deles, o que eu tenho que fazer com essas massas para continuar em equilíbrio?	$(p . \sim q) + (\sim p . q) \supset e$	Se eu afastar aquelas massas em cima da balançinha, o que vai acontecer com o equilíbrio?			
194	Beck[5;13]	Eu vou colocar a menor mais para o centro e a da balança grande mais para fora [Faz uma previsão equivocada].		Vai para lá (cai no sentido da balançinha)			
195	Prof.	Então faz.		OK. Então vai.			
196	Prof.	Então o que tu fizeste com cada peso.	$(p . \sim q) + (\sim p . q) \supset e$				
197	Beck[5;13]	O duplo da balançinha eu coloquei mais perto do centro e o outro, na balança grande afastei do centro.		Não, não, não. As duas?	Corrige-se assim que inicia o movimento		
198	Prof.			As duas.			
199	Beck[5;13]			Não vai acontecer nada.	$(r . q) = R(\sim r . \sim q)$		
200	Prof.			Porque não?			
201	Beck[5;13]			Porque essas daqui ainda estão fazendo força no mesmo lugar, aqui oh (no centro da balançinha).			
202	Prof.			Se eu tirar as massas da balançinha e colocar em baixo na balança, vai ficar a mesma coisa?			
203	Beck[5;13]			Vamos ver. Vai ficar a mesma coisa.	Não conseguiu fazer a antecipação		

Apêndice M: Programas LUA

main.lua

```
-- This program is free software;
you can redistribute it and/or
modify
-- it under the terms of the GNU
General Public License as
published by
-- the Free Software Foundation;
either version 2 of the License,
or
-- (at your option) any later
version.
--
-- This program is distributed in
the hope that it will be useful,
-- but WITHOUT ANY WARRANTY;
without even the implied warranty
of
-- MERCHANTABILITY or FITNESS FOR
A PARTICULAR PURPOSE. See the
-- GNU Library General Public
License for more details.
--
-- You should have received a copy
of the GNU General Public License
-- along with this program; if
not, write to the Free Software
-- Foundation, Inc., 59 Temple
Place - Suite 330, Boston, MA
02111-1307, USA.

-- Author: Daniel Monteiro Basso

require 'console'
require 'message'

require 'objClick'
require 'sceneSetup'
require 'balance'
require 'shapeSel'
require 'objPlace'

navigation:activate()
viewer.showCursor(true)

function loadLevel(l)
    destroyObjects()
    if ball1 then
        ball1:destroy()
    end
    if bal2 then
        bal2:destroy()
    end

    if l==1 then
        ball1=balance.create()
        ball1:attach()
```

```
end

    if l==2 then
        ball1=balance.create {
            yoffset=0.5*0.62*0.15; }
        ball1:attach()
    end

    if l==3 then
        space.enter()
        translate(0,0.18,0.06)
        ball1=balance.create {
            xs=0.6;
            ys=0.4;
            zs=0.6;
            h=0.9;
            compose=true;
        }
        space.leave()

        bal2=balance.create {
            attach=ball1;
        }

        bal2:attach()
    end
end

function openObjectSelection()
    shapeSel:show()
end

function sshot(i)
    local
    fname='fr'..string.format("%05i",i)
    )..'pov'
    if not i then i='' end
    viewer.povExport (fname,true)
    viewer.grabInput(false)
    os.execute ('povray -d +w533
+h400 +a0.1 '..fname)
    os.execute ('rm '..fname)
    viewer.grabInput(true)
end

logger={
    cnt=1
}

function logger.checkCount()
    local f=true
    while f do

f=io.open(logger.fname(),'rb')
        if f then
            f:close()
            logger.cnt=logger.cnt+1
        end
    end
end
```

```

    end
end

function logger.fname()
    local
    retv='balance'..logger.cnt..'log'
    if os.getenv 'HOME' then

    retv=os.getenv('HOME')..'/'..retv
    end
    return retv
end

function logger.toggle()
    if logger.handler then

    simulator.logStop(logger.handler)
        logger.handler=nil
        message {
            msg='Stopped logging to
            '..logger.fname()..'";
            color={0,0,0}
        }
        logger.cnt=logger.cnt+1
        return
    end
    logger.checkCount()

    logger.handler=simulator.logStart(
    logger.fname())
        message {
            msg='Logging to
            '..logger.fname()..' started.';
            color={0,0,0}
        }
    end

function logger.read(idx,render)
    if logger.handler then
        logger.toggle()
    end
    logger.frame=1
    logger.render=render

    levelSelect:keyEvent(true,keysym.F
    4)
        group.destroy()
        logger.cnt=idx

    logger.rhandler=viewer.logReader(1
    ogger.fname())

    logger.pfh=regEventNode(posFrame,1
    ogger)
    end

function logger.posFrame()
    if viewer.logReadState
    (logger.rhandler) then
        if logger.render then
            sshot(logger.frame)

            logger.frame=logger.frame+1
            end
        else
            logger.pfh:unreg()
            message 'Log finished. Press
            ESC to exit phiviewer.'
            end
        end

    loadLevel(1)

    levelSelect={
        keyEvent=function (self,s,k)
            if s and k==keysym.F1 then
                loadLevel(1)
            end
            if s and k==keysym.F2 then
                loadLevel(2)
            end
            if s and k==keysym.F3 then
                loadLevel(3)
            end
            if s and k==keysym.F4 then
                destroyObjects()
                if ball1 then
                    ball1:destroy()
                end
                if bal2 then
                    bal2:destroy()
                end
            end
            if s and k==keysym.F5 then
                navigation:activate()
                viewer.showCursor(not
                navigation.active)
            end
            if s and k==keysym.F8 then
                logger.toggle()
            end
            if s and k==keysym.F9 then
                sshot(1)
            end
        end;
    }

    regEventNode(keyEvent,levelSelect)

    povray.init [[
    global_settings {
        /*radiosity {
            brightness 1.5
            count 100
            error_bound 0.3
            gray_threshold 0.0
            low_error_factor 0.2
            minimum_reuse 0.015
            nearest_count 10
            recursion_limit 1

            adc_bailout 0.01

```

```

        max_sample -1.0
        media off
        normal off
        always_sample 1

        pretrace_start 0.08
        pretrace_end 0.01
    }*/
    ambient_light 1
}
sky_sphere {
    pigment { color rgb
<0.7,0.8,0.9> }
    /*pigment {
        gradient z
        color_map {
            [0 color rgb
<0.95, 0.5, 0.1>*0.8]
            [0.1 color rgb
<0.75, 0.55, 0.32>*0.8]
            [0.5 color rgb
<0.35,0.43,0.5>]
        }
    }*/
}
}
]]

```

balance.lua

```

-- This program is free software;
you can redistribute it and/or
modify
-- it under the terms of the GNU
General Public License as
published by
-- the Free Software Foundation;
either version 2 of the License,
or
-- (at your option) any later
version.
--
-- This program is distributed in
the hope that it will be useful,
-- but WITHOUT ANY WARRANTY;
without even the implied warranty
of
-- MERCHANTABILITY or FITNESS FOR
A PARTICULAR PURPOSE. See the
-- GNU Library General Public
License for more details.
--
-- You should have received a copy
of the GNU General Public License
-- along with this program; if
not, write to the Free Software
-- Foundation, Inc., 59 Temple
Place - Suite 330, Boston, MA
02111-1307, USA.

-- Author: Daniel Monteiro Basso

```

```

balance={}

function balance.init()
    balance.attMat=material.new()
    color(0.5,0.5,0.5)
    specular(0.2)
    balance.rightMat=material.new()
    lighting()
    color(0,1,0)
    balance.wrongMat=material.new()
    lighting()
    color(1,0,0)
    balance.baseMat=material.new()

    balance.baseMarksMat=material.new(
    )
    color(0,0,0)
    balance.supMat=material.new()
    color(0.7,0.7,0.7)

    balance.baseSurface=surface.new()
    friction(1)
end

balance.init()

function balance.create(def)
    local retv={}
    if not def then def={} end
    if not def.xs then def.xs=1 end
    if not def.ys then def.ys=1 end
    if not def.zs then def.zs=1 end
    if not def.h then def.h=1 end
    if not def.yoffset then
def.yoffset=0 end
    --==[ Balance - Axis
Attachments
    material.load(balance.attMat)
    if def.attach then

retv.balance=def.attach.support
    def.attach.support=nil
    retv.attBal=def.attach
    else
    retv.balance=group.start()
    end

    function retv.attach(s,ent)
        if s.attBal then

s.hinge=hinge(s.entity,0,s.rotAxis
)
            s.attBal:attach(s.entity)
        else

s.hinge=hinge(s.entity,ent,s.rotAx
is)
        end
    end
    space.enter()

```

```

translate(0.0375*def.xs,0,0.08*def
.h)
--
translate(0.0375*def.xs,0,0.08*def
.zs)

box(0.005*def.xs,0.02*def.ys,0.025
*def.zs)
    space.enter()

translate(0.01*def.xs,0,0.0055*def
.zs)
    rotate(0,90,0)
    cylinder(0.0025,0.02*def.xs)
    retv.rotAxis=cursor()
    space.leave()
    translate(-0.075*def.xs,0,0)

box(0.005*def.xs,0.02*def.ys,0.025
*def.zs)
    space.enter()
    translate(-
0.01*def.xs,0,0.0055*def.zs)
    rotate(0,90,0)
    cylinder(0.0025,0.02*def.xs)
    space.leave()
    space.leave()

    ---=[ Balance - Base Marks

material.load(balance.baseMarksMat
)
    space.enter()

translate(0,def.yoffset,0.04+0.021
*def.h)
    box(0.06*def.xs,
0.001,0.019*def.zs)
    space.leave()
    for i=1,10*def.ys do
        space.enter()

translate(0,def.yoffset+i*0.03,0.0
4+0.021*def.h)

box(0.06*def.xs,0.001,0.019*def.zs
)
    --box(0.082*def.xs,0.004
,0.004)
    space.leave()
    space.enter()
    translate(0,def.yoffset-
i*0.03,0.04+0.021*def.h)

box(0.06*def.xs,0.001,0.019*def.zs
)
    --
box(0.082*def.xs,0.004,0.004)
    space.leave()
end

```

```

---=[ Balance - Base
space.enter()
material.load(balance.baseMat)

translate(0,def.yoffset,0.04+0.021
*def.h)

retv.baseElem=box(0.08*def.xs,0.62
*def.ys,0.018*def.zs)

surface.load(balance.baseSurface)
    collide()
    mass(1.7*def.xs*def.ys*def.zs)
    retv.entity=entity.fromGroup()
    group.stop()
    space.leave()

    ---=[ Balance - Support
    retv.support=group.start()
    material.load(balance.supMat)
    space.enter()

translate(0.055*def.xs,0,0.042*def
.h)

box(0.018*def.xs,0.05*def.ys,0.084
*def.h)
    collide()
    -- led indicator
    space.enter()

translate(0.009*def.xs,0,0.02*def.
h)
    retv.led=sphere(0.003*def.xs)
    space.leave()

    translate(-0.11*def.xs,0,0)

box(0.018*def.xs,0.05*def.ys,0.084
*def.h)
    collide()
    space.leave()
    if not def.compose then
        group.stop()
    end

    retv.preCollision=function(s)
        local
vel=entity.getAngularVelocity(s.en
tity)
        local damp=0.999
        vel=vel*damp

entity.setAngularVelocity(s.entity
,vel,0,0)
    end

    retv.posFrame=function(s)
        element.load(s.led)

```

```

        local
ang=transform.elementRot(s.baseEle
m) [1]*180/3.14
        if ang>1 or ang<-1 then

element.material(balance.wrongMat)
        else

element.material(balance.rightMat)
        end
        end

        retv.destroy=function(s)
            s.pcn:unreg()
            s.pfn:unreg()
            group.destroy(s.balance)
            if s.support then
                group.destroy(s.support)
            end
            joint.destroy(s.hinge)
        end

retv.pcn=regEventNode(preCollision
, retv)
        retv.pfn=regEventNode(posFrame,
retv)

        return retv
end

```

objClick.lua

```

-- This program is free software;
you can redistribute it and/or
modify
-- it under the terms of the GNU
General Public License as
published by
-- the Free Software Foundation;
either version 2 of the License,
or
-- (at your option) any later
version.
--
-- This program is distributed in
the hope that it will be useful,
-- but WITHOUT ANY WARRANTY;
without even the implied warranty
of
-- MERCHANTABILITY or FITNESS FOR
A PARTICULAR PURPOSE. See the
-- GNU Library General Public
License for more details.
--
-- You should have received a copy
of the GNU General Public License
-- along with this program; if
not, write to the Free Software

```

```

-- Foundation, Inc., 59 Temple
Place - Suite 330, Boston, MA
02111-1307, USA.

```

```

-- Author: Daniel Monteiro Basso

```

```

objClick={
    callbacks={};

mouseButton=function(self,s,b,x,y)
    if s then
        self.x=x
        self.y=y

viewer.elementAt(x,y,'clickedObjec
t2D',true)
        end
        end;
        reg=function(s)

s.evn=regEventNode(mouseButton, s)
        end;
        unreg=function(s)
            s.evn:unreg()
        end;
        callback=function(s,idx,fn)

s.callbacks[idx]={objClick=fn}
        end
    }

```

```

objClick:reg()

```

```

function clickedObject2D(i)
    if objClick.callbacks[i] then

objClick.callbacks[i]:objClick(i)
        elseif i== -1 then

viewer.elementAt(objClick.x,objCli
ck.y,'clickedObject3D')
        end
        end

function clickedObject3D(i)
    if objClick.callbacks[i] then

objClick.callbacks[i]:objClick(i)
        end
        end

```

objPlace.lua

```

-- This program is free software;
you can redistribute it and/or
modify
-- it under the terms of the GNU
General Public License as
published by

```

```

-- the Free Software Foundation;
either version 2 of the License,
or
-- (at your option) any later
version.
--
-- This program is distributed in
the hope that it will be useful,
-- but WITHOUT ANY WARRANTY;
without even the implied warranty
of
-- MERCHANTABILITY or FITNESS FOR
A PARTICULAR PURPOSE. See the
-- GNU Library General Public
License for more details.
--
-- You should have received a copy
of the GNU General Public License
-- along with this program; if
not, write to the Free Software
-- Foundation, Inc., 59 Temple
Place - Suite 330, Boston, MA
02111-1307, USA.

-- Author: Daniel Monteiro Basso

objClick={
    callbacks={};

mouseButton=function(self,s,b,x,y)
    if s then
        self.x=x
        self.y=y

viewer.elementAt(x,y,'clickedObject2D',true)
    end
    end;
    reg=function(s)

s.evn=regEventNode(mouseButton, s)
    end;
    unreg=function(s)
        s.evn:unreg()
    end;
    callback=function(s,idx,fn)

s.callbacks[idx]={objClick=fn}
    end
}

objClick:reg()

function clickedObject2D(i)
    if objClick.callbacks[i] then

objClick.callbacks[i]:objClick(i)
    elseif i== -1 then

viewer.elementAt(objClick.x,objClick.y,'clickedObject3D')

```

```

end
end

function clickedObject3D(i)
    if objClick.callbacks[i] then

objClick.callbacks[i]:objClick(i)
    end
end

```

sceneSetup.lua

```

-- This program is free software;
you can redistribute it and/or
modify
-- it under the terms of the GNU
General Public License as
published by
-- the Free Software Foundation;
either version 2 of the License,
or
-- (at your option) any later
version.
--
-- This program is distributed in
the hope that it will be useful,
-- but WITHOUT ANY WARRANTY;
without even the implied warranty
of
-- MERCHANTABILITY or FITNESS FOR
A PARTICULAR PURPOSE. See the
-- GNU Library General Public
License for more details.
--
-- You should have received a copy
of the GNU General Public License
-- along with this program; if
not, write to the Free Software
-- Foundation, Inc., 59 Temple
Place - Suite 330, Boston, MA
02111-1307, USA.

-- Author: Daniel Monteiro Basso

require 'objClick'

--viewer.window(800,600,true)
viewer.window(640,480,false)

--viewer.grabInput(false)

scene.skyBox 'cloudy_noon'

--==[ Point of View
viewer.scale(10)
--diagonal view
viewer.position {0.48907, -
0.300111, 0.375}
viewer.rotation { 60.0304, 0,
62.0314}
--lateral view

```

```

viewer.position { 0.772246, -
0.00649017, 0.115}
viewer.rotation { 89.0754, 0,
89.5768}
--closer lateral view
viewer.position { 0.650197, -
0.0125889, 0.128}
viewer.rotation { 95.1236, 0,
89.122}

--==[ Lights
material.new()
specular(1)
light()
--
lightSpot(true,0,180,nil,nil,0.000
01)
position {1,-2,3}

material.new()
color(0.2,0.3,0.4)
--color(0)
light()
--
lightSpot(true,0,180,nil,nil,0.000
01)
position {3,3,3}

--==[ Ground
material.new()
texture('checker.jpg',nil,false)
plane(30,30,30)
povray.material [[
    texture {
        pigment {
            checker
            pigment { rgb
<0.7,0.7,0.8> }
            pigment { rgb <0.9,0.9,1>
}
        scale 1/60
    }
    finish {ambient 0 diffuse
0.3 phong 0.1 reflection {0.01}}
}
]]
position {0,0,-1}

--==[ Table
surface.new()
friction(5)
material.new()
color(0.34,0.3,0.2)
box(0.7,1,1)
position {0,0,-0.5}
collide()

--==[[ Selection Objects
material.new()
color(1,0.5,0.5)

```

```

objClick:callback(box(0.07,0.07,0.
023), function()
openObjectSelection() end)
position {0.25,0,0.012}
rotation {0,0,20}

```

```

material.new()
color(0.5,1,0.5)
objClick:callback(box(0.07,0.07,0.
023), function()
openObjectSelection() end)
position {0.25,0.1,0.012}
rotation {0,0,-25}

```

```

material.new()
color(0.5,0.5,1)
objClick:callback(box(0.07,0.07,0.
023), function()
openObjectSelection() end)
position {0.25,0.05,0.035}
rotation {0,0,50}

```

shapeSel.lua

```

-- This program is free software;
you can redistribute it and/or
modify
-- it under the terms of the GNU
General Public License as
published by
-- the Free Software Foundation;
either version 2 of the License,
or
-- (at your option) any later
version.
--
-- This program is distributed in
the hope that it will be useful,
-- but WITHOUT ANY WARRANTY;
without even the implied warranty
of
-- MERCHANTABILITY or FITNESS FOR
A PARTICULAR PURPOSE. See the
-- GNU Library General Public
License for more details.
--
-- You should have received a copy
of the GNU General Public License
-- along with this program; if
not, write to the Free Software
-- Foundation, Inc., 59 Temple
Place - Suite 330, Boston, MA
02111-1307, USA.

-- Author: Daniel Monteiro Basso

```

```

function
createColorSelObj(ctx,r,g,b,x,y)
    local retv={
        mat=material.new();
        elem=sphere(0.1);
    }

```

```

        objClick=function(s)
shapeSel:setMaterial(s.mat)
        end;
    }
    ctx[retv.elem]=retv
    if r<0.3 then
        specular(0.5)
        shininess(70)
    end
    color(r,g,b)
    position {x,y,0}
    element.layer(0)
    return retv
end

function
createShapeSelObj(ctx,w,h,x,y)
    local retv={
        elem=box(w,w,h);
        objClick=function(s)
            shapeSel:hide()
            element.load(s.elem)
        end;
    }
    ctx[retv.elem]=retv
    position {x,y,0}
    rotation {60,0,30}
    element.layer(0)
    return retv
end

addNewBox(w/4,h/4,element.material
())
    end;
}
ctx[retv.elem]=retv
position {x,y,0}
rotation {60,0,30}
element.layer(0)
return retv
end

shapeSel={
    ctx={
        [-1]={
            objClick=function()
                shapeSel:hide()
            end
        }
    };
    hide=function(s)
        objClick.callbacks=s.lctx
        element.groupLayer(s.grp,0)
    end;
    show=function(s)
        s.lctx=objClick.callbacks
        objClick.callbacks=s.ctx
        element.groupLayer(s.grp)
    end;
    setMaterial=function(s,m)
        for k,v in s.ctx do
            if not v.mat and k>0 then
                element.load(v.elem)
                element.material(m)
            end
        end
    end;
    init=function(s)
        s.grp=group.start()
        material.new()
        lighting()
        color(0)
        transparency(0.5)
        plane(2,1.2)
        element.layer(0)
        position {0,0,-10}

        createColorSelObj(s.ctx,1,0.5,0.5,
            -0.8,0.45)

        createColorSelObj(s.ctx,0.5,1,0.5,
            -0.8,0.15)
        local
        fm=createColorSelObj(s.ctx,0.5,0.5
            ,1,-0.8,-0.15)

        createColorSelObj(s.ctx,0.8,0.8,0.
            8,-0.8,-0.45)

        createColorSelObj(s.ctx,0.5,0.8,0.
            8,-0.5,0.45)

        createColorSelObj(s.ctx,0.8,0.5,0.
            8,-0.5,0.15)

        createColorSelObj(s.ctx,0.8,0.8,0.
            5,-0.5,-0.15)

        createColorSelObj(s.ctx,0.1,0.1,0.
            1,-0.5,-0.45)

        material.load(fm.mat)

        createShapeSelObj(s.ctx,0.24,0.24,
            0.1,0.3)

        createShapeSelObj(s.ctx,0.24,0.16,
            0.1,-0.1)

        createShapeSelObj(s.ctx,0.24,0.08,
            0.1,-0.42)

        createShapeSelObj(s.ctx,0.18,0.18,
            0.7,0.3)

        createShapeSelObj(s.ctx,0.18,0.12,
            0.7,-0.1)

        createShapeSelObj(s.ctx,0.18,0.06,
            0.7,-0.42)
        group.stop()
    end;
}

shapeSel:init()

```