Centro Federal de Educação Tecnológica de Santa Catarina – CEFET/SC
Unidade Araranguá

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS I

Curso de Eletromecânica

Prof. Fernando H. Milanese, Dr. Eng.
milanese@cefetsc.edu.br

Conteúdo da aula

- Introdução à disciplina
- Introdução à Resistência dos Materiais
- Classes de solicitações

Introdução à Resistência dos Materiais

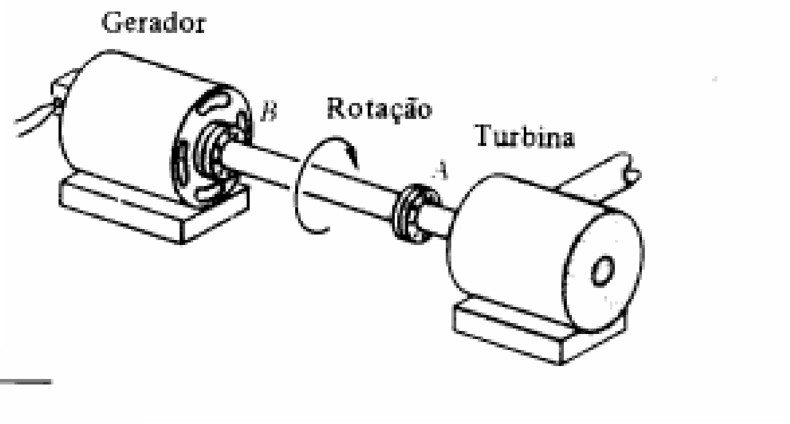
- *Objetivo*: estudar o comportamento de sólidos sob esforços.

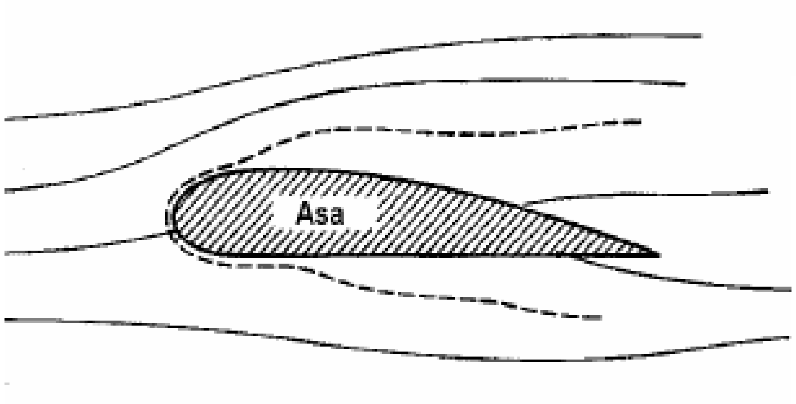
- *Estática*: estuda somente as forças externas.

- *Resistência dos materiais*: efeitos das forças no comportamento interno dos sólidos

Exemplos

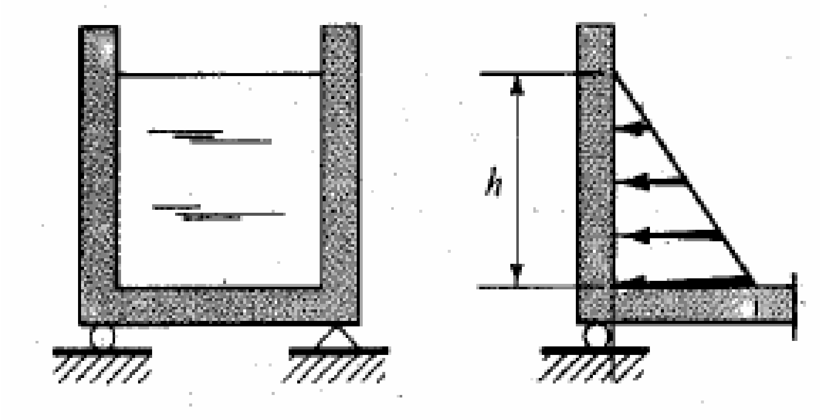
Eixo





Asa de avião

Reservatório



Classes de Solicitações

Existem 5 tipos de solicitações (esforços) mecânicas:

- Tração
- Compressão
- Flexão
- Torção
- Cisalhamento

Classes de Solicitações

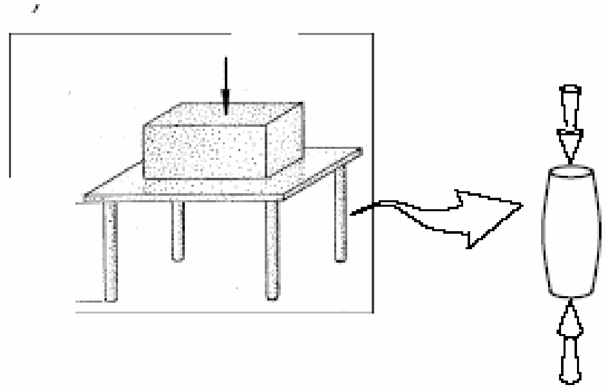
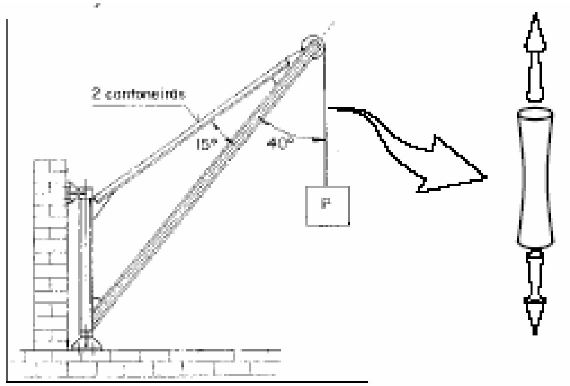


Figura 2.1 a) Pés da mesa estão submetidos à **compressão**,



b) Cabo de sustentação submetido à **tração**.

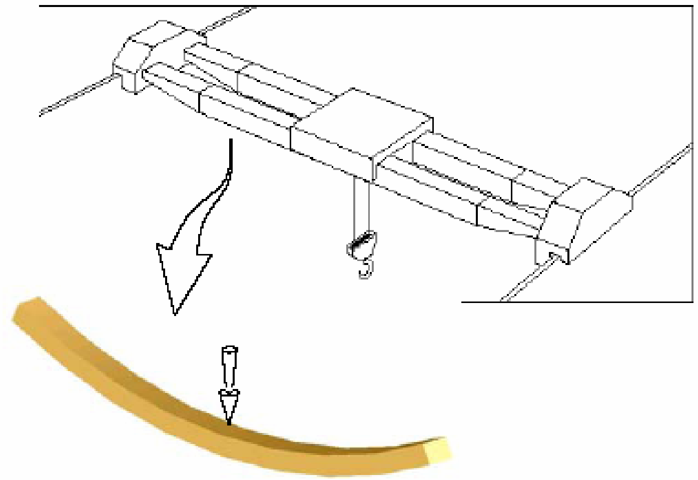


Figura 2.2 Viga submetida à flexão.

Classes de Solicitações

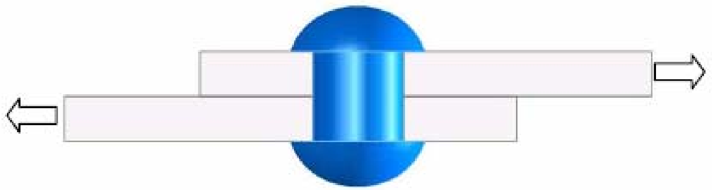


Figura 2.3 Rebite submetido ao cisalhamento.

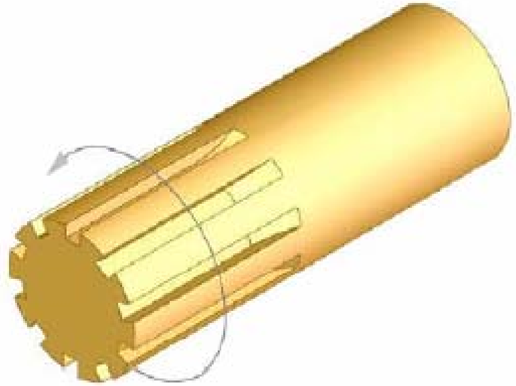


Figura 2.4 Ponta de eixo submetida à torção.

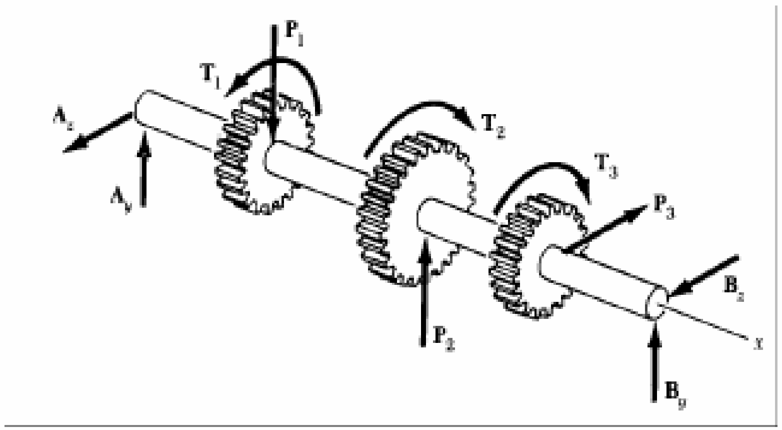


Figura 2.5 Árvore de transmissão: Flexo-torção.

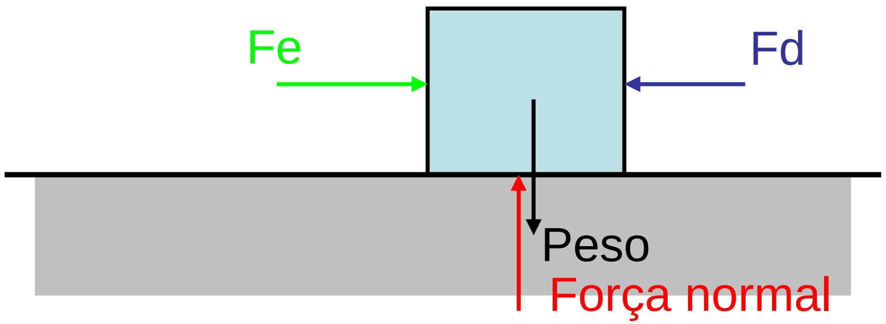
Exercícios de fixação

Diga pelo menos um exemplo prático onde podemos encontrar cada um dos tipos de solicitações:

- Tração
- Compressão
- Flexão
- Cisalhamento
- Torção

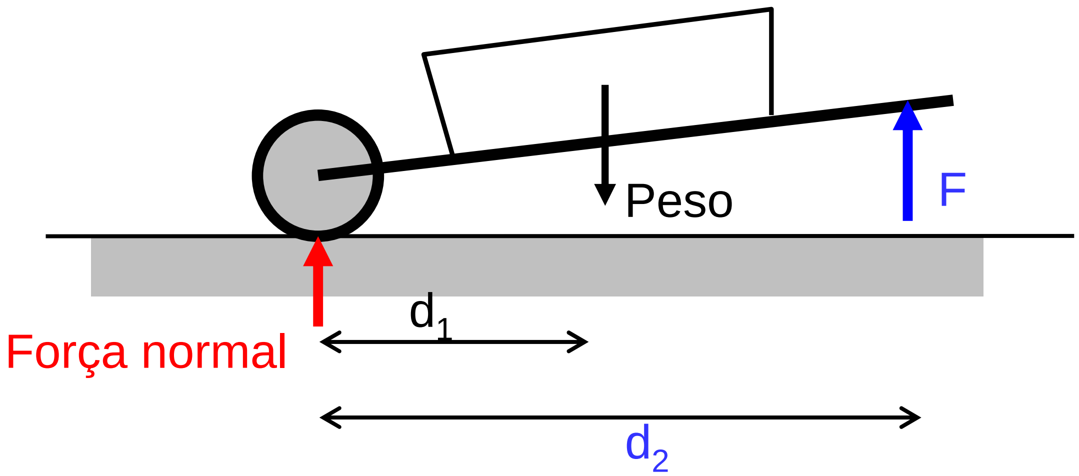
Estática

- Estudo dos corpos em equilíbrio (Velocidade=constante).
- Força resultante sobre o corpo é zero. Ex:



Fe = Fd
Peso = Força normal

- Momento resultante sobre o corpo é zero. Ex:

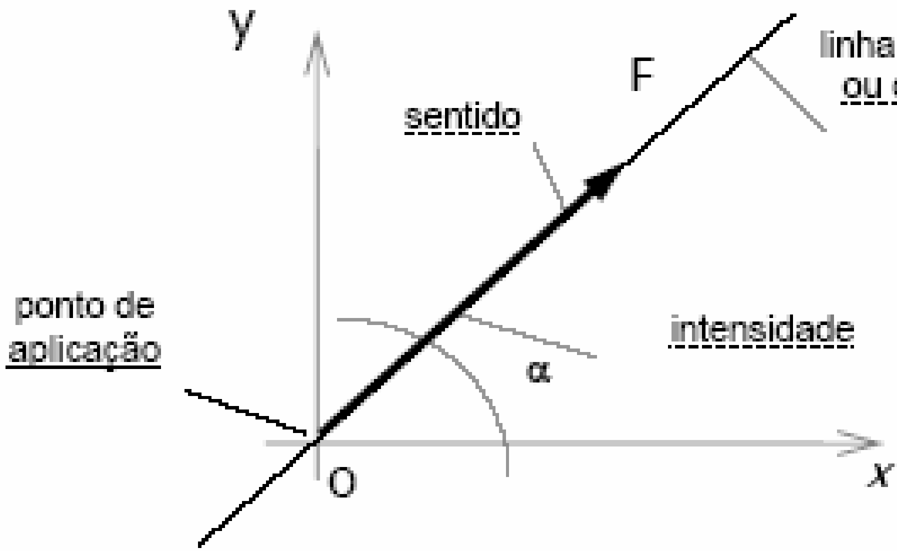


$$\text{Peso} \cdot d_1 = F \cdot d_2$$

$$\text{Peso} = F + \text{Força normal}$$

Forças

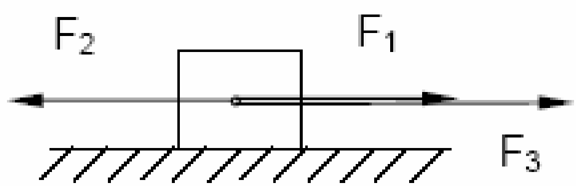
- Grandeza física que provoca movimento ou deformação de um corpo
- Exemplo mais comum: Peso.
- Unidade (SI): N (newton)
- Força é um vetor (módulo, direção e sentido)



Resultante de Forças ($\sum F$)

- *Forças coincidentes*: forças que atuam na mesma linha de ação. Forças no mesmo sentido se somam e forças em direção opostas se subtraem. Ex:

Calcular a resultante das forças $F_1 = 50N$, $F_2 = 80$ N e $F_3 = 70$ N aplicadas no bloco da figura abaixo:



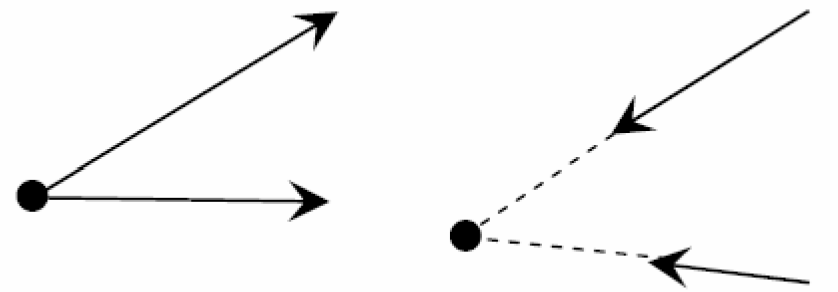
$$F_{resultante} = F_1 - F_2 + F_3$$
$$F_{resultante} = 50 - 80 + 70$$
$$F_{resultante} = 40N$$

Convenção de sinais:

(+) direita

(-) esquerda

- *Forças concorrentes*: forças que atuam no mesmo ponto de aplicação (diferente linha de ação). Ex:



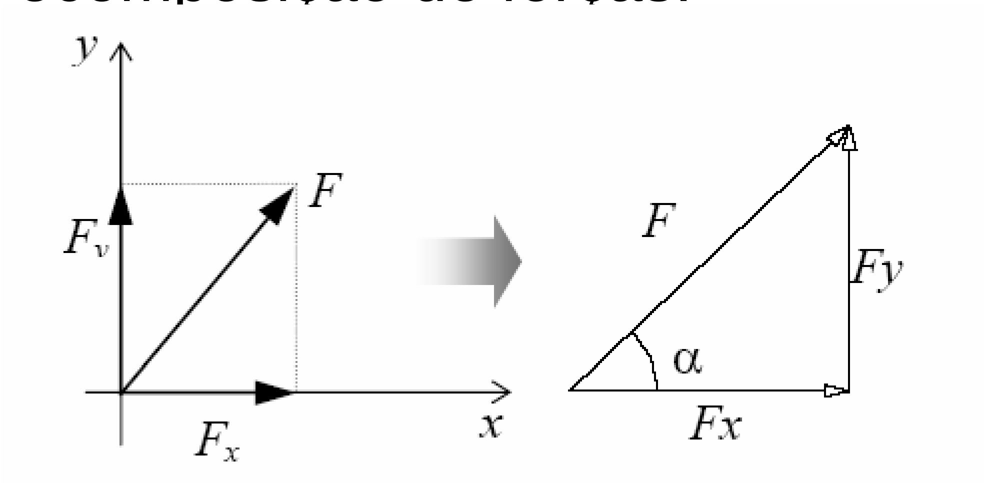
Resultante de Forças

Forças concorrentes podem ser somadas de duas maneiras:

- Método analítico: Decompor as forças em coordenadas cartesianas e somar as componentes coincidentes.
- Método gráfico: Desenhar as forças em escala e usar a regra do paralelogramo para obter a resultante.

Método **analítico** para força resultante

- Decomposição de forças:

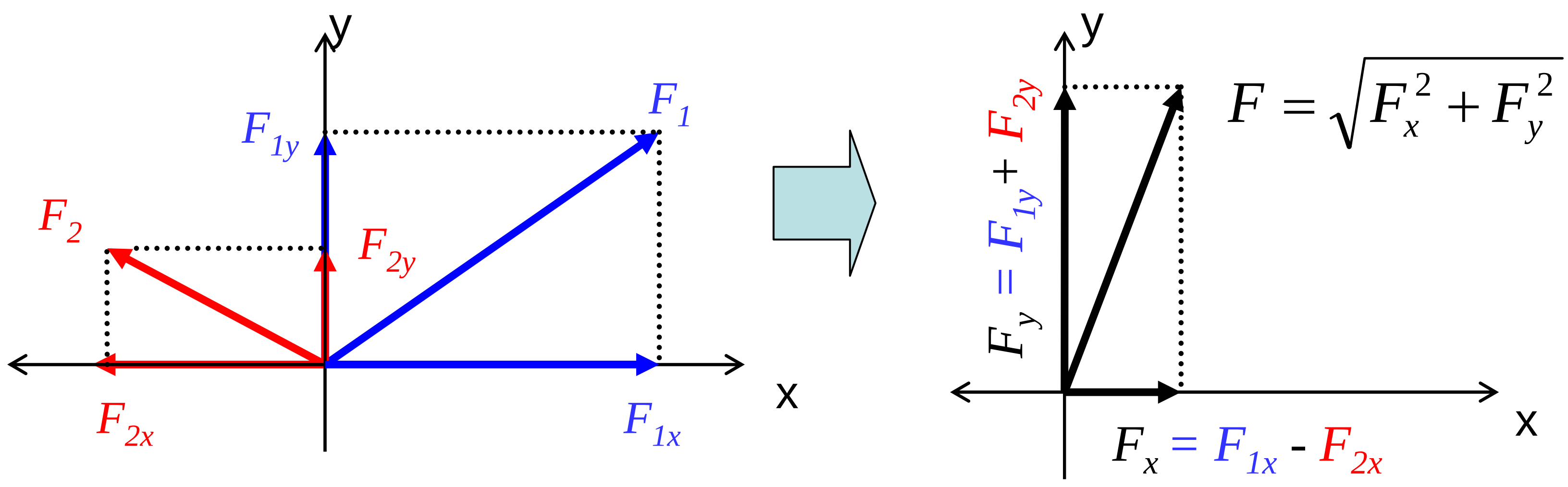


Onde:

$$Fx = F.\cos\alpha$$

$$Fy = F.\operatorname{sen}\alpha$$

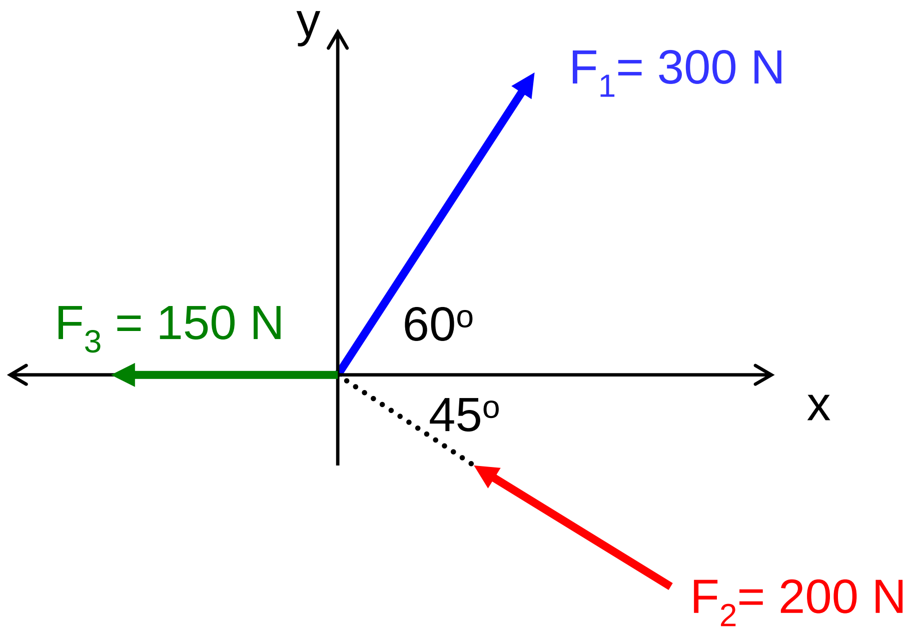
- Somar componentes coincidentes e compor:



Método **analítico** para força resultante

Exercício de fixação

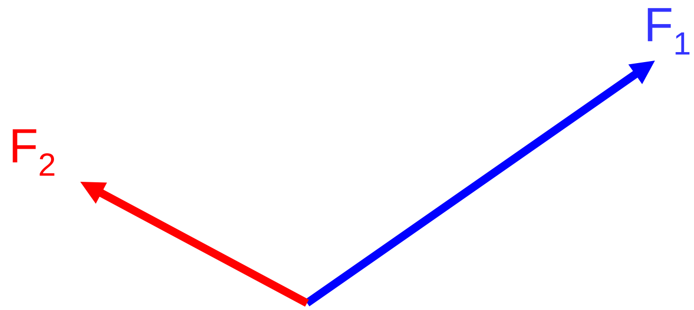
Calcular a força resultante abaixo:



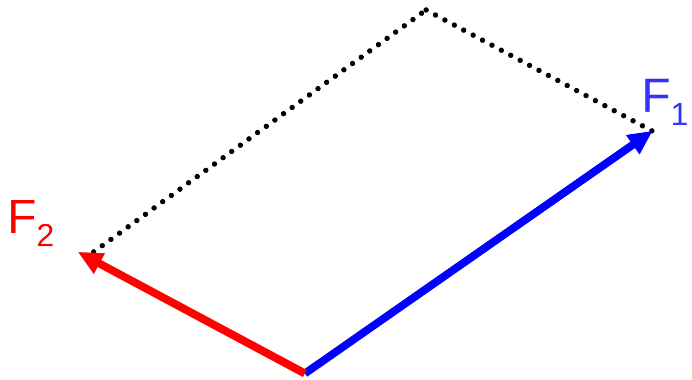
ângulo (graus)	sen	cos	tg
0	0	1	0
5	0,09	1,00	0,09
10	0,17	0,98	0,18
15	0,26	0,97	0,27
20	0,34	0,94	0,36
25	0,42	0,91	0,47
30	0,50	0,87	0,58
35	0,57	0,82	0,70
40	0,64	0,77	0,84
45	0,71	0,71	1,00
50	0,77	0,64	1,19
55	0,82	0,57	1,43
60	0,87	0,50	1,73
65	0,91	0,42	2,14
70	0,94	0,34	2,75
75	0,97	0,26	3,73
80	0,98	0,17	5,67
85	1,00	0,09	11,43
90	1,00	0,00	infinito

Método **gráfico** para força resultante

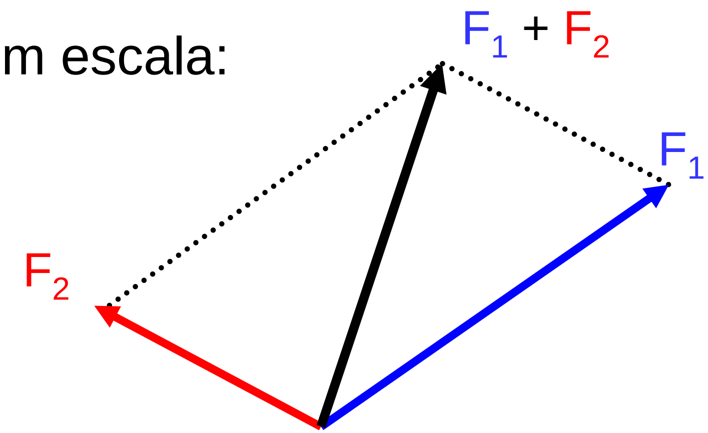
- Desenhar as forças em escala:



- Regra do paralelogramo:

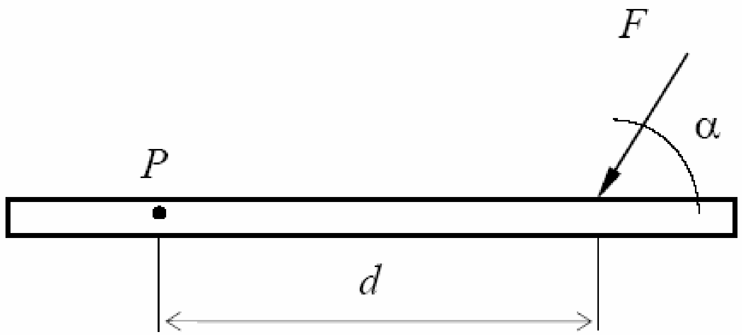


- Traçar a resultante e medir com escala:



Momento estático de uma força

Seja F uma força constante aplicada em um corpo, d a distância entre o ponto de aplicação desta força e um ponto qualquer P. Por definição, o momento “M” realizado pela força F em relação ao ponto P é dado pelo seguinte produto vetorial:



$$M = F \cdot d \cdot \text{sen}\,\alpha$$

quando $\alpha = 90°$

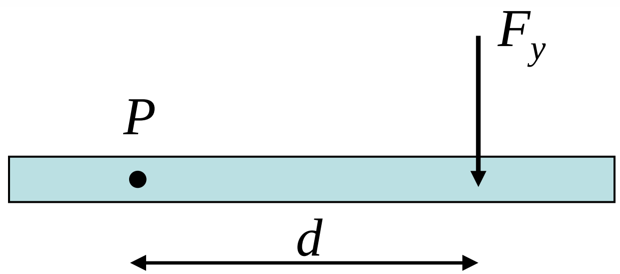
$$\boxed{M = F \cdot d}$$

Observe que $M = d\,.\,F.\,sen\ a$

Mas $F.\,sen\ \alpha = F_y$

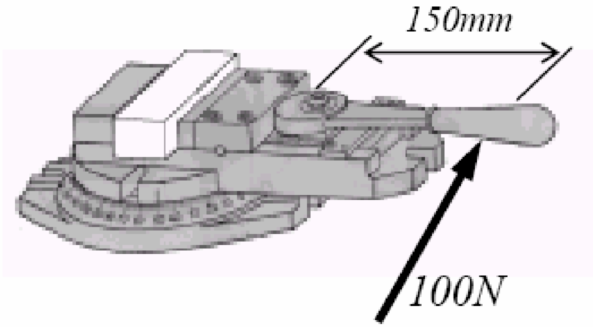
Logo, $M = d\,.\,F_y$

Unidade (Sistema Internacional): [N] . [m] = N.m



Momento de uma força (exemplo)

Calcular o momento provocado na alavanca da morsa, durante a fixação da peça conforme indicado na figura abaixo:



$$M = F \cdot d$$
$$M = 100.150$$
$$M = 15000 N.mm$$

No sistema Internacional (SI): $d = 0{,}15\ m$

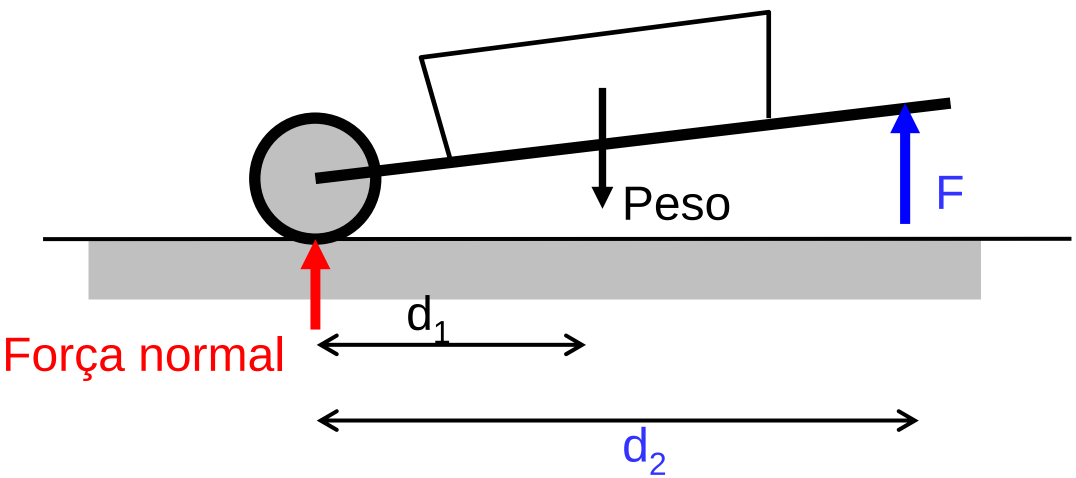
$M = F \,.\, d = 100\ N \,.\, 0{,}15\ m = 15\ N.m$

Momento resultante ($\sum M$)

Para somar os momentos de várias forças atuando num mesmo corpo, adota-se a seguinte convenção de sinais:

- (+) giro no sentido anti-horário
- (-) giro no sentido horário

Exemplo: Qual o momento resultante das forças com relação ao eixo da roda do carrinho de mão esquematizado abaixo?



$$\sum M = F.d_2 - Peso.d_1$$

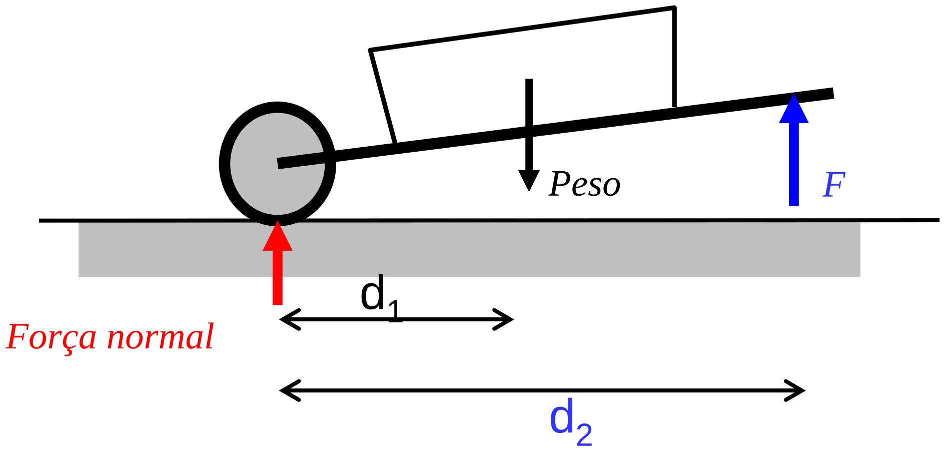
Equilíbrio estático

Conforme mencionado anteriormente, um corpo está em equilíbrio estático quando DUAS condições acontecerem:

- Força resultante é zero: $\sum F = 0$

- Momento resultante é zero: $\sum M = 0$

Equilíbrio estático (exemplo)



Peso = 100 N,

d_1 = 50 cm,

d_2 = 1m

$$\sum M = F.d_2 - Peso.d_1 = 0$$

$$\boxed{F.d_2 = Peso.d_1}$$

$$F = Peso.\frac{d_1}{d_2} = 100.\frac{0,5}{1} = 50N$$

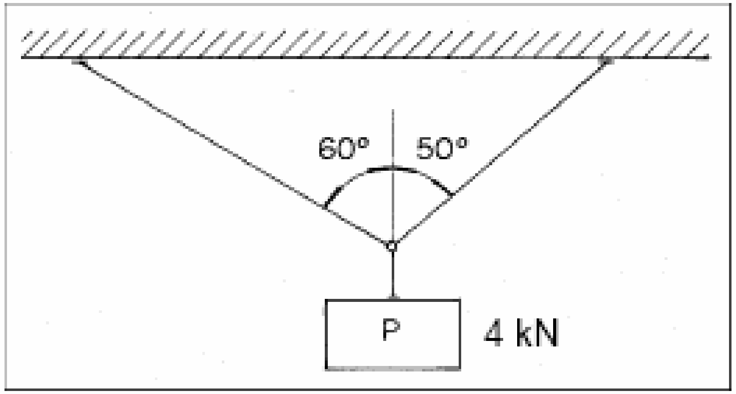
$$\sum F_y = \textit{Força normal} - Peso + F = 0$$

$$\boxed{\textit{Força normal} + F = Peso}$$

$$\textit{Força normal} = Peso - F = 100 - 50 = 50\ N$$

Exercício de fixação

Calcular a carga nos cabos que sustentam o peso de 4 kN, como indicado nas figuras:



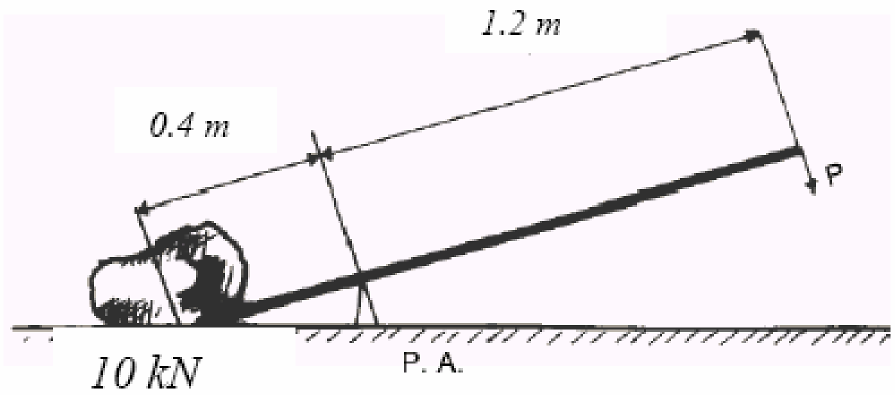
$$\sum F_x = 0(\rightarrow +)$$
$$-F_1x + F_2x = 0$$
$$-F_1sen60^o + F_2sen50^o = 0$$
$$F_2 = F_1\frac{sen60^o}{sen50^o}$$
$$F_2 = F_1.1,13$$

$$\sum F_y = 0(\uparrow +)$$
$$F_1y + F_2y - P = 0$$
$$F_1\cos 60^o + F_2\cos 50^o - 4 = 0$$
$$F_1.0,50 + F_2.0,64 = 4$$
$$F_1.0,50 + (F_1.1,13).0,64 = 4$$
$$F_1.0,50 + F_1.0,72 = 4$$
$$F_1 = \frac{4}{0,50+0,72}$$
$$F_1 = 3,27kN$$

$$F_2 = F_1.1,13$$
$$F_2 = 3,27.1,13$$
$$F_2 = 3,70kN$$

Exercício de fixação

Calcular a força P necessária para levantar a pedra sobre a alavanca abaixo e a força feita pelo ponto de apoio (P.A.).



$$\sum M = 0$$

$$P_{pedra}.0,4 - P.1,2 = 0$$

$$P_{pedra}.\frac{0,4}{1,2} = P$$

$$P = P_{pedra}.\frac{0,4}{1,2} = 10\,kN.0,33 = 3,3\,kN$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{P.A.} - P_{pedra} - P = 0$$

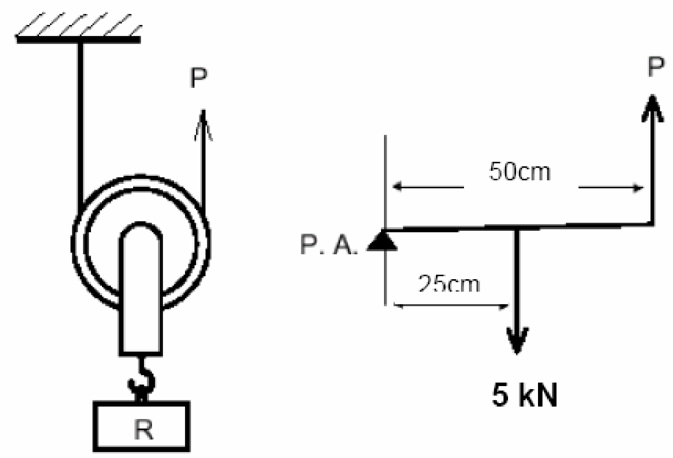
$$F_{P.A.} = P_{pedra} + P$$

$$F_{P.A.} = 10\,kN + 3,3\,kN$$

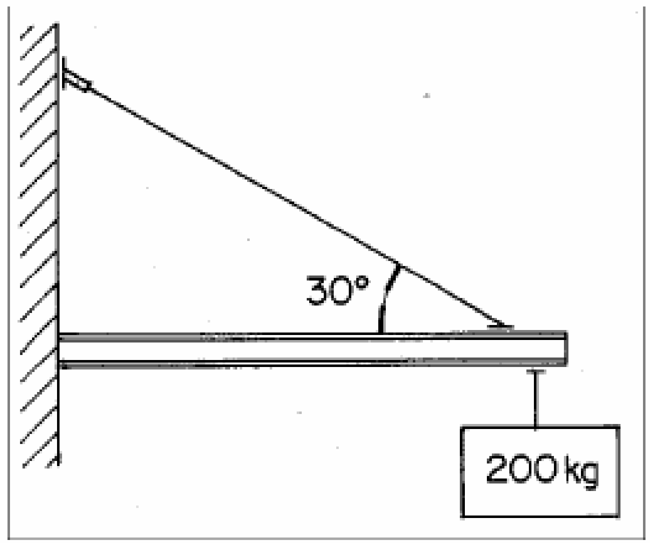
$$F_{P.A.} = 13,3\,kN$$

Exercícios de aplicação

a) Calcule P



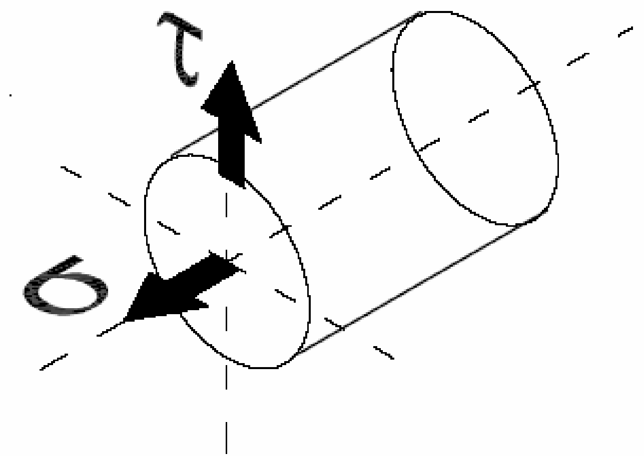
b) Calcule a força de compressão da barra horizontal



Tensão

É o resultado das forças externas atuando sobre um corpo. As tensões podem ser dois tipos:

- Tensão normal (σ, sigma). É o tipo de tensão que aparece na tração, compressão e flexão.
- Tensão tangencial ou cisalhante (τ, tau). É o tipo de tensão que aparece no cisalhamento e na torção.



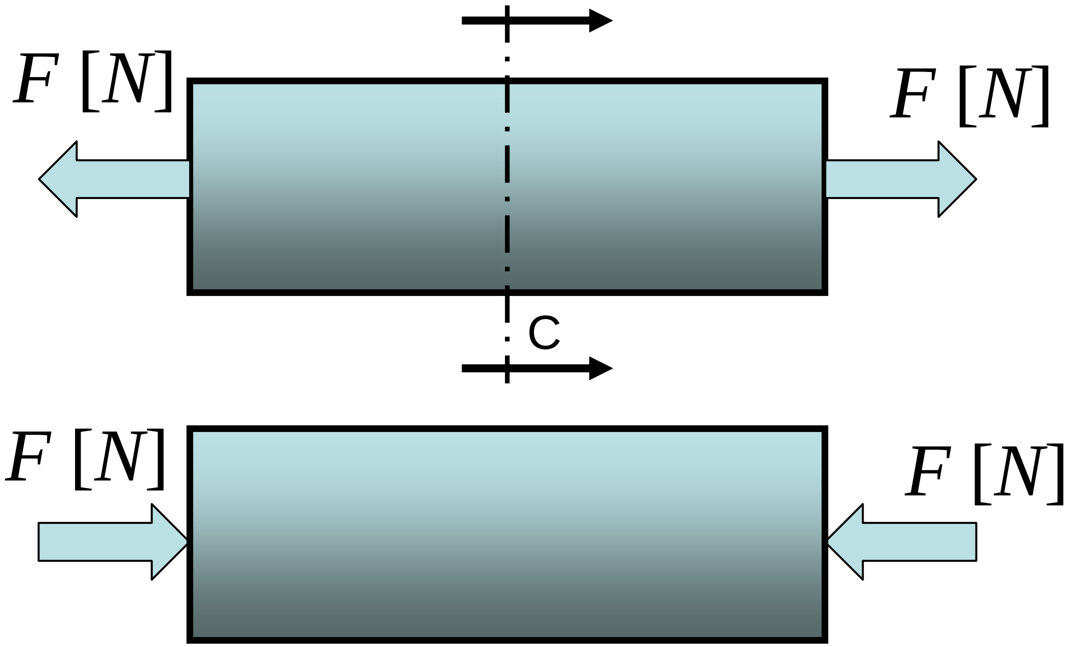
Em ambos os casos, a tensão é a força externa dividida pela área da seção transversal. Estudaremos primeiramente a tensão normal e depois a cisalhante.

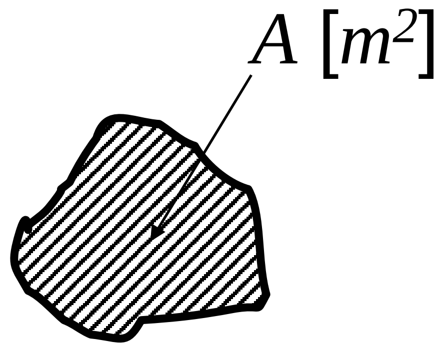
Tensão normal

Considere um elemento mecânico de área de seção transversal A [m²] submetido a uma força de tração ou compressão F [N]. A tensão interna a que este elemento está submetido é dada por:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Unidade (SI): $\dfrac{[N]}{[m^2]} = \left[\dfrac{N}{m^2}\right] = [Pa]\,(pascal)$





Corte C

Tensão

Outras unidades

Como o pascal (Pa) é uma unidade muito pequena, é comum utilizar-se os múltiplos do sistema Internacional:

- 1 kPa = 1.000 Pa = 10^3 Pa (quilo pascal)
- 1 MPa = 1.000.000 Pa = 10^6 Pa (mega pascal)
- 1 GPa = 1.000.000.000 Pa = 10^9 Pa (giga pascal)

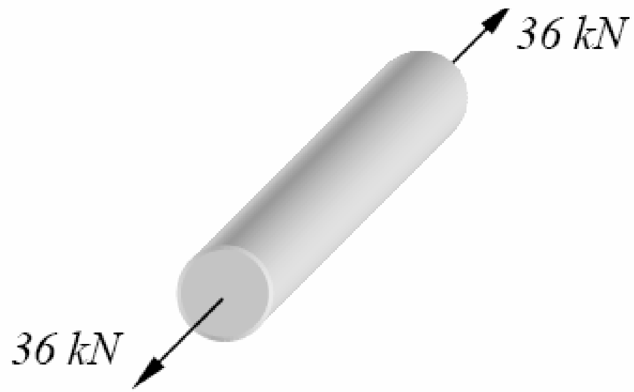
Se a unidade de área utilizada for [mm^2], a tensão calculada terá unidade de MPa.

1 Pa	1 N/m^2
1 MPa	1 N/mm^2
1 GPa	1 KN/mm^2
1 GPa	10^3 MPa

Tensão normal

Exemplo:

Uma barra de seção circular com 50 mm de diâmetro, é tracionada por uma carga normal de 36 kN. Determine a tensão normal atuante na barra.



a) Força normal:

$$F = 36kN = 36000N$$

b) Área de secção circular:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad onde\ \pi = 3{,}14159... \cong 3{,}1416$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}1416.(50)^2}{4} = 1963{,}5\ mm^2$$

ou

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}1416.(0{,}05)^2}{4} = 0{,}0019635 m^2$$

c) Tensão normal:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{36000}{1963{,}5} = 18{,}33MPa$$

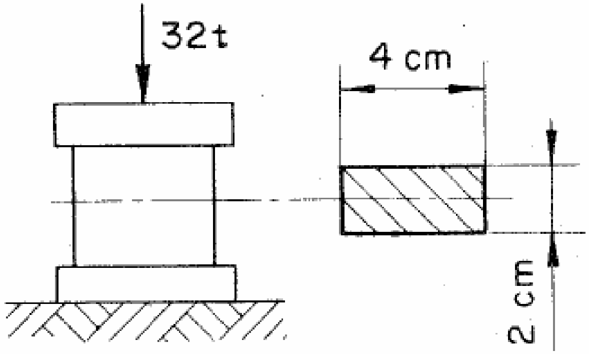
ou

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{36000}{0{,}0019635} = 18.334.606\,Pa \cong 18{,}33\,MPa$$

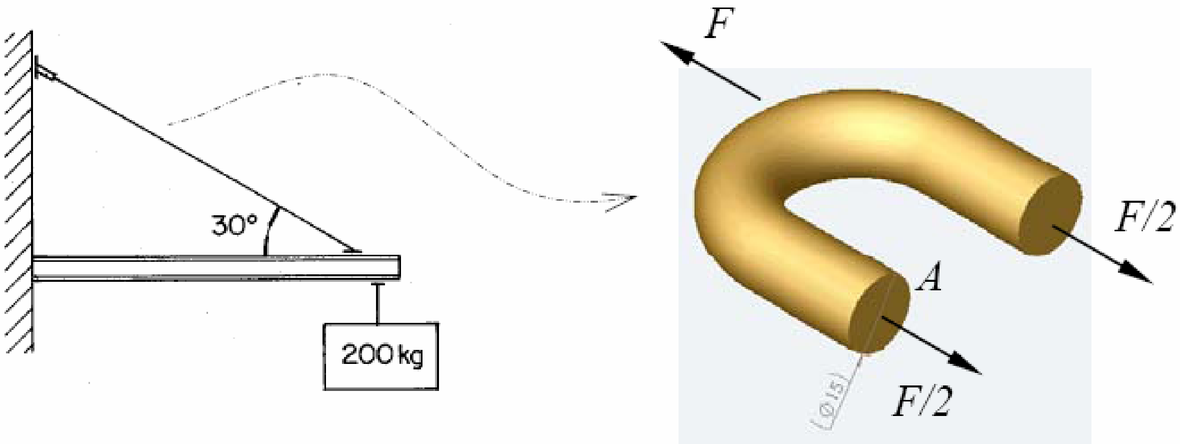
Exercícios

Calcular a tensão em cada exemplo abaixo:

a)



b)



Tração

- Ensaio de Tração

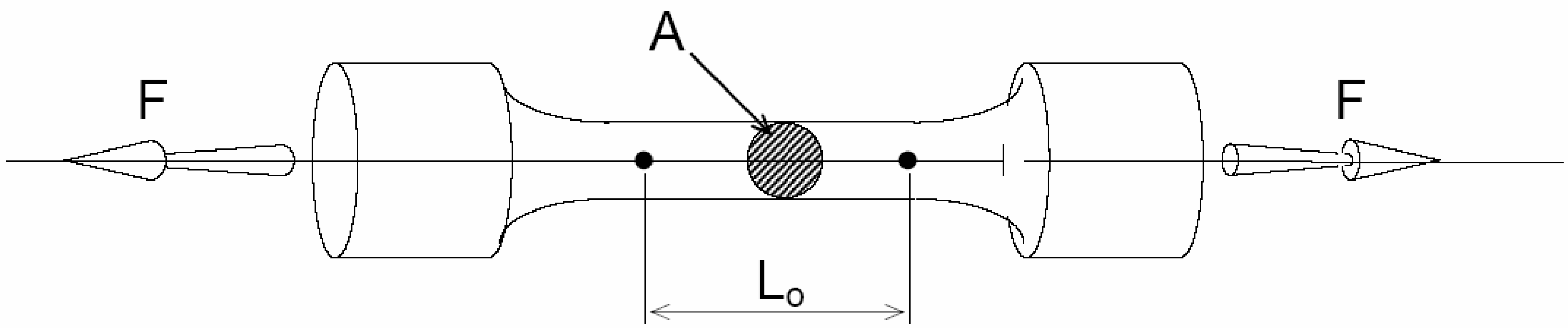
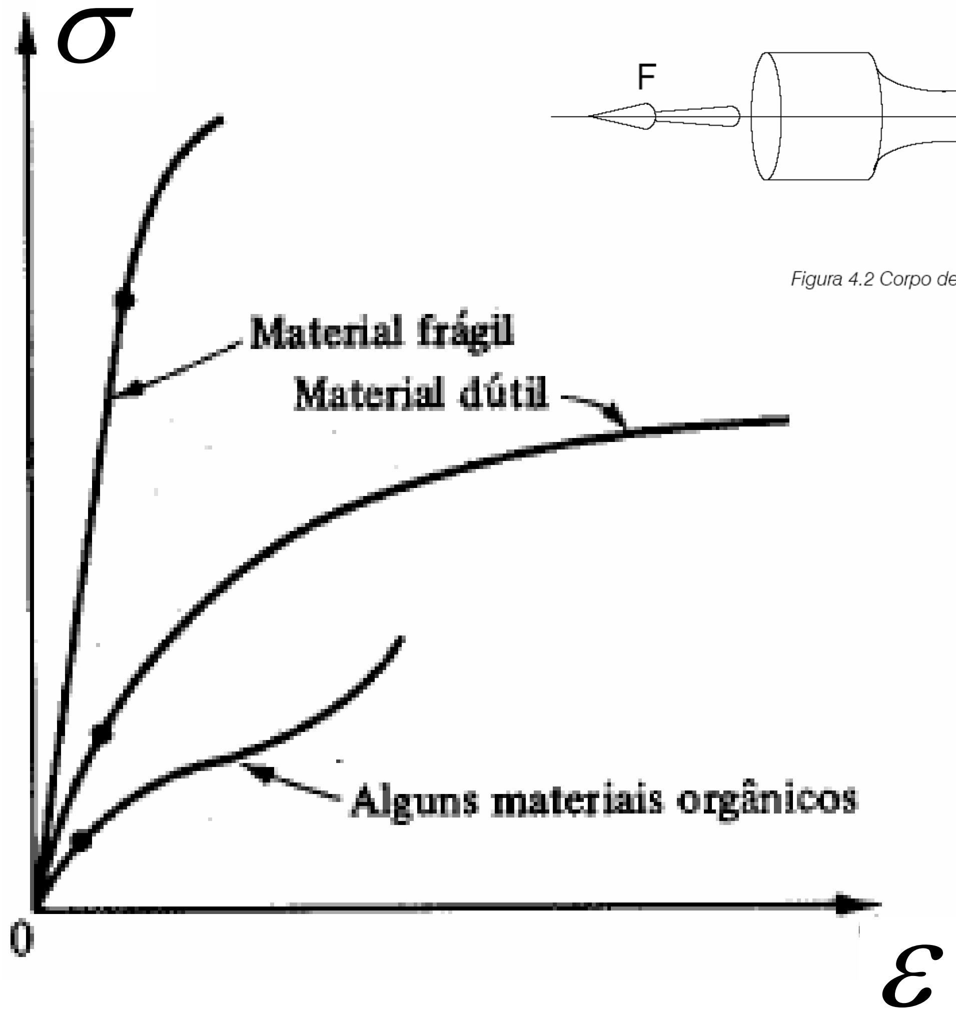


Figura 4.2 Corpo de prova para ensaio mecânico de tração.

Tração

- Diagrama Tensão x Deformação



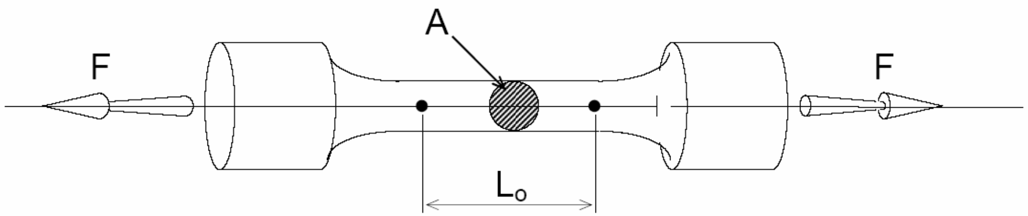


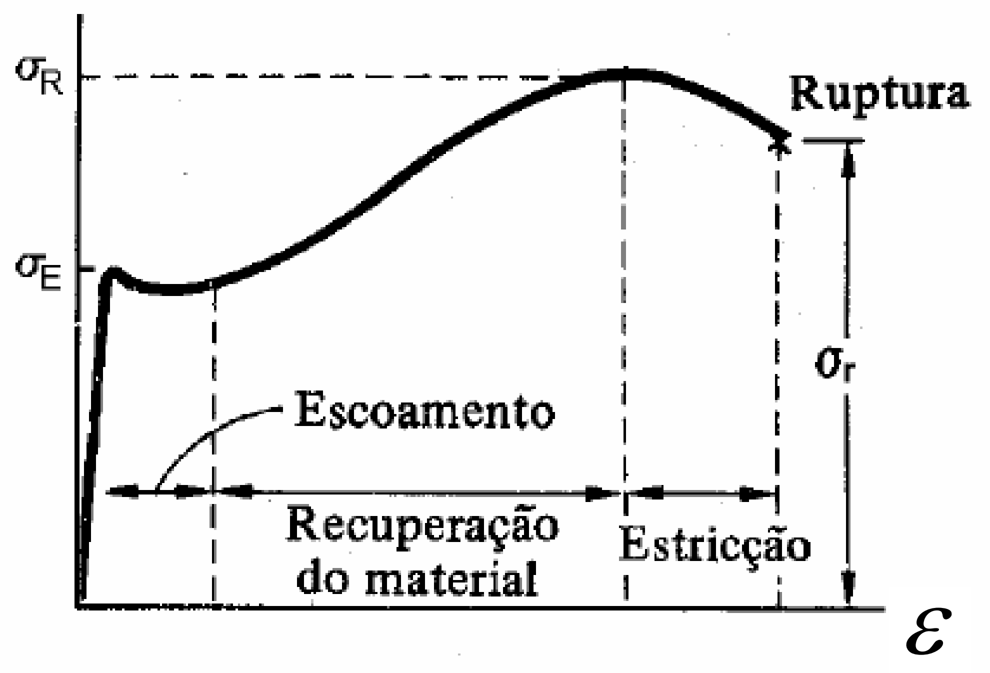
Figura 4.2 Corpo de prova para ensaio mecânico de tração.

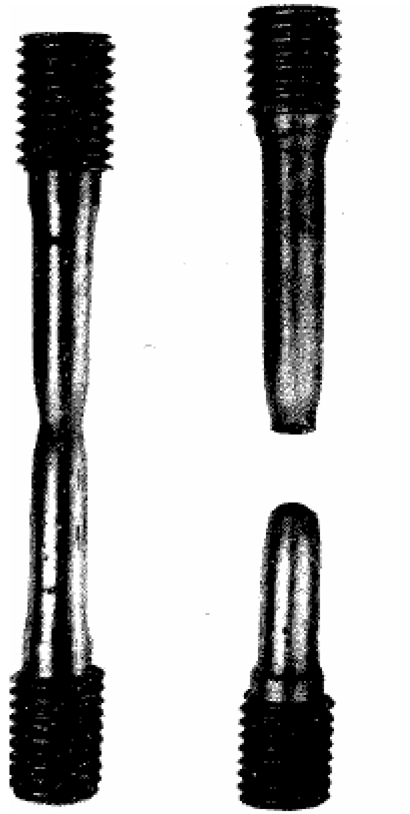
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_o} = \frac{L - L_o}{L_o}$$

Tração

- Material **Dúctil**





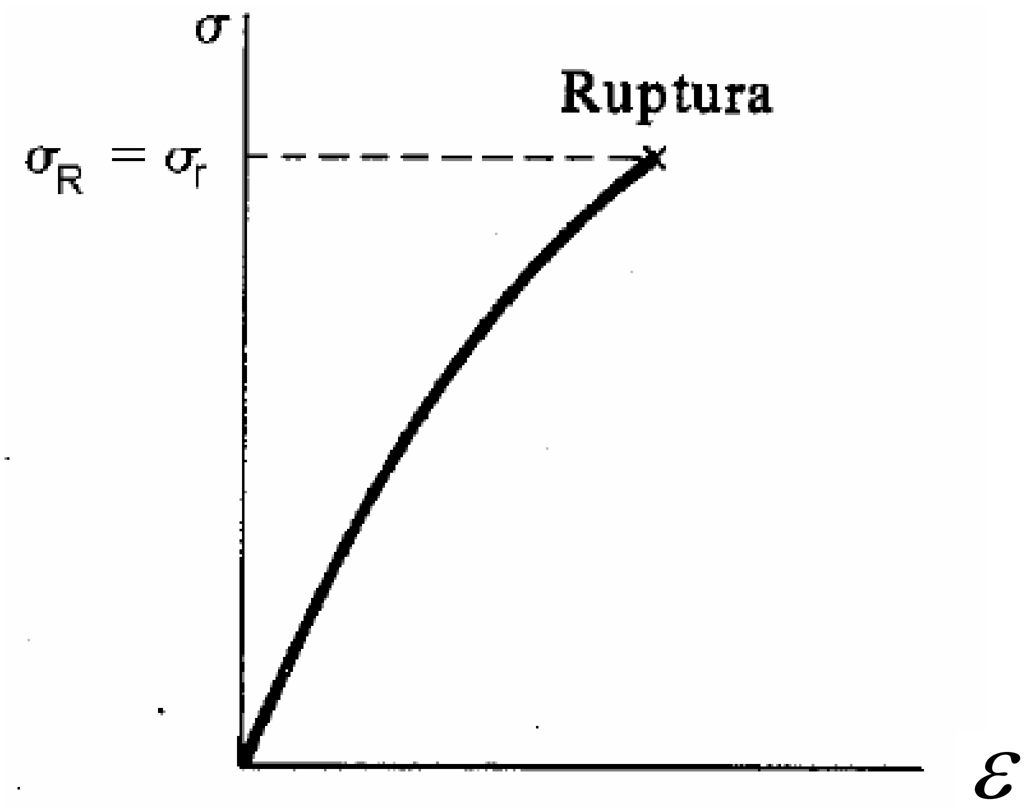
σ_E = Tensão de escoamento

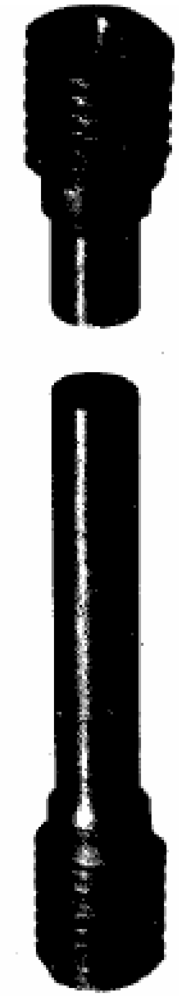
σ_R = Tensão limite de resistência

σ_r = Tensão de ruptura

Tração

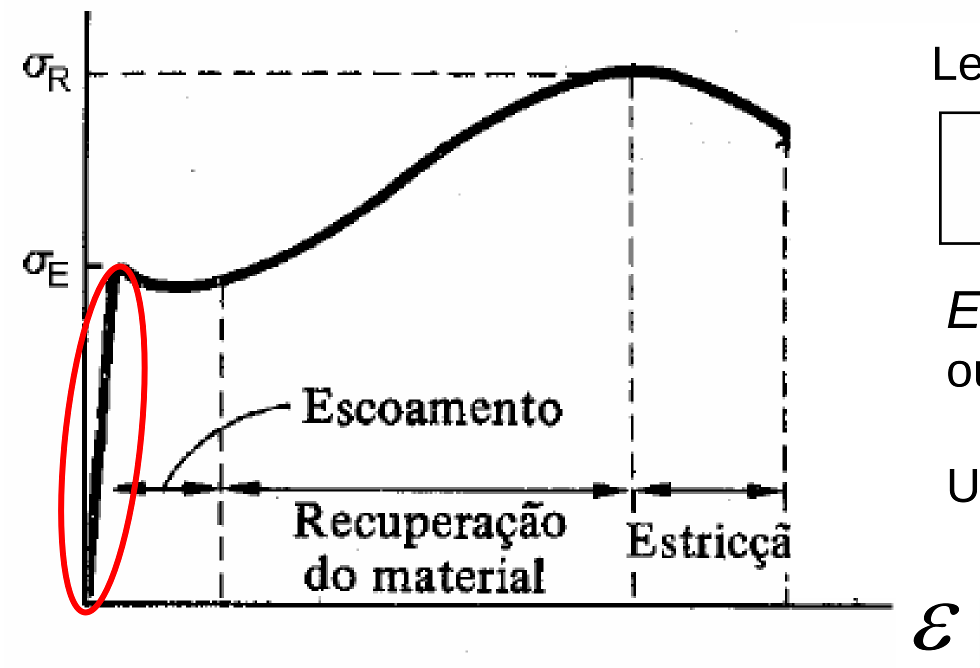
- Material **Frágil**





Tração

Região elástica



Lei de Hooke:

$$\boxed{\sigma = E\varepsilon}$$

E = **módulo de elasticidade** ou *módulo de Young*

Unidade: [Pa]

Exemplos: $E_{aço}$ = 210 GPa, $E_{alumínio}$ = 70 GPa

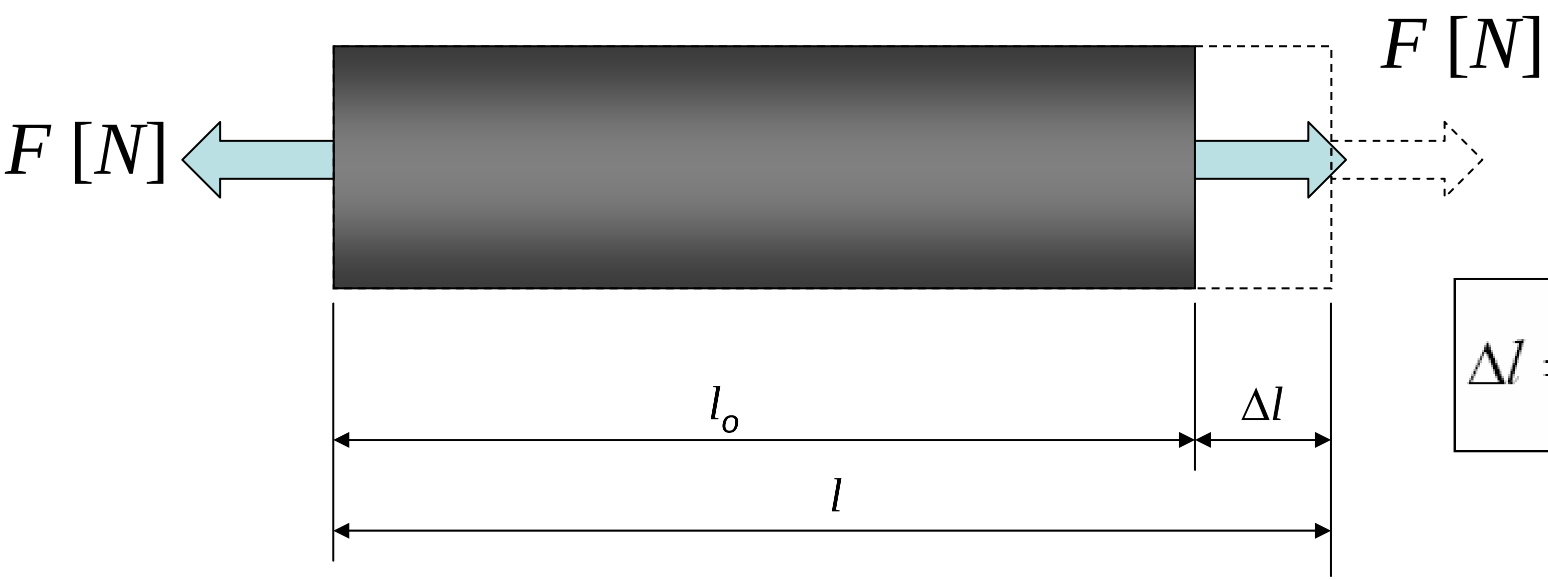
Região elástica

- Equações:

$$\boxed{\sigma = E\varepsilon}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_o} = \frac{l - l_o}{l_o}$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$



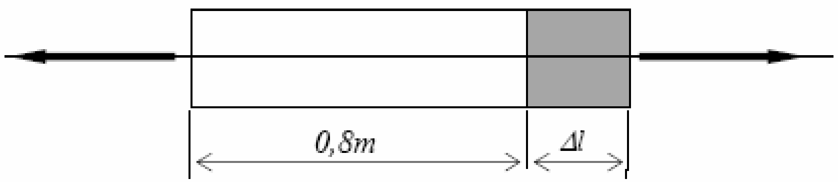
$$\boxed{\Delta l = \frac{F.l_o}{A.E}}$$

Exemplos

Uma barra de alumínio de possui uma secção transversal quadrada com 60 mm de lado, o seu comprimento é de 0,8m. A carga axial aplicada na barra é de 30 kN. Determine o seu alongamento. E_{al} = 70 GPa

a) Força normal:

F = 30kN = 30000 N



b) Comprimento inicial da barra:

l = 0,8m = 800mm

☞ *Como neste exemplo o módulo de elasticidade foi dado em* ***MPa*** *(1MPa=1N/mm²), as unidades de comprimento foram convertidas para milímetros.*

c) Área de secção quadrada:

$A = a^2 = 60^2 = 3600mm^2$

d) Alongamento:

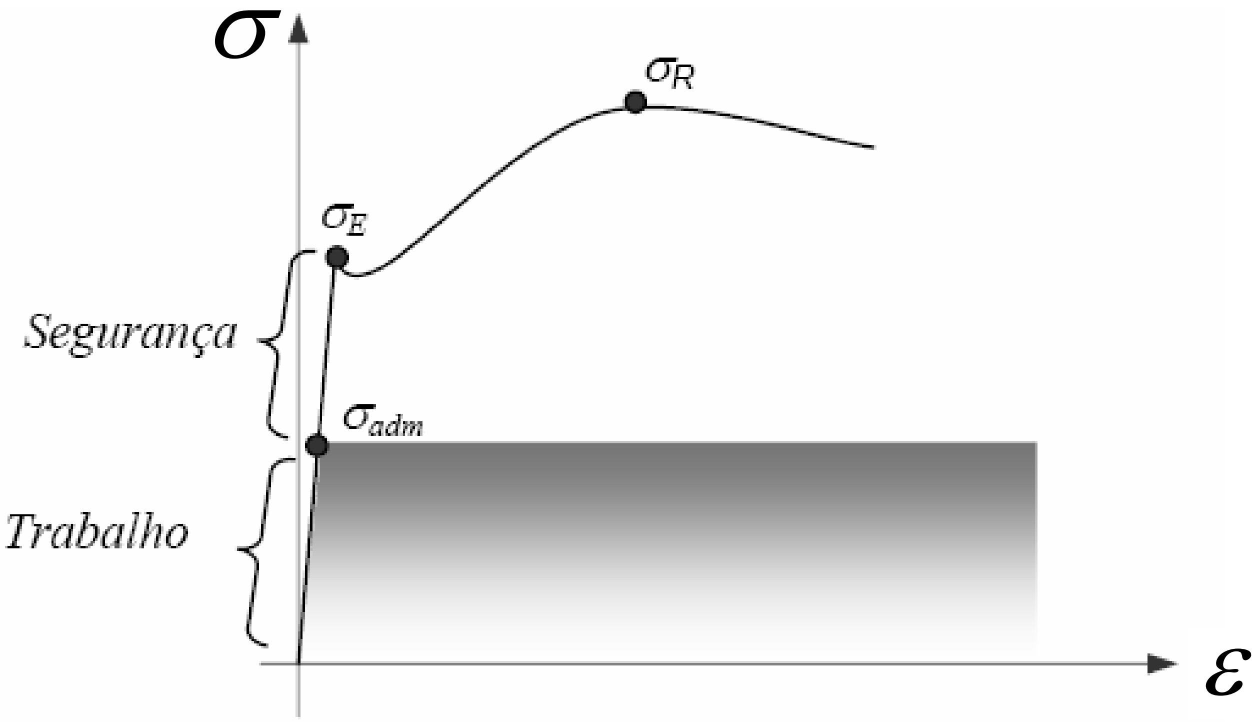
$$\Delta l = \frac{30000.800}{3600.70\times10^3}$$

$$\Delta l = 0,0952mm$$

$$\Delta l = 9,52\times10^{-2}\,mm$$

Dimensionamento

- Estruturas devem ser projetadas para trabalhar na região elástica.
- Tensão admissível (σ_{adm}): é a máxima tensão para a qual a peça é projetada.
- Observe que $\sigma_{adm} < \sigma_E$



Dimensionamento

- Cálculo da tensão admissível:

Materiais Frágeis	$\rightarrow$	$\sigma_{adm}=\sigma_R/Sg$
Materiais Dúteis	$\rightarrow$	$\sigma_{adm}=\sigma_E/Sg$

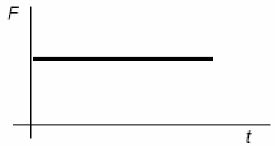
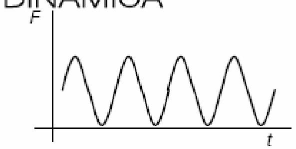
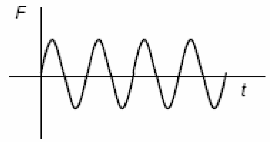
- ***Sg* = coeficiente de segurança**
- Depende de:

1. Material a ser aplicado;
2. Tipo de carregamento;
3. Freqüência de carregamento;
4. Ambiente de atuação;
5. Grau de importância do membro projetado.

Coeficiente de Segurança (Sg)

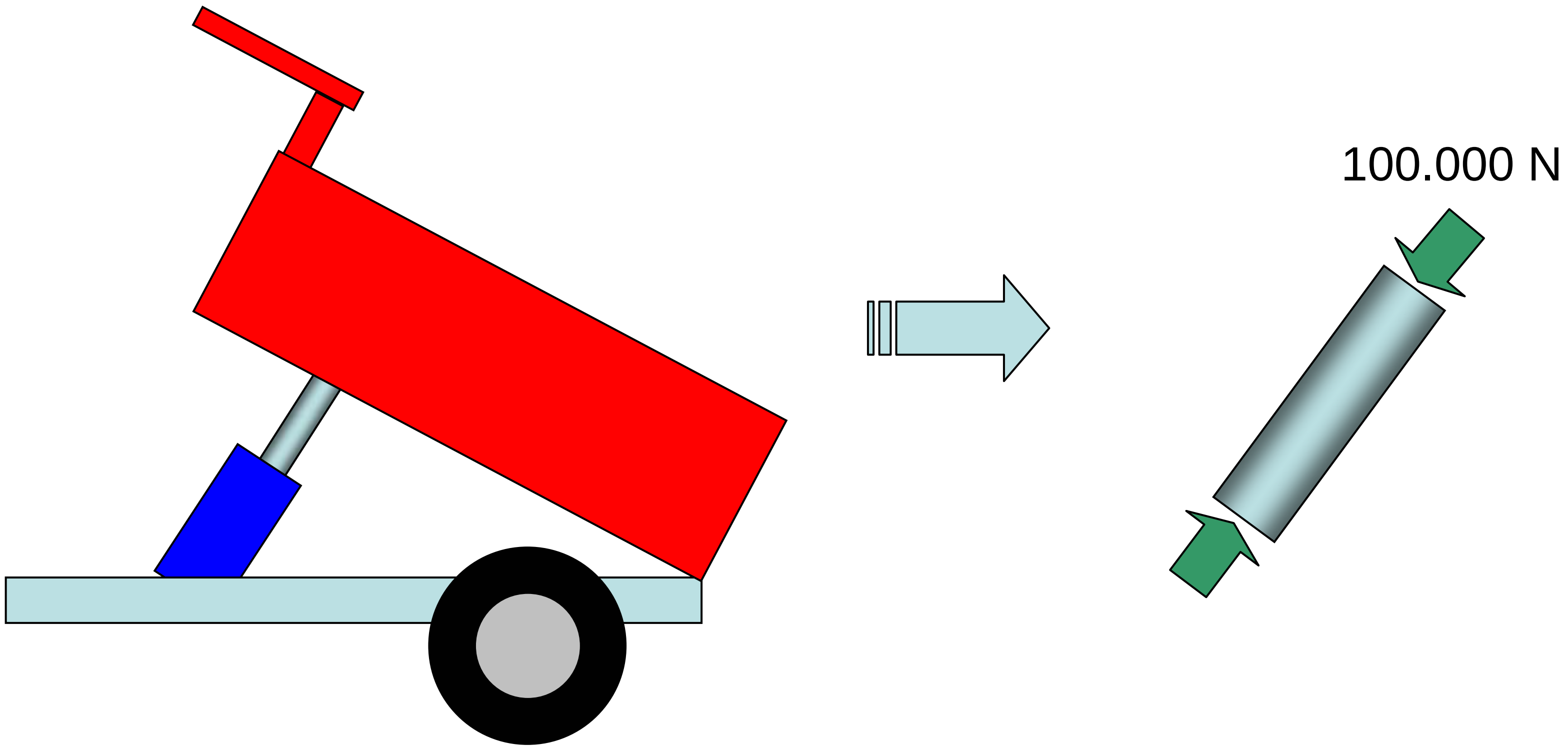
Sg = A . B . C . D

Tabela 9.1 Fatores para a determinação do coeficiente de segurança

FATOR	CASO	VALOR
A	PEÇAS FORJADA; TEMPERADA A ÓLEO; AÇO NÍQUEL	1,2
	PEÇA FERRO FUNDIDO; AÇO CARBONO	2
B	CARGA ESTÁTICA 	1
	CARGA DINÂMICA 	2
	CARGA ALTERNADA 	3
C	CARGA CONSTANTE	1
	CARGA GRADUAL	2
	POUCO IMPACTO	3
	ALTO IMPACTO	4 - 5
D	MATERIAIS DÚCTEIS	1,5
	MATERIAIS FRÁGEIS	2

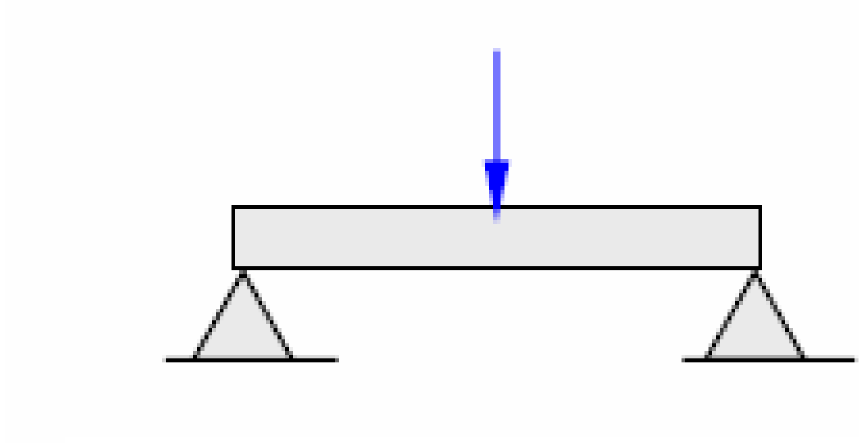
Exemplo

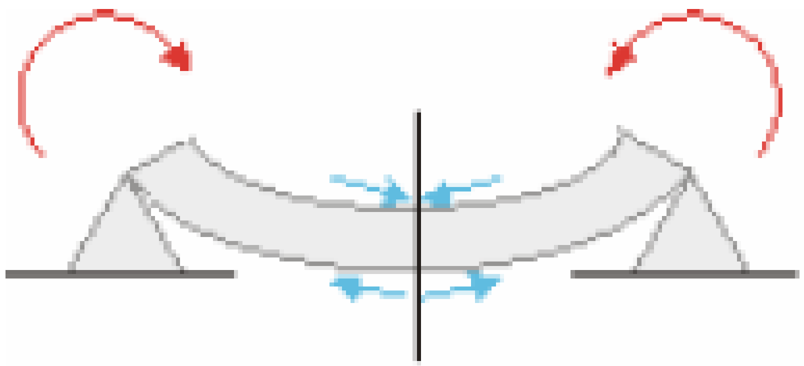
- Calcule o diâmetro da haste do pistão hidráulico da figura abaixo. Material: aço ABNT 1040

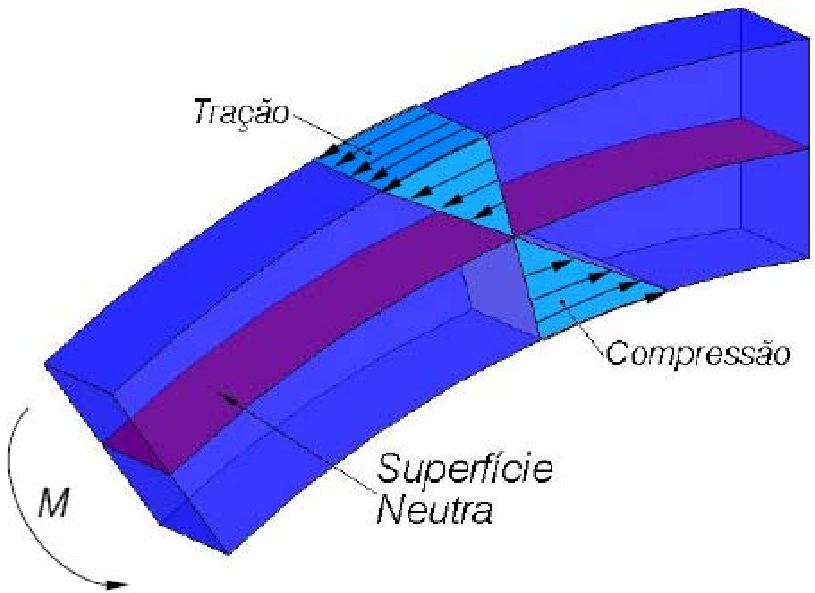


Flexão

- Esforço que provoca curvatura na viga







Flexão

- Formato das vigas

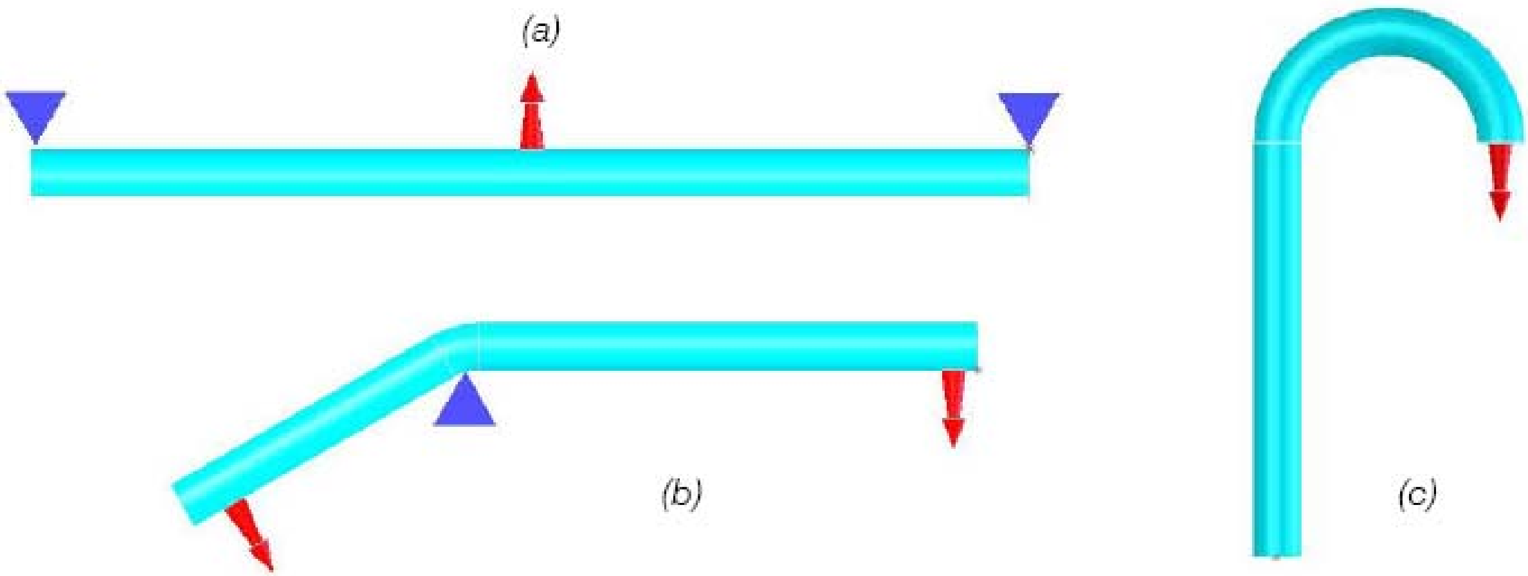
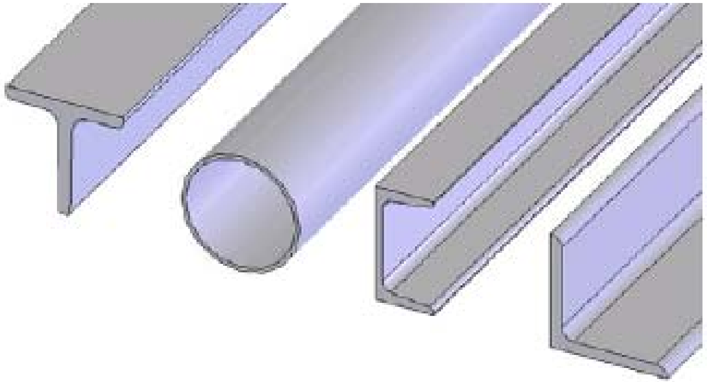


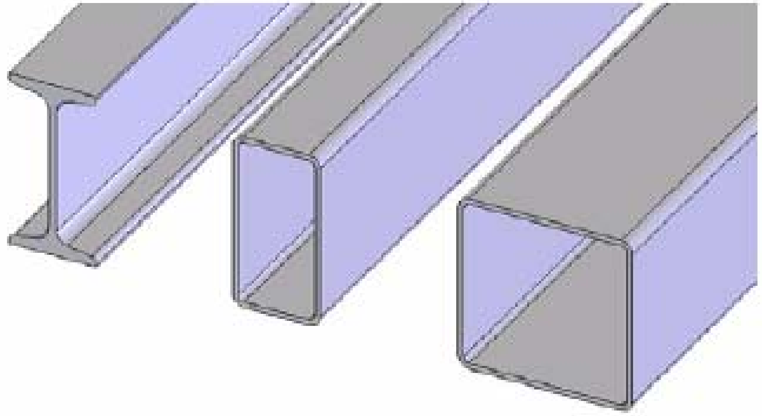
Figura 6.4 vigas (a) reta, (b) angular e (c) curva.

Flexão

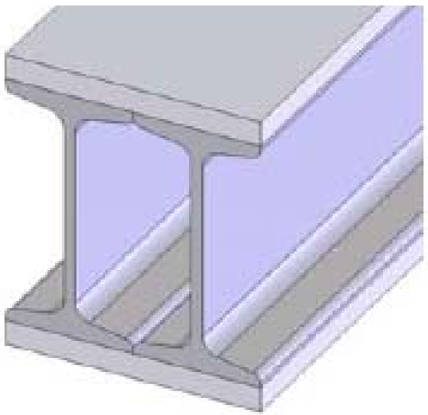
- Seção transversal

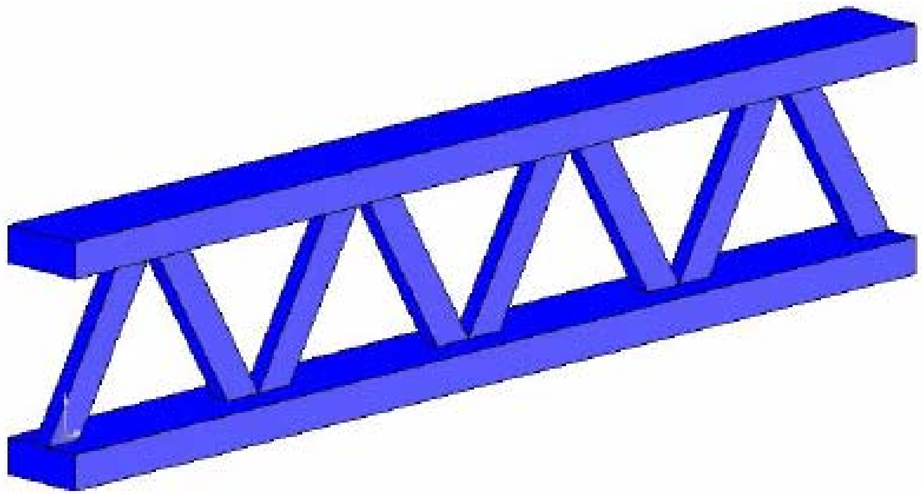


(a)



(b)



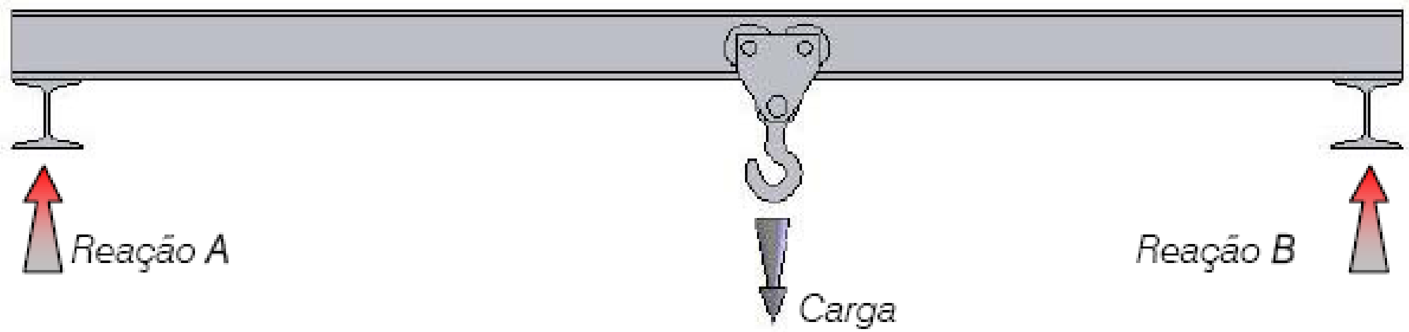


Flexão

APOIOS

Apoios ou vínculos, são componentes ou partes de uma mesma peça que impedem o movimento em uma ou mais direções. Considerando o movimento no plano, podemos estabelecer três possibilidades de movimento:

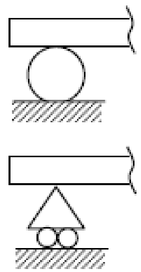
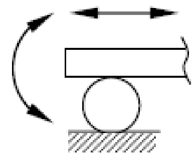
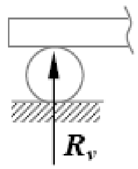
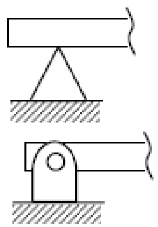
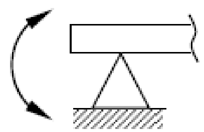
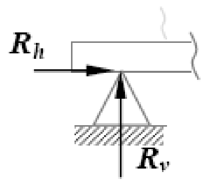
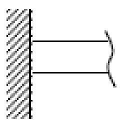
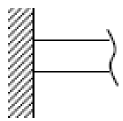
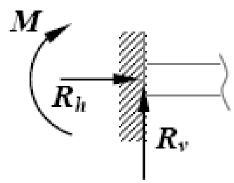
- Translação horizontal (←→);
- Translação vertical (↑↓);
- Rotação (·↺)



Flexão- Apoios

Classificação

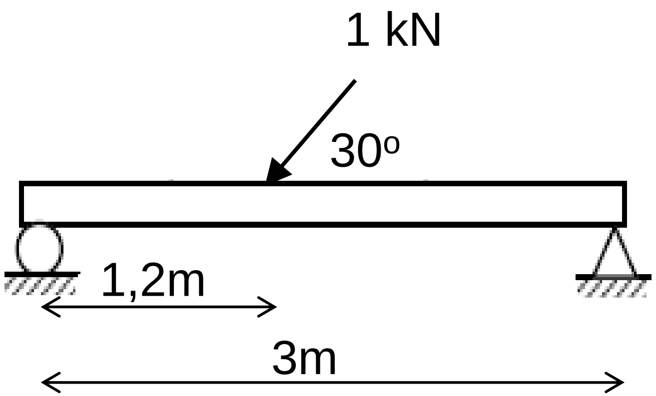
Os apoios são classificados de acordo com o grau de liberdade, ou seja, os movimentos que permitem. Desta forma temos:

Apoio	Simbologia	Graus de liberdade	REAÇÕES
MÓVEL			
FIXO			
ENGASTE			

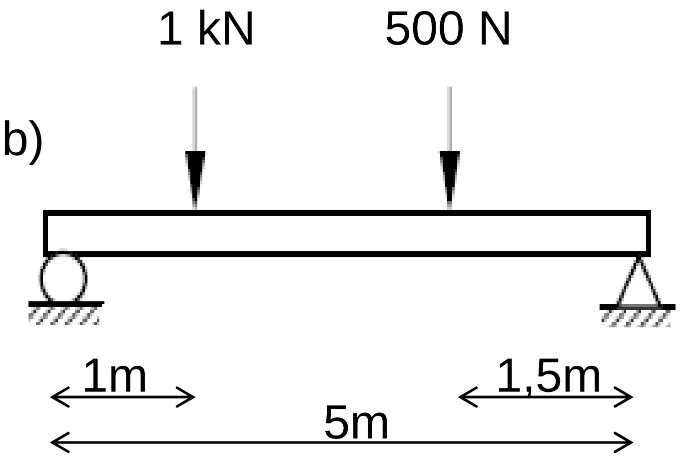
Exemplos - Apoios

Calcule as reações nos apoios abaixo

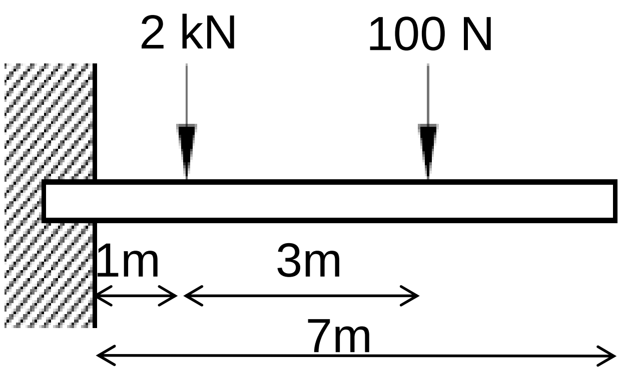
a)



b)



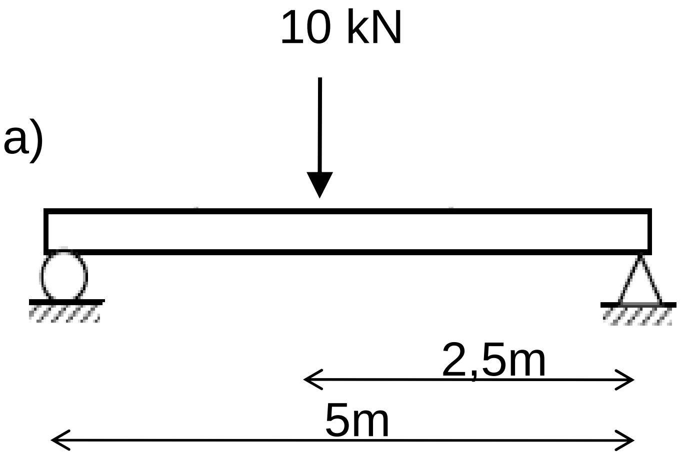
c)



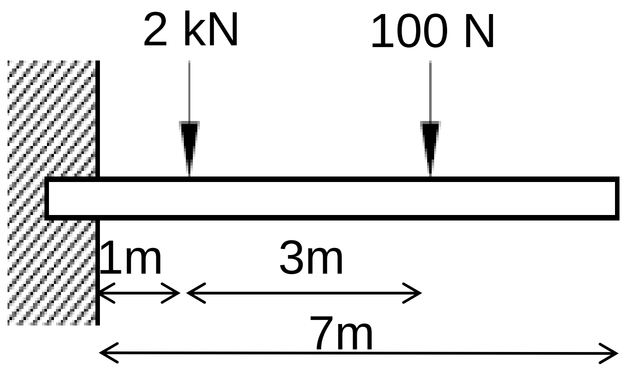
Momento Fletor

- Encontre o momento fletor máximo das vigas abaixo

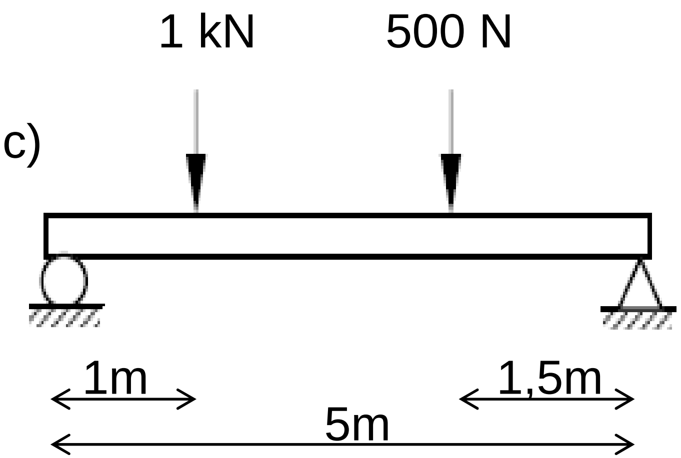
a)



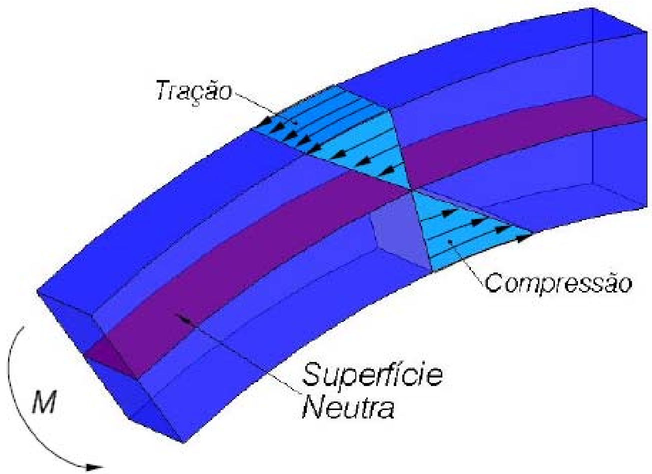
b)

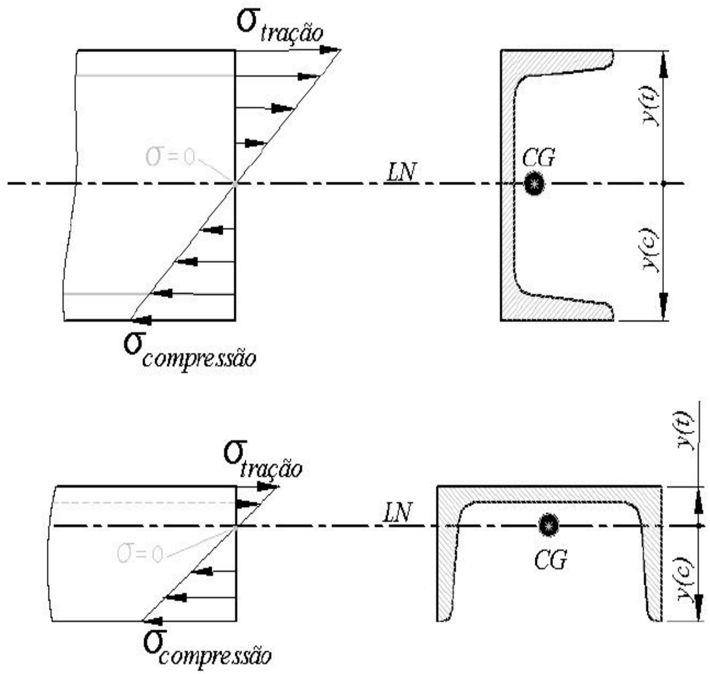


c)



Tensões de Flexão

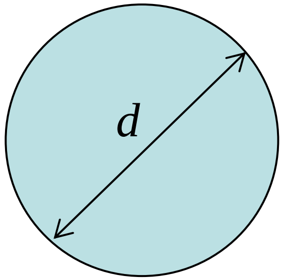




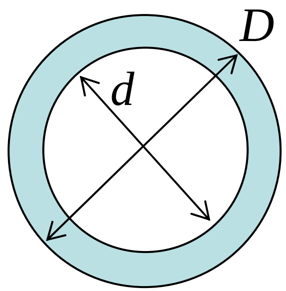
$$\sigma_F = \frac{M_{max}}{W}$$

onde: M_{max} = momento fletor máximo [N.m]
W = módulo de rigidez à flexão (módulo de flexão) [m^3]

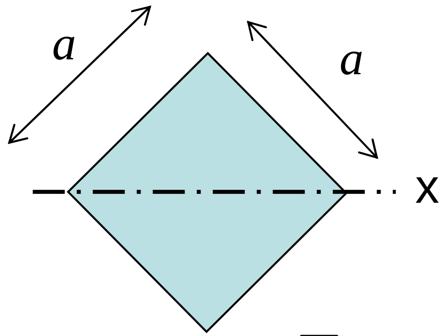
Módulo de Flexão (W)



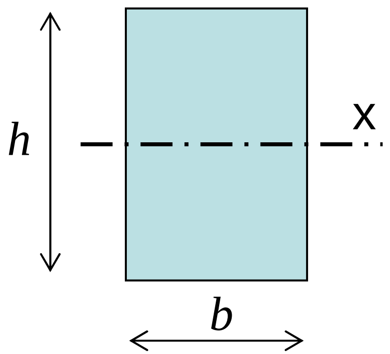
$$W = \frac{\pi d^3}{32}$$



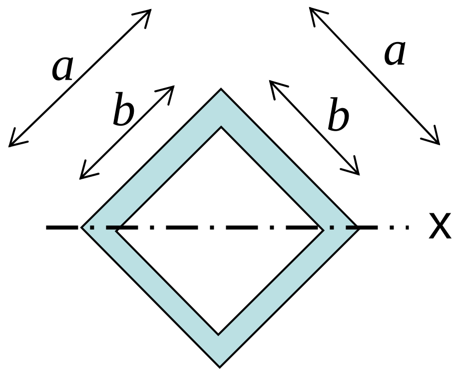
$$W = \frac{\pi\left(D^4 - d^4\right)}{32D}$$



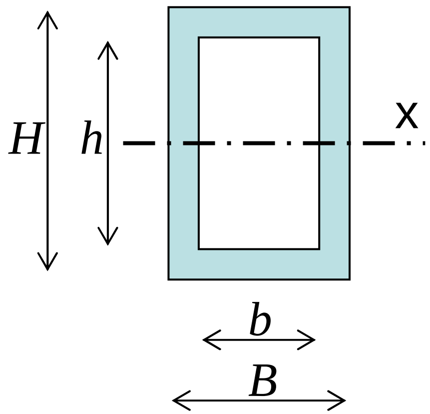
$$W_X = a^3 \frac{\sqrt{2}}{12}$$



$$W_X = \frac{b\,h^2}{6}$$



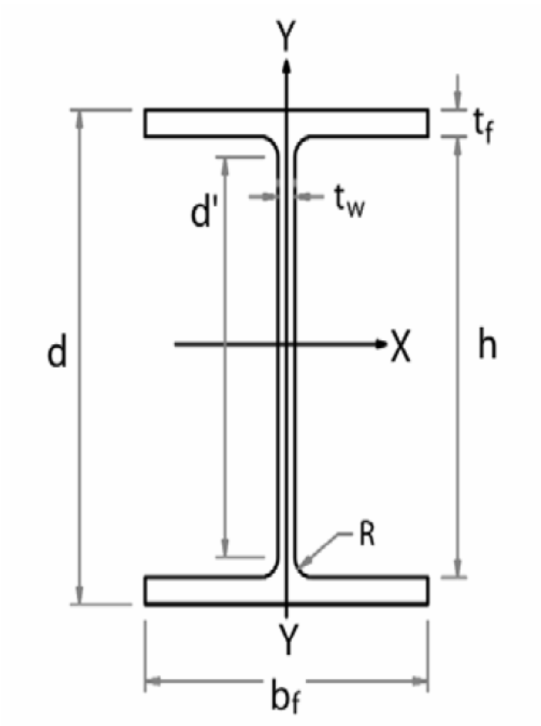
$$W_X = \frac{\left(a^4 - b^4\right)\sqrt{2}}{12a}$$



$$W_X = \frac{BH^3 - b\,h^3}{6H}$$

Módulo de Flexão (W)

- Perfil “I”



BITOLA	Massa linear (kg/m)	d (mm)	b_f (mm)	ESPESSURA t_w (mm)	ESPESSURA t_f (mm)	h (mm)	d' (mm)	Área (cm^2)	Eixo X-X I_x (cm^4)	Eixo X-X W_x (cm^3)	Eixo X-X r_x (cm)	Eixo X-X Z_x (cm^3)	Eixo Y-Y I_y (cm^4)	Eixo Y-Y W_y (cm^3)	Eixo Y-Y r_y (cm)	Eixo Y-Y Z_y (cm^3)
W 150 x 13,0	13,0	148	100	4,3	4,9	138	118	16,6	635	85,8	6,18	96,4	82	16,4	2,22	25,5
W 150 x 18,0	18,0	153	102	5,8	7,1	139	119	23,4	939	122,8	6,34	139,4	126	24,7	2,32	38,5
W 200 x 15,0	15,0	200	100	4,3	5,2	190	170	19,4	1.305	130,5	8,20	147,9	87	17,4	2,12	27,3
W 200 x 19,3	19,3	203	102	5,8	6,5	190	170	25,1	1.686	166,1	8,19	190,6	116	22,7	2,14	35,9
W 200 x 22,5	22,5	206	102	6,2	8,0	190	170	29,0	2.029	197,0	8,37	225,5	142	27,9	2,22	43,9
W 200 x 26,6	26,6	207	133	5,8	8,4	190	170	34,2	2.611	252,3	8,73	282,3	330	49,6	3,10	76,3
W 200 x 31,3	31,3	210	134	6,4	10,2	190	170	40,3	3.168	301,7	8,86	338,6	410	61,2	3,19	94,0
W 250 x 17,9	17,9	251	101	4,8	5,3	240	220	23,1	2.291	182,6	9,96	211,0	91	18,1	1,99	28,8
W 250 x 22,3	22,3	254	102	5,8	6,9	240	220	28,9	2.939	231,4	10,09	267,7	123	24,1	2,06	38,4
W 250 x 25,3	25,3	257	102	6,1	8,4	240	220	32,6	3.473	270,2	10,31	311,1	149	29,3	2,14	46,4
W 250 x 28,4	28,4	260	102	6,4	10,0	240	220	36,6	4.046	311,2	10,51	357,3	178	34,8	2,20	54,9
W 250 x 32,7	32,7	258	146	6,1	9,1	240	220	42,1	4.937	382,7	10,83	428,5	473	64,8	3,35	99,7
W 250 x 38,5	38,5	262	147	6,6	11,2	240	220	49,6	6.057	462,4	11,05	517,8	594	80,8	3,46	124,1
W 250 x 44,8	44,8	266	148	7,6	13,0	240	220	57,6	7.158	538,2	11,15	606,3	704	95,1	3,50	146,4
W 310 x 21,0	21,0	303	101	5,1	5,7	292	272	27,2	3.776	249,2	11,77	291,9	98	19,5	1,90	31,4
W 310 x 23,8	23,8	305	101	5,6	6,7	292	272	30,7	4.346	285,0	11,89	333,2	116	22,9	1,94	36,9
W 310 x 28,3	28,3	309	102	6,0	8,9	291	271	36,5	5.500	356,0	12,28	412,0	158	31,0	2,08	49,4
W 310 x 32,7	32,7	313	102	6,6	10,8	291	271	42,1	6.570	419,8	12,49	485,3	192	37,6	2,13	59,8

Exercícios

- Determine a tensão máxima atuante nas vigas do exercício anterior, considerando as seguintes seções transversais:

a) Cilíndrica maciça, com diâmetro de 50 mm e tubular com diâmetro externo de 50 mm e espessura de parede de 3 mm.

b) Quadrada com

Concentração de tensões de tração

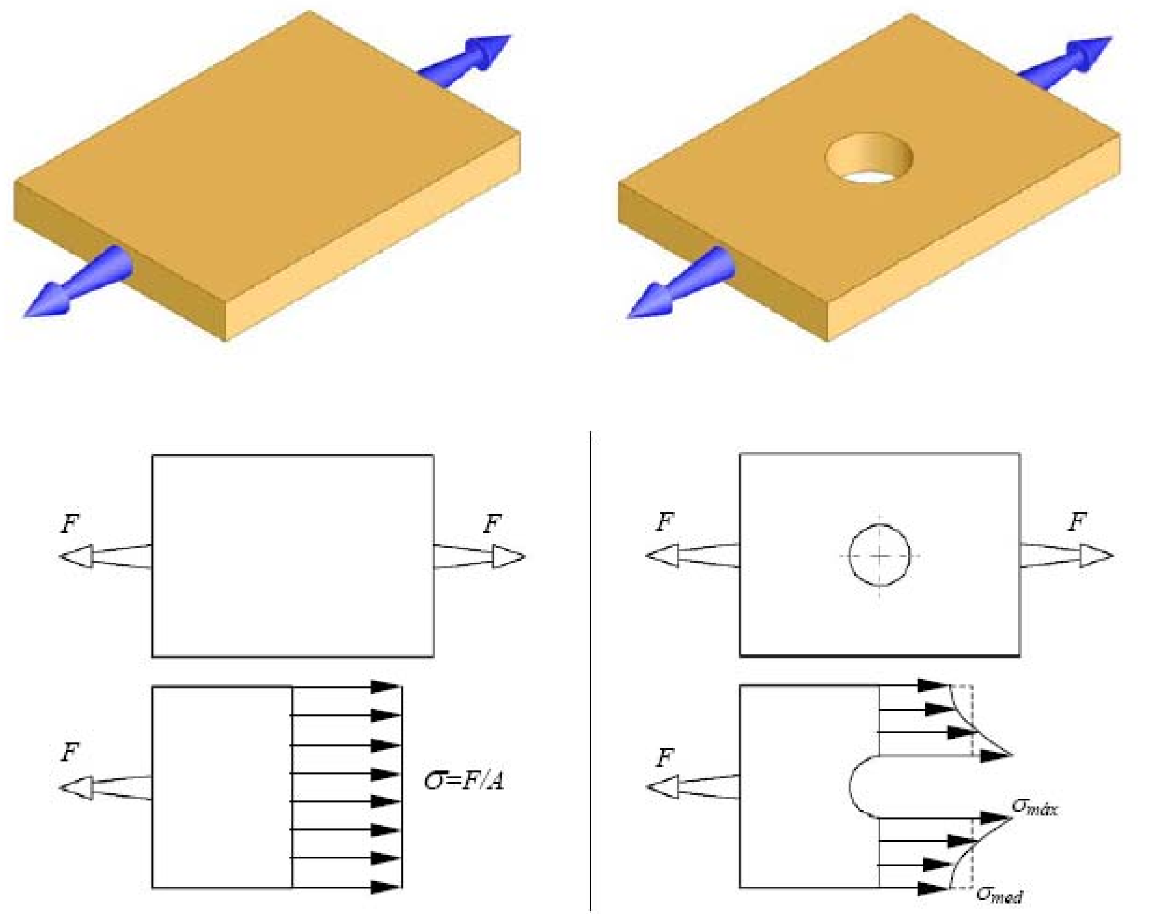


Figura 5.1 a) Distribuição de tensão de tração uniforme numa barra de seção constante; b) Distribuição de tensões de tração próximas a um furo circular.

$$\sigma_{max} = K_t . \sigma_{med}$$

K_t = coeficiente de concentração de tensões