RESISTÊNCIA

DOS

MATERIAIS

Prof.: J. E. Guimarães

Revisão 7
20/01/08

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

Revisão de Matemática

Faremos aqui uma pequena revisão de matemática necessária à nossa matéria, e sem a qual poderemos ter dificuldades em apreender os conceitos básicos e trabalhar com eles.

Operações com Frações Decimais

São chamadas frações decimais aos números onde utilizamos uma vírgula para separar a parte inteira da parte menor que a inteira, tais como nos exemplos: 0,1 - 0,005 - 8,5 - etc.

Quando operamos com números, dividindo ou multiplicando por dez ou seus exponenciais basta deslocar a vírgula do número de casas quantas forem os zeros do número divisor ou multiplicador. Quando dividimos deslocamos a vírgula para a esquerda e quando multiplicamos deslocamos a vírgula para a direita. Exemplo: se quisermos dividir o número 6 por 10 basta verificar onde está a vírgula do número 6 e então deslocamos essa vírgula uma casa para a esquerda.

A vírgula do 6 está assim colocada 6, ou então 6,0

Para dividirmos o 6 por 10 deslocamos esta vírgula de uma casa para a esquerda, temos então:

$$6 \div 10 = 0{,}6$$

ou $6 \div 100 = 0{,}06$

ou ainda $6{,}5 \div 100 = 0{,}065$

Para multiplicarmos o número 8 por 10 temos:

$$8 \times 10 = 80$$

ou $8 \times 100 = 800$

ou ainda $8{,}75 \times 1000 = 8750$

Os números decimais são muito utilizados em nosso dia a dia em nossas contas e especialmente nas nossas medidas.

Unidades de medidas.

A unidade de medida de extensão é o metro e seus múltiplos e submúltiplos.

mm	- 0,001 m	- milímetro
cm	- 0,01 m	- centímetro
dm	- 0,1 m	- decímetro
m	- 1 m	- metro
dam	- 10 m	- decâmetro
hm	- 100 m	- hectômetro
km	- 1000 m	- quilômetro

A unidade de medida de área é o metro quadrado e seus múltiplos e submúltiplos

m^2 - metro quadrado

A unidade de medida de volume é o metro cúbico e seus múltiplos e submúltiplos

m^3 - metro cúbico

A unidade de massa é o quilograma e seus múltiplos e submúltiplos

mg	- 0,001 g	- miligrama	- 0,000001 kg
cg	- 0,01 g	- centigrama	- 0,00001 kg
dg	- 0,1 g	- decigrama	- 0,0001 kg
g	- 1 g	- grama	- 0,001 kg
kg	- 1kg	- quilograma	- 1 kg
t	- 1000 kg	- tonelada	- 1000kg

A unidade de força do Sistema Internacional de Medidas (ISO) é o Newton ainda pouco utilizada mas, que prevalecerá cada vez mais.

N - Newton

Porém ainda encontramos muito utilizada ainda hoje a unidade de força.

kgf - quilograma-força

1 kgf = 9,81 N

No passado foi muito utilizada, e ainda podemos encontrar em livros um pouco antigos, a unidade de força libra-força devido à grande influência do sistema inglês no mundo
.

A unidade de pressão (ou de tensão) da norma ISO é o Pascal ainda pouco utilizada

$Pa = N / m^2$ - Newton por metro quadrado

Ainda é muito utilizada a unidade de pressão (e de tensão)

kgf / mm^2 - quilograma-força por milímetro quadrado

Operações com Frações Ordinárias

Multiplicação

- Para multiplicarmos duas frações ordinárias multiplicamos os numeradores resultando um número que será o numerador da fração resultado e então multiplicamos os dois denominadores que gerará um outro número que será o denominador da fração resultado. Exemplo:

$a / b . c / d = a . c / b . d$ ou

$1 / 2 . 3 / 4 = 1 . 3 / 2 . 4 = 3 / 8$

Divisão

Para efetuarmos uma divisão de frações, mantemos a primeira fração sem modificações e multiplicamos pela segunda fração invertida. Exemplo:

$a / b \div c/d$

$a/b \times d/c = a.d/b.c$ ou

$1/2 \div 3/4 = 1/2 \times 4/3 = 1.4/2.3 = 4/6 = 2/3$

Regra de Três Simples

Chamamos regra de três a uma operação matemática onde temos três dados que estão relacionados entre si e um deles é desconhecido. Exemplo:

$X = A / B$ sendo A e B valores conhecidos basta efetuarmos a divisão e teremos o valor se X

$X = 20 / 5$ teremos $X = 4$

sendo A e X os valores conhecidos poderemos aplicar a propriedade das frações:

se $A / B = C / D$ então $A . D = B . C$ cujo exemplo apresentamos:

$1 / 2 = 4 / 8$ então $1 . 8 = 2 . 4$ que resulta em $8 = 8$

Podemos então afirmar

$X / 1 = A / B$ e $X . B = 1 . A$ que se torna $X . B = A$ e resulta,

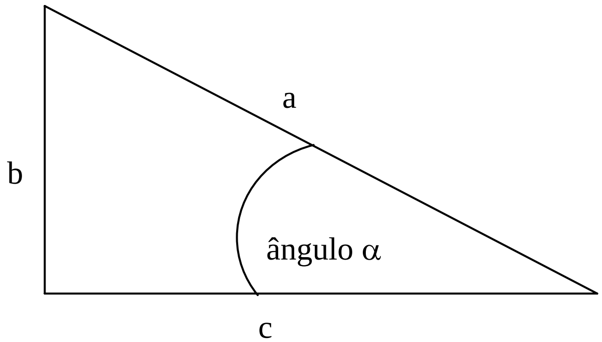
$B = A / X$ como A e X são valores conhecidos basta efetuar a divisão para obtermos o resultado. Exemplo:

$10 = A / 5$ fazemos $10 / 1 = A / 5$ e teremos $10 . 5 = 1 . A$

então $10 . 5 = A$ onde $A = 50$

Noções de Trigonometria

Estudaremos aqui as relações trigonométricas no triângulo retângulo.
Assim, caso tenhamos a dimensão da hipotenusa de um triângulo retângulo e um dos ângulos agudos, podemos calcular a dimensão de qualquer lado. Os senos e cosenos de quaisquer ângulos são conhecidos. Basta que tenhamos uma tabela de senos e cosenos. Apresentamos os valores de senos e cosenos de alguns ângulos mais usuais:



a – hipotenusa
b – cateto oposto ao ângulo α
c – cateto adjacente ao ângulo α

Chamamos seno de um ângulo a relação entre o cateto que lhe é oposto e a hipotenusa Assim, no triângulo ao lado, o seno de α é dado por sen α = b/a

E chamamos de co-seno, a relação entre o cateto que lhe é adjacente e a hipotenusa. Assim, no triângulo anterior, o co-seno do ângulo α é dado por cós α = c/a

ângulo	seno	coseno
0°	0	1
30°	0,5	0,87
45°	0,74	0,74
60°	0,87	0,5
90°	1	0

Exemplo. Temos um triângulo retângulo com hipotenusa de 12 cm e um dos ângulos agudos vale 30°. Qual o comprimento do cateto oposto a esse ângulo?
Resposta. Como sabemos que o seno de um ângulo é dada pela dimensão do cateto que lhe é oposto dividida pela dimensão da hipotenusa temos:

Seno de 30° = 0,5 (da tabela)
Seno de 30° do nosso triângulo = dimensão do cateto oposto / 12
Como os dois senos são iguais, por serem senos de 30° podemos escrever:
0,5 = dim. do cateto oposto / 12
0,5 x 12 = dim. do cateto oposto
<u>dimensão do cateto oposto = 6 cm</u>

Revisão de Física

Faremos agora uma pequena revisão de alguns conceitos de Estática
Força – O conceito de força é primitivo. Nós o adquirimos através da sensação de esforço muscular. Fisicamente,

Força é toda causa capaz de produzir em um corpo uma modificação de movimento ou uma deformação.

F = m.a sendo:
F – força
m – massa
a – aceleração

Um tipo de força muito comum é o peso.

Peso de um corpo é a força com que a Terra (planeta) o atrai.

$P = m.g$ sendo "g" a aceleração da gravidade terrestre.

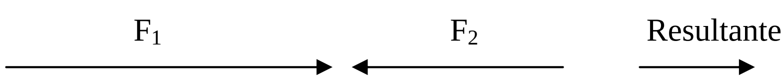
Para definirmos força necessitamos de três parâmetros.
1) O módulo (que o número que nos dá o valor da força)
2) A direção na qual está atuando a força. Ex.: horizontal, vertical, etc.
3) O sentido no qual está atuando a força. Ex.: para baixo, para cima, para a direita, etc.
Assim, dizemos que força é uma grandeza vetorial porque para ser definida precisamos mencionar o seu módulo, sua direção e seu sentido.

Composição de Forças

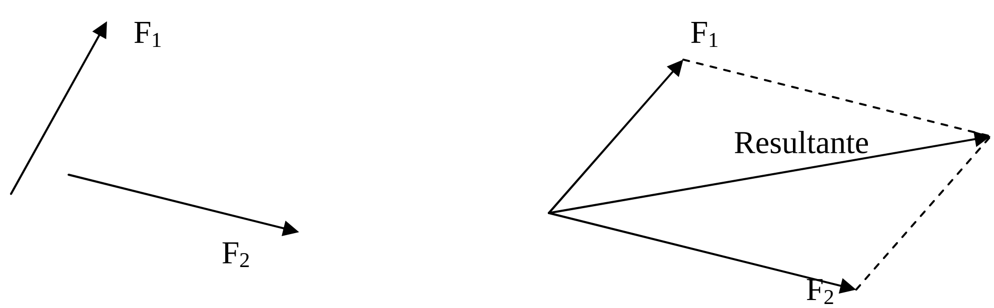
Para fazer a composição de forças temos que levar em conta, sempre, os três parâmetros que as formam.

Duas forças com mesma direção e sentido se somam

Duas forças com mesma direção mas com sentidos contrários se diminuem e terá resultante na direção da maior.

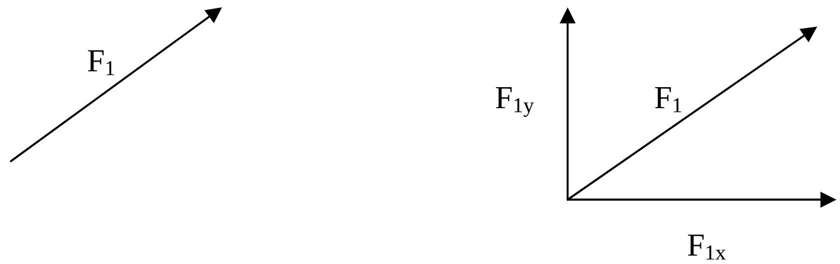


Duas forças em direções e sentidos diversos podem ser compostas pela regra do paralelogramo



Decomposição de Forças

Da mesma forma que podemos fazer a composição de forças, podemos, a partir de uma força, obter duas ou mais componentes dessa força. Ex.

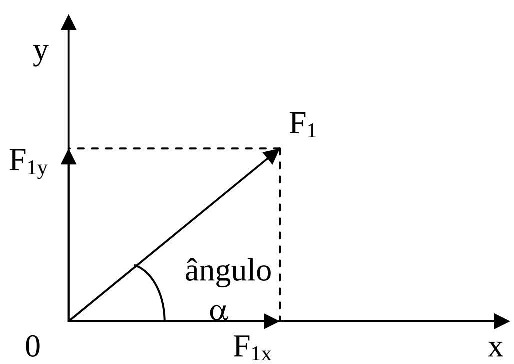


Obtemos então duas componentes F_{1y} e F_{1x} que se forem compostas segundo a regra anteriormente apresentada torna-se a própria força F_1

Decomposição de Forças segundo os eixos ortogonais x e y

Neste trabalho utilizaremos dois eixos ortogonais (dois eixos que formam 90° entre si. Estes eixos são assim escolhidos para facilitar os cálculos)

Esses dois eixos são ferramentas de trabalho que nos facilitará na decomposição de forças. No ponto zero dos nossos eixo colocaremos a força que queremos decompor.



Suponhamos agora que a força F_1 do esquema acima tenha um módulo de 100 N, que o ângulo α tenha 30^o e que queiramos decompor F_1 em duas componentes ortogonais segundo os eixos x e y. Quais devem ser os valores de F_{1x} e de F_{1y}?

Solução: Para que F_{1y} e F_{1x} representem a decomposição de F_1, a linha F_{1y} Z e o eixo x devem ser paralelas o mesmo acontecendo com as linhas F_{1x} Z e o eixo y. Portanto as linhas 0 F_{1y} é igual à linha F_{1x} Z e podemos afirmar que a dimensão da linha 0 F_{1y} representa módulo da componente F_{1y}. Então:

$$\text{sen } 30^o = F_{1y} / F_1$$
$$0,5 = F_{1y} / 100 \text{ N}$$
$$0,5 \text{ X } 100 = F_{1y}$$
$$\underline{F_{1y} = 50 \text{ N}}$$

$$\cos 30^o = F_{1x} / 100 \text{ N}$$
$$0,86 = F_{1x} / 100 \text{ N}$$
$$0,86 \text{ x } 100 = F_{1x}$$

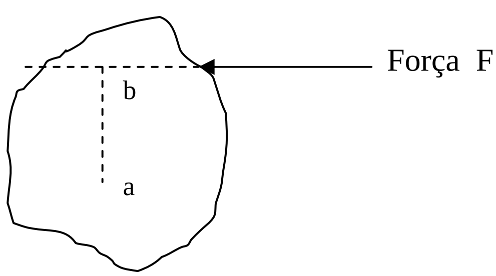
$$\underline{F_{1x} = 86 \text{ N}}$$

Momento de uma Força em Relação a um Ponto

Momento de uma força em relação a um ponto é a tendência que tem essa força em fazer um corpo girar, tendo esse ponto como centro de giro.

Define-se :

Momento de uma Força em Relação a um Ponto é uma grandeza vetorial cuja intensidade é igual ao produto da intensidade da força pela distância do ponto ao suporte da força.



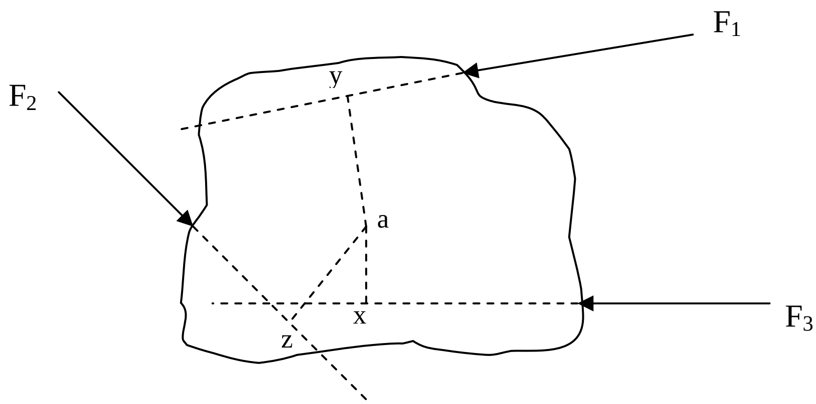
O momento da força F em relação ao ponto b é

$$M_a = F.ab$$

Assim, o momento da força F em relação ao ponto a é dado pelo produto do módulo da força F pela distância a b.

Momento Resultante

O momento resultante é a composição dos diversos momentos atuantes em um corpo. O momento resultante será, sempre, em relação a um mesmo ponto.



Para fazermos composição de momentos devemos primeiro estabelecer uma convenção para os momentos. Momento que tende a girar no sentido horário será positivo e ante-horário, negativo.

No exemplo acima faremos o momento resultante em relação ao ponto a.

Momento Resultante = F_3 . distância ax - F_2 . dist. az - F_1 . dist. ay

Exemplo numérico:

Sendo F_1 = 200 N F_2 = 400 N F_3 = 800 N e

ay = 80 cm az = 40 cm ax = 60 cm

M resultante = - 200 x 80 - 400 x 40 + 800 x 60 (momento resultante em relação ao ponto a)

Mr_a = - 1600 - 1600 + 4800
Mr_a = - 3200 + 4800
Mr_a = 1600 N.cm

Resolvendo Problemas Utilizando Decomposição de Forças e Momento de Força

Para resolvermos esses problemas utilizaremos das leis da Estática que nos fala sobre equilíbrio de um corpo.

Segundo a primeira lei de Newton um corpo está em equilíbrio quando:

1) a resultante das forças que atuam sobre ele é nula
2) o momento resultante dos momentos que atuam sobre ele em relação a qualquer ponto, é nulo.

A Estática, que é a parte da Mecânica que aqui estudaremos, estuda os corpos em equilíbrio.

Equilíbrio de Um Ponto Material

Inicialmente calcularemos o equilíbrio de um ponto material. Como um ponto não tem dimensão, nele não atuam momentos porque , como vimos anteriormente, para que uma força produza momento temos que ter uma distância entre o ponto de referência e o ponto da atuação da força.

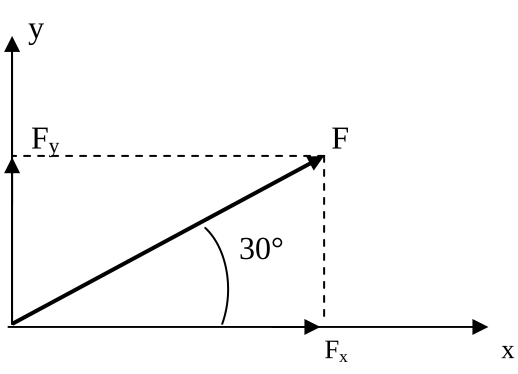
Então, utilizemos os dois princípios de equilíbrio.

1º princípio (utilizaremos a decomposição de forças nos eixos x e y). Portanto:

$$\Sigma F_X = 0$$
$$\Sigma F_Y = 0$$

Exercícios Resolvidos

1) Decompor a força F = 2000 N, em duas componentes, nos eixo x e y, conforme o esquema abaixo:

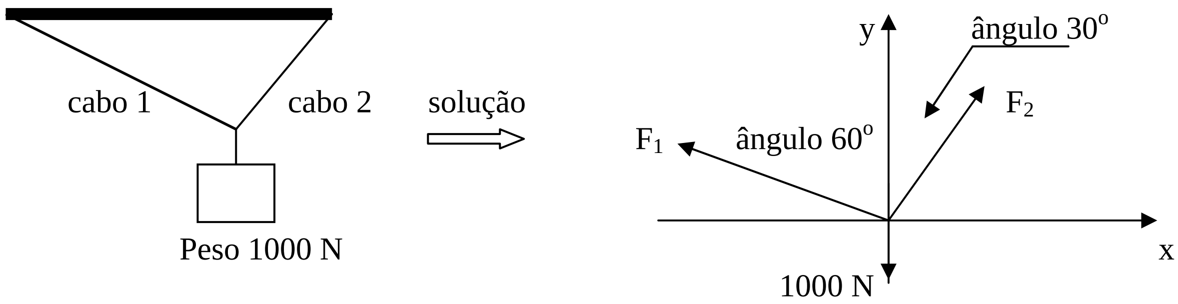


seno 30° = 0,50
co-seno 30° = 0,87
seno 60° = 0,87
co-seno 60° = 0,50

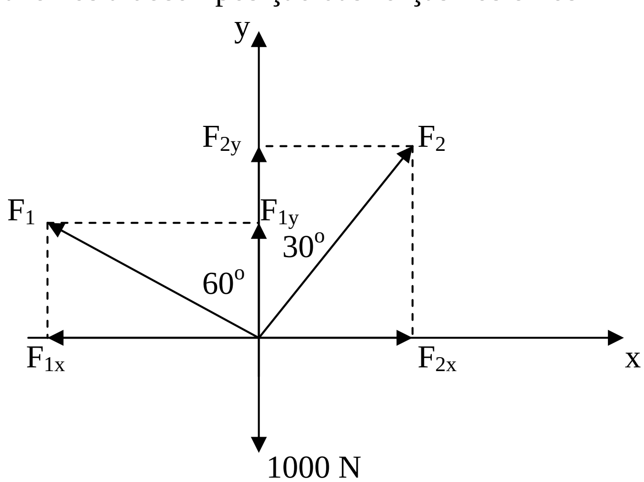
Respostas F_x = 100 N
F_y = 174 N

2) Calcular as forças atuantes nos cabos 1 e 2 do esquema abaixo sabendo que o peso de 1000 N está em equilíbrio.

Colocamos o esquema nos eixos x e y



Fazemos a decomposição das forças nos eixos x e y



Com esse procedimento geramos as componentes $F1_x$ e $F1_y$ as componentes $F2_x$ e $F2_y$. Para termos equilíbrio é necessário que:

$\Sigma F_x = 0$ temos que somar as forças do eixo x e igualar a zero

$\Sigma F_x = - F_{1x} + F_{2x} = 0$ mas $F_{1x} = F_1 \,.\, \text{sen } 60^o$

$F_{2x} = F_2 \,.\, \text{sen } 30^o$ temos

$- F_1 \,.\, \text{sen } 60^o + F_2 \,.\, \text{sen } 30^o = 0$ donde

$- F_1 \,.\, 0{,}87 + F_2 \,.\, 0{,}5 = 0$

$- 0{,}87 F_1 = - 0{,}5\, F_2$

$F_1 = 0{,}5\, F_2 / 0{,}87$ ou $F_1 = 0{,}57\, F_2$

Agora fazemos $\Sigma F_y = 0$

$F_1 \,.\, \cos 60^o + F_2 \,.\, \cos 30^o - 1000 = 0$

$F_1 \,.\, 0{,}5 + F_2 \,.\, 0{,}87 = 1000$

$0{,}5\, F_1 + 0{,}87\, F_2 = 1000$

como F1 = 0,5 F2 / 0,87 fazemos a substituição:

$$0,5\ (0,57\ F_2) + 0,87\ F_2 = 1000$$
$$0,285\ F_2 + 0,87\ F_2 = 1000$$
$$1,155\ F_2 = 1000$$
$$F_2 = 1000 / 1,155$$
$$F_2 = 866\ N$$

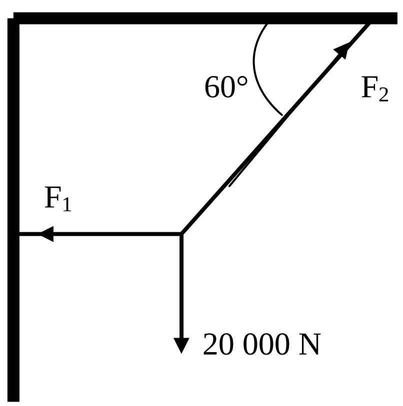
Daí resulta que $F_1 = 0,57\ F_2$ então $F_1 = 0,57 \times 866$

$F_1 = 494\ N$

Resultado:	a força atuante no cabo 1 vale 494 N
	a força atuante no cabo 2 vale 866 N

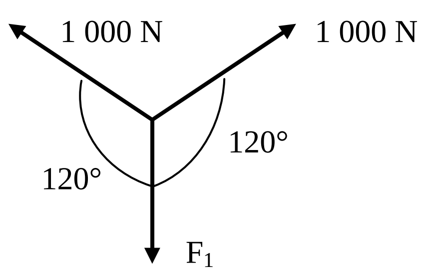
Exercícios Propostos

1) Calcule as forças F_1 e F_2 no esquema abaixo.



Resp $F_1 = 11\ 628\ N$
$F_2 = 23\ 256\ N$

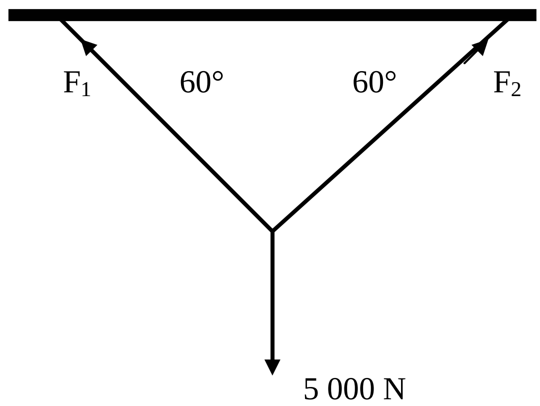
2) Calcule a Força F_1, no esquema abaixo.



Resp. $F_1 = 1\ 000\ N$

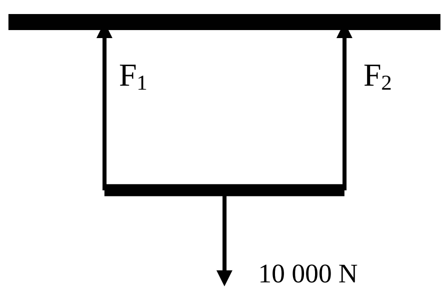
Calcule as forças F_1 e F_2 nos esquemas abaixo:

3)



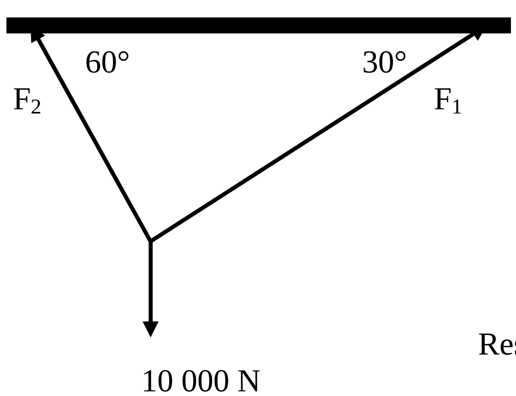
Resp. $F_1 = F_2 = 2\ 907$ N

4)



Resp. $F_1 = F_2 = 5\ 000$ **N**

5)



Resp $F_1 = 5\ 050$ N
$F_2 = 8\ 686$ N

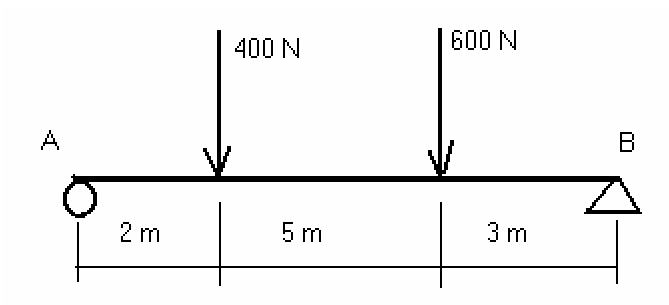
Equilibro de Um Corpo

Para calcularmos o equilíbrio de um corpo vamos utilizar as três equações anteriormente apresentadas

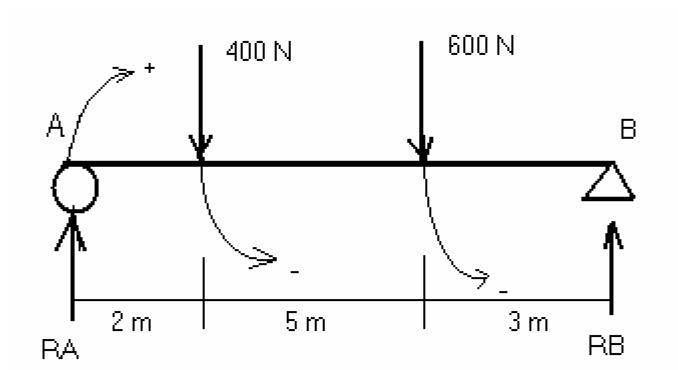
$\Sigma F_X = 0$
$\Sigma F_Y = 0$
$\Sigma M_0 = 0$

Exercícios Resolvidos

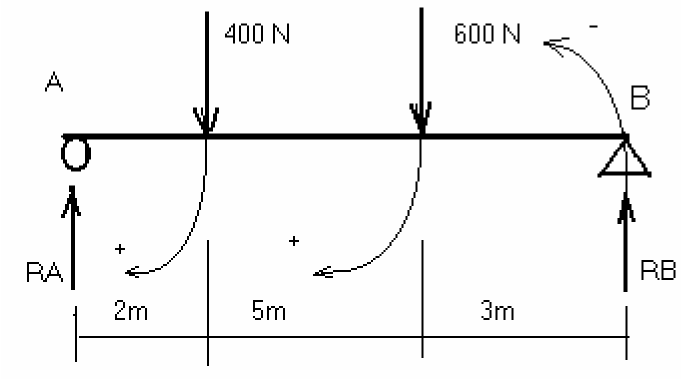
1) Calcular as reações nos apoios A e B no esquema abaixo sabendo que o corpo está em equilíbrio:



Para resolvermos esse exercício aplicaremos a segunda condição de equilíbrio:
(Um corpo está em equilíbrio quando a soma dos momentos que atuam sobre ele, em relação a qualquer ponto, é nulo)
Verificamos os momentos que atuam, no corpo, em relação ao ponto B:
(Usaremos aqui a convenção: momento no sentido horário positivo e ante-horário negativo)



$\Sigma M_B = 0$
$R_A . 10 – 400 . 8 – 600 . 3 = 0$
$10 R_A –3200 – 1800 = 0$
$10 R_A = 5000$
$R_A = 5000 / 10$
$R_A = 500 N$



$$\Sigma M_A = 0$$
$$400 . 2 + 600 . 7 – R_B .10 = 0$$
$$800 + 4200 = 10\ R_B$$
$$10\ R_B = 5000$$
$$R_B = 5000 / 10$$
$$R_B = 500\ N$$

Podemos ainda, como forma de verificação, aplicar o $\Sigma F_y = 0$ então

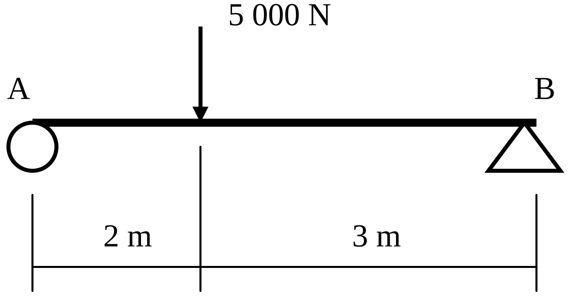
$$R_A + R_B - 400 - 600 = 0$$
$$500 + 500 - 400 – 600 = 0$$
$$1000 – 1000 = 0$$

Conclusão	$R_A = 500$ N
	$R_B = 500$ N

Exercícios Propostos

Calcule as reações R_B e R_B nos esquemas abaixo:

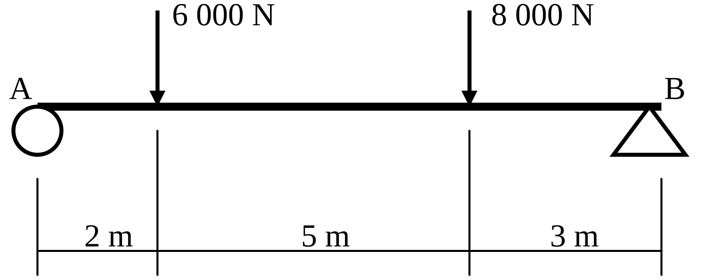
1)



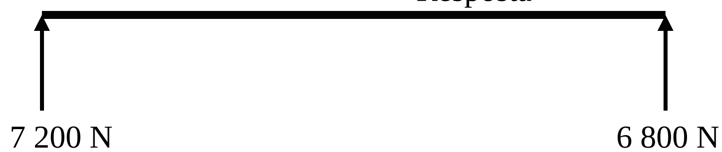
Resp.

$R_A = 3\ 000$ N
$R_B = 2\ 000$ N

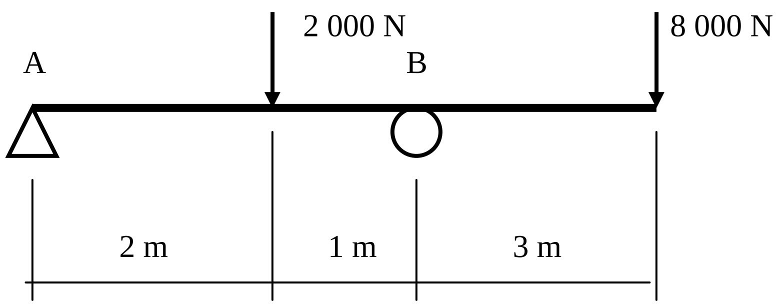
2)



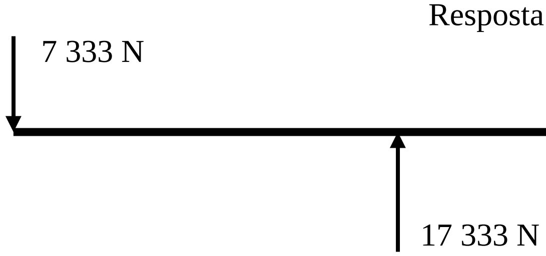
Resposta



3)



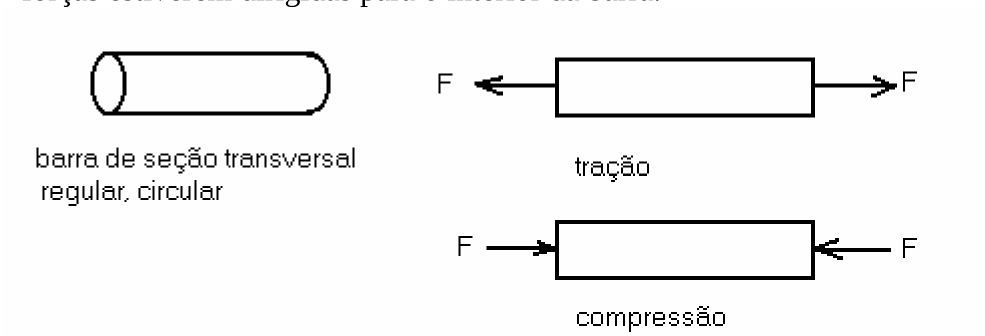
Resposta



RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

O objetivo principal deste trabalho é estudar os conceitos básicos dos esforços internos correspondentes aos esforços externos que são aplicados aos materiais de uma forma geral. Conhecemos da Física Clássica (Mecânica) as maneiras de calcular esses esforços externos. Vejamos então que esforços são introduzidos ao interior de uma peça quando sobre ela atua um esforço seja de tração, de compressão, de cisalhamento, etc.

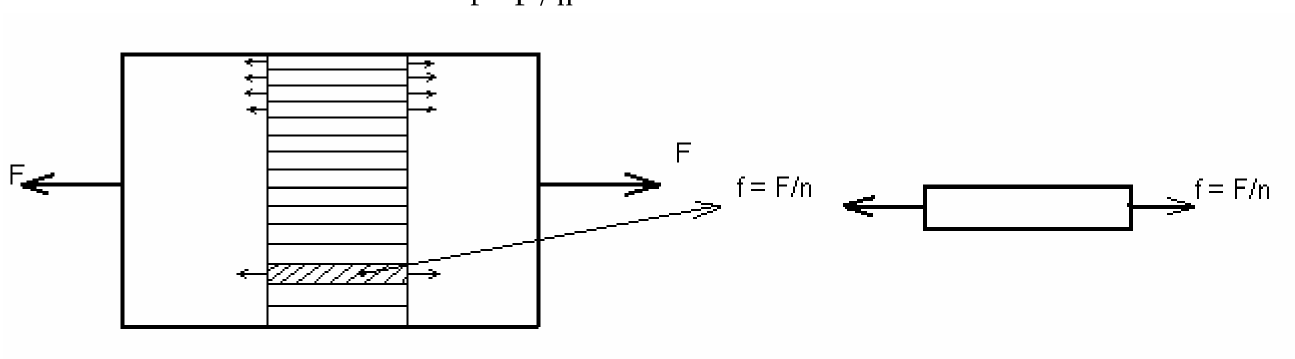
Consideremos uma barra prismática, de seção constante ao longo do seu comprimento, sob a ação de duas forças que atuam segundo o seu eixo longitudinal. Diremos que a barra estará sob tração se as forças iguais e opostas estiverem dirigidas para o exterior da barra e estará sob compressão se essas duas forças estiverem dirigidas para o interior da barra.



Verificando as figuras anteriores e se considerarmos como sendo essas barras feitas de material homogêneo podemos afirmar que os esforços externos geram esforços internos, distribuídos de maneira uniforme. Assim podemos considerar que, se isolarmos qualquer unidade formadora da peça, ela pode ser analisada como uma peça isolada, que está submetida a esforços externos semelhantes a nossa peça anteriormente considerada.

Podemos então calcular o esforço " f " a que está submetido o elemento em destaque no desenho abaixo, como sendo:

$$f = F / n$$



onde f – esforço a que está submetido o elemento que destacamos
F - a força total a que está submetida a peça
n - o número de elementos formadores daquela parte da peça

Porém, se observarmos a direção da força “ F “ e os pontos onde essa força está aplicada, veremos que a relação F / n pode ser reescrita como F / A onde A representa a área da seção transversal da peça e a essa relação chamaremos de “tensão”. Assim, tensão será vista como uma relação entre o esforço externo e a área da seção da peça, onde esse esforço está sendo aplicado.

Logo:

$\sigma = F / A$ onde σ - tensão de tração ou de compressão
F - força aplicada à peça
A - área da seção da peça, transversal à força.

Diagrama Tensão / Deformação

Quando aplicamos uma força a uma peça, ela sofre uma deformação que é proporcional ao esforço aplicado. Essa deformação pode ser:

a) elástica – quando, cessando o esforço, cessa a deformação
b) plástica - quando a deformação é permanente; cessando o esforço, a deformação permanece.

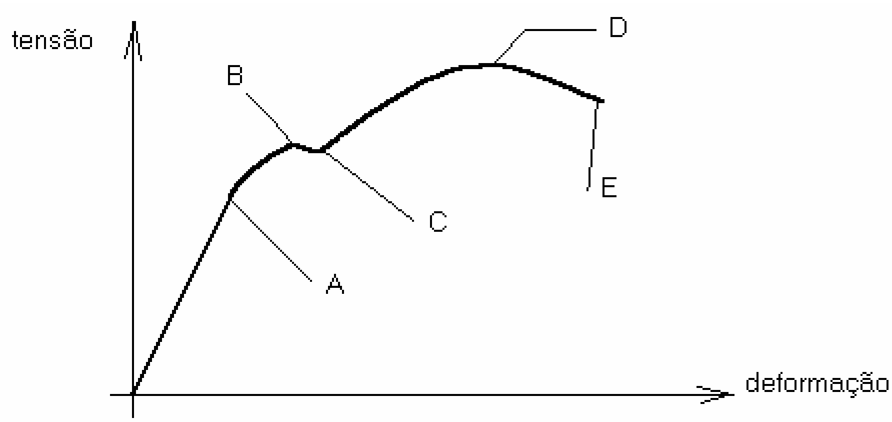
Se denominarmos o comprimento inicial da peça por “ l ” e a deformação por “Δl “ teremos a deformação unitária:

$$\varepsilon = \Delta l / l$$

Temos também:

$$\sigma = F / A$$

Podemos então, apresentar o diagrama que representa o ensaio de tração de um corpo de prova, onde vamos aumentando a carga aplicada ao corpo de prova, a partir de zero até o seu rompimento.



Onde: A – limite de proporcionalidade; que na maior parte das vezes se confunde com o limite elástico

B e C – limites de escoamento inferior e superior
D – limite de resistência
E - limite de ruptura.

O limite de proporcionalidade é definido como a tensão máxima, abaixo da qual o material mantém-se com uma proporcionalidade entre tensão e deformação (obedece à lei de Hooke). O limite elástico é a tensão máxima abaixo da qual o material não apresenta deformações residuais uma vez cessada a carga. Quando o material apresenta diferença entre o limite de proporcionalidade e o limite elástico em geral este é maior que aquele.

O limite de escoamento é a tensão na qual inicia-se a deformação permanente do material. Materiais podem apresentar dois limites de escoamento a que chamamos inferior e superior, assim como pode não apresentar nenhum deles. Quanto maior a dureza do material, existe a tendência de não apresentar o limite de escoamento, razão pela qual os projetistas, normalmente, utilizam o limite de ruptura desses materiais, como base em seus projetos.

O limite de resistência de um material é a tensão máxima que atinge o corpo de prova, em um ensaio de resistência.

O limite de ruptura é a tensão que corresponde ao rompimento do corpo de prova.

Lei de HOOKE

A relação entre a tensão e a deformação elástica de um material foi demonstrada em 1678 por Robert Hooke que ficou conhecida como lei de Hooke e podemos escrever:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$

Sendo a constante " E " conhecida como o módulo de elasticidade ou módulo de Young, representada pela tangente do ângulo formado pela linha OA com o eixo da "deformação" e é uma propriedade de cada material.

Então:

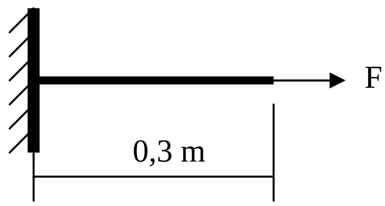
$\sigma = F / A$ e $\sigma = \varepsilon \cdot E$ assim:
$F / A = \varepsilon \cdot E$ mas $\varepsilon = \Delta l / l$ e teremos:
$F / A = \Delta l \cdot E / l$ o que nos dá:

$$\Delta l = F \cdot l / E \cdot A$$

Notamos então que a deformação elástica de um material é diretamente proporcional à força aplicada e ao seu comprimento e é inversamente proporcional ao módulo de elasticidade do seu material e à área da peça, transversal à direção do esforço aplicado.

Exercícios Resolvidos

1) Calcule a deformação elástica que acontece em um tirante que está submetido a uma força de tração de 8 000 N. O tirante tem seção circular constante cujo diâmetro vale 6 mm, seu comprimento é 0,3 m e seu material tem módulo de elasticidade valendo 2,1 x 10^5 N / mm^2.



F= 8 000 N
E = 2,1 x 10^5 N/mm^2
l = 300 mm
A = π.d^2 / 4 = 3,14 x 6^2 / 4 = 28,26 mm^2

Δl = 8 000 x 300 / 210 000 x 28,26

Resposta: Δl = 0,4 mm

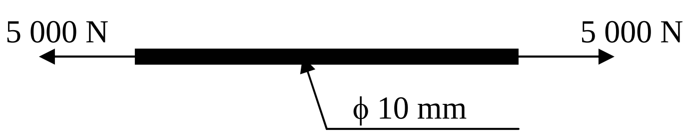
2) No esquema abaixo desejamos calcular o alongamento elástico do cabo de aço que está sob tração. O comprimento do cabo é de 2 metros, o material do cabo tem módulo de elasticidade 2,1 x 10^5 N /mm^2 e o diâmetro desse mesmo cabo é de 20 mm.

F = 10 000 N E = 2,1 x 10^5 N/mm^2 l = 2 000 mm A = π.d^2 / 4 = 3,14 x 20^2 / 4 = 314 mm^2

Δl = 10 000 x 2 000 / 210 000 x 314 = 0,30 Resp Δl = 0,30 mm

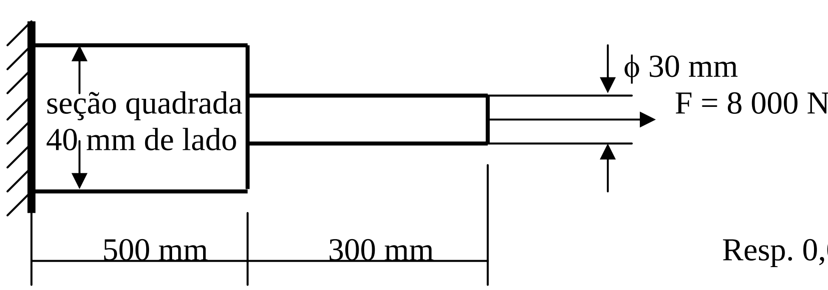
Exercícios Propostos

1) Calcule o alongamento elástico da peça do esquema abaixo. Seu material tem módulo de elasticidade de 2 x 10^5 N/mm^2.



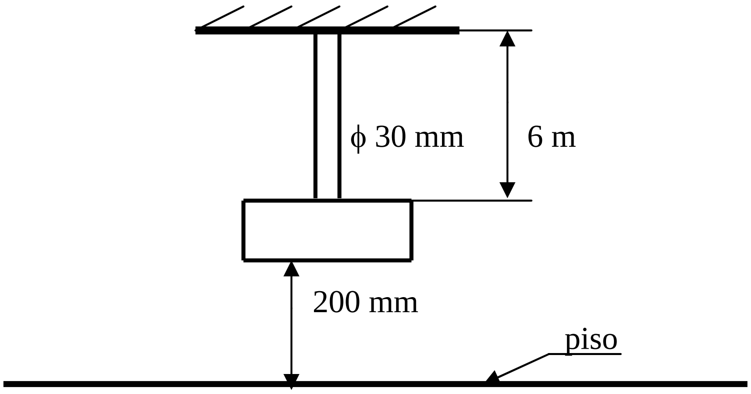
Resp. 0,064 mm

2) Calcule o alongamento o alongamento elástico total, da peça abaixo. Seu material é aço, com módulo de elasticidade de 2,1 x 10^5 N/mm^2.



Resp. 0,028 mm

3) Temos o esquema abaixo. Qual seria a altura do fundo da caixa ao piso se nela colocarmos um material com peso de 60 000 N? O material do tirante tem módulo de elasticidade de $2{,}2 \times 10^5$ /mm^2



Resp. 197,68 mm

Tensão de Tração e Compressão

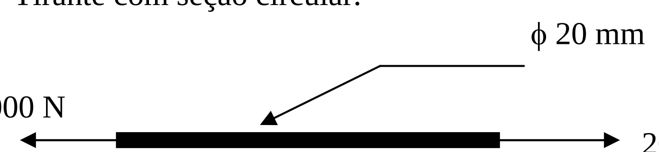
Já vimos que podemos calcular as tensões de tração e de compressão através da fórmula:

$$\sigma = F / A$$

Exercícios Resolvidos

Calcule a tensão que acontece nos tirantes dos seguintes esquemas:

1) Tirante com seção circular.

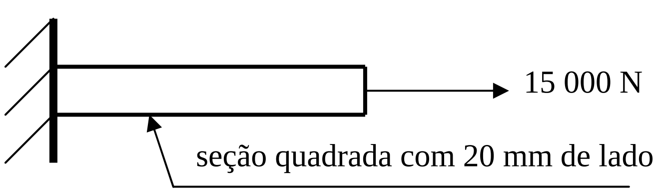


Como $\sigma = F/A$ temos: $F = 20\ 000$ N e $A = \pi.d^2/4$ então $A = 3{,}14 \times 20^2/4 = 314$ mm^2

$$\sigma = 20\ 000 / 314 = 63{,}69$$

Resp. $\sigma = 63{,}69$ N/mm^2

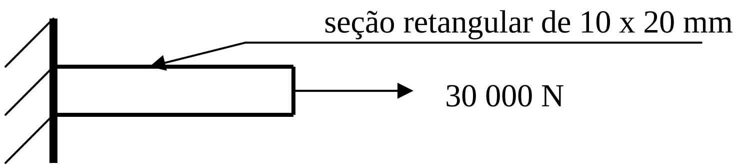
2) Tirante com seção quadrada.



$A = 20^2 = 400\ mm^2$
$\sigma = 15\ 000 / 400 = 37{,}5$

Resp. $\sigma = 37{,}5\ N/mm^2$

3) Tirante de seção retangular.

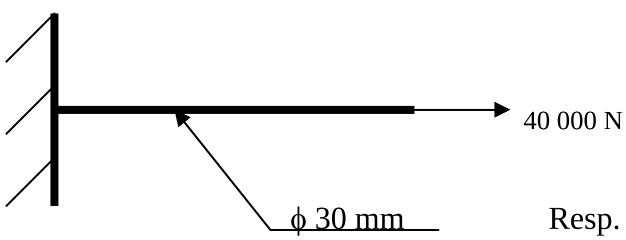


$A = 10 \times 20 = 200\ mm^2$
$\sigma = 30\ 000 / 200 = 150$

Resp. $\sigma = 150\ N/mm^2$

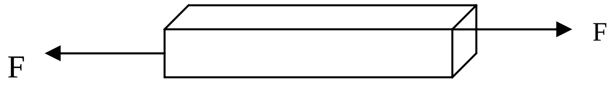
Problemas Propostos

1) Calcular a tensão que ocorre no tirante abaixo.



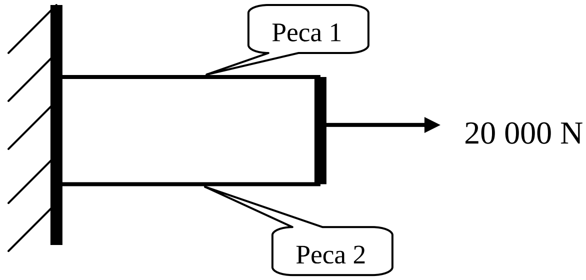
Resp. $56{,}62\ N/mm^2$

2) Calcular a força capaz de romper um tirante de seção quadrada, como na figura abaixo, sabendo-se que a sua tensão de ruptura à tração é de $600\ N/mm^2$, e que o lado da seção transversal vale 15 mm.



Resp 135 000 N

4) Calcular a tensão sobre a peça 1, no esquema abaixo sabendo que o diâmetro dos dois tirantes é 12 mm.



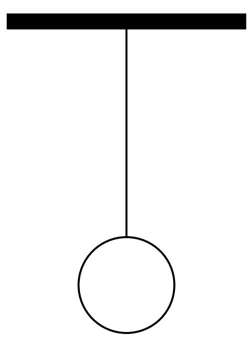
Resp. 88,46 N/mm^2

Tensão Admissível

A tensão admissível é calculada a partir das tensões de escoamento ou de ruptura e representa a tensão máxima que o projetista admite, que a peça de seu projeto possa suportar, para que não sofra nenhum dano, causando acidentes.
Utiliza-se o recurso de dividir essas tensões por um número maior que 1, a que chamamos coeficiente de segurança. Esse número representa, a grosso modo, o número de vezes que estaremos seguros da resistência da peça. Neste trabalho não calcularemos esse coeficiente, bastando apenas mencionar que em projetos mecânicos (utilizando aços e outros materiais dúcteis) usamos esse coeficiente, normalmente, entre 4 e 8, ressalvando apenas que esses valores serão diferentes quando a peça for trabalhar com grandes choques, ou em situações muito adversas.

Exercícios Resolvidos

1) Calcular o diâmetro de um tirante que sustente, com segurança, a carga descrita no esquema abaixo. O material do tirante tem limite de escoamento a tração de 600 N / mm^2
Vamos utilizar 2 como coeficiente de segurança.



Carga = 10.000 N

A tensão que deve ser aplicada ao tirante deve ser a admissível. Então,

$$\sigma_{adm} = 600 / 2 = 300 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{sendo } \sigma = F / A \text{ temos} \quad F = 10\,000 \text{ N} \quad \text{e} \quad A = \pi . d^2 / 4$$

σ_{adm} = 10 000 / $\pi.d^2$ / 4 logo 300 = 10 000 / ($\pi.d^2$ / 4)

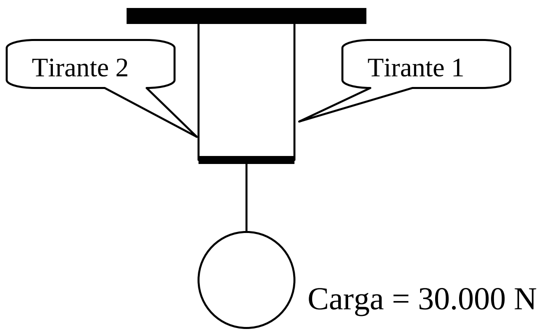
300 ($\pi.d^2$ / 4) = 10 000
300 x 3,14 x d^2 / 4 = 10 000

235,5 d^2 = 10 000

d^2 = 10 000 / 235,5

Resp d = 6,52 mm

2) Calcular o diâmetro do tirante " 1 " (sendo o diâmetro do tirante 1 igual ao do tirante 2) para que sustente, com segurança, a carga descrita no esquema abaixo. O material do tirante tem limite de escoamento a tração de 600 N / mm^2
Vamos utilizar 4 como coeficiente de segurança.



σ_{adm} = 600 / 4 = 150

150 = 30 000 / 2 A A = $\pi.d^2$ / 4

150. 2($\pi.d^2$ / 4) = 30 000

d^2 = 15 000 / 37,5.π

Resp d =11,29 mm

Exercícios Propostos

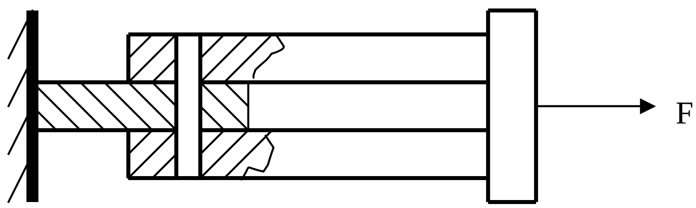
1) Calcular o diâmetro de um tirante, para sustentar, com segurança, uma carga de tração de 40 000 N. O tirante deve ter seção quadrada e seu material deve ter tensão de escoamento à tração de 500 N/mm^2 e devemos utilizar coeficiente de segurança 2,5.

Resp. 14,14 mm

2) Calcular o diâmetro de uma peça que trabalhe sob tração. O material dessa peça deve ter tensão de escoamento à tração de 600 N/mm^2. A peça deve sustentar uma carga de 60 000 N e utilizaremos coeficiente de segurança 2.

Resp. 15,96 mm

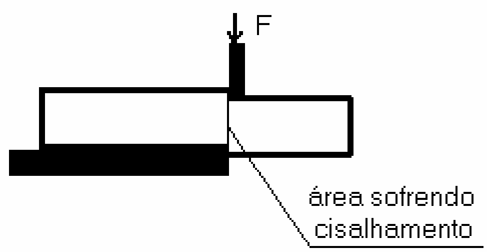
3) Calcular a força F que o conjunto abaixo pode sustentar para que trabalhe com segurança. O material das peças 1 e 2 é aço com tensão limite de escoamento 600 N/mm^2 e seu diâmetro é de 35 mm. A peça 3 é feita de aço com limite elástico de 800 n/mm^2 e sua seção é quadrada com 40 mm de lado. Devemos obter coeficiente de segurança 1,5.



Resp. 769 300 N

Tensão de Cisalhamento - Corte

Força Cortante



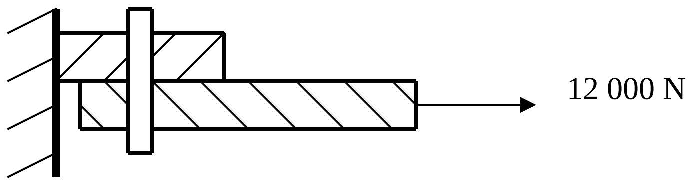
A força cortante é aquela que atua no mesmo plano da força que estamos aplicando em uma peça. Admitindo-se que a distribuição dos esforços seja uniforme em toda a seção resistente da peça temos:

$$\tau = F / A$$

onde τ - tensão de cisalhamento
Q – força cortante atuante na peça
A – área resistente ou área sobre a qual atua a força Q.

Exercícios Resolvidos

1) Calcular a tensão no pino que une as duas chapas do esquema abaixo. O diâmetro do pino é 15 mm.



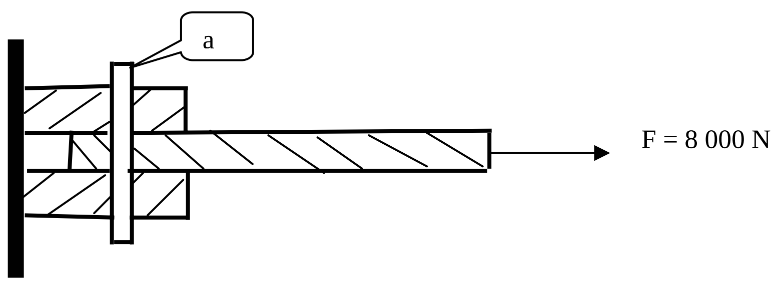
τ = F / A então F = 12 000 N

A = π.d^2 / 4 A = 3,14 x 15^2 / 4 A = 176,6

τ = 12 000 / 176,6

τ = 67,95 N/mm

2) Calcular a tensão de cisalhamento que acontece no pino (peça a, abaixo) que tem 20 mm de diâmetro.



τ = F / A então F = 8 000 N

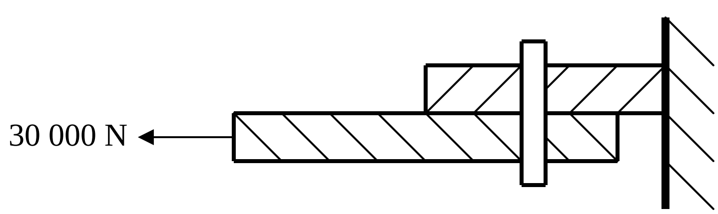
A = π.d^2 / 4 A = 3,14 x 20^2 / 4 A = 314 mm^2

Então τ = 0 000 / 314

τ = 25,48 N / mm^2

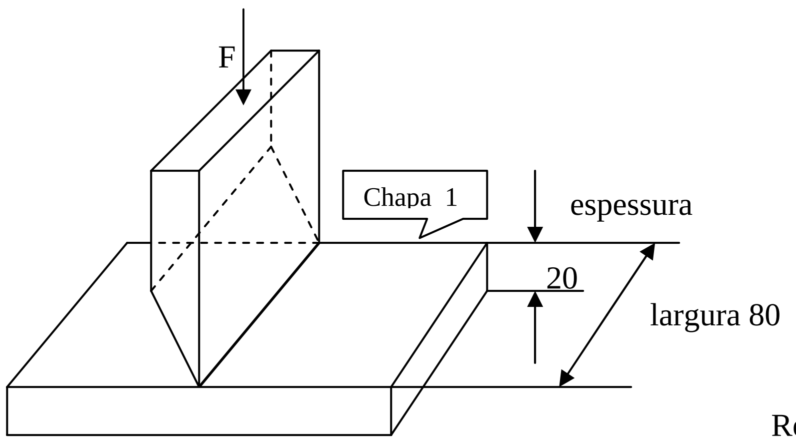
Exercícios Propostos

1) Calcular a tensão que está acontecendo no pino que une as duas chapas no esquema abaixo. O pino tem diâmetro de 25 mm.



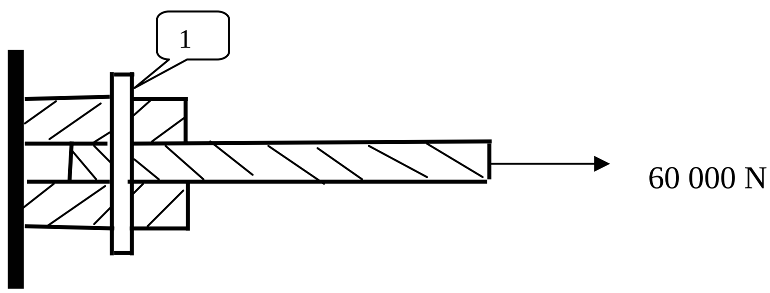
Resp. 61,15 N/mm^2

2) Calcular a tensão que está sendo aplicada à chapa 1 do esquema abaixo sabendo que a força F = 40 000 N, que a largura da chapa é 80 mm e que a espessura dessa mesma chapa é de 20 mm.



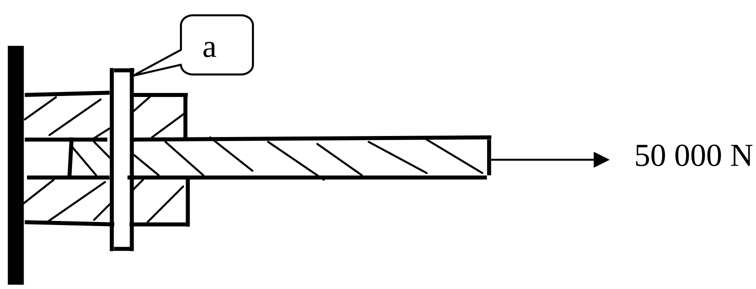
Resp. 25 N/mm^2

3) Calcular a tensão no pino “1” abaixo sabendo-se que seu diâmetro é 18 mm.



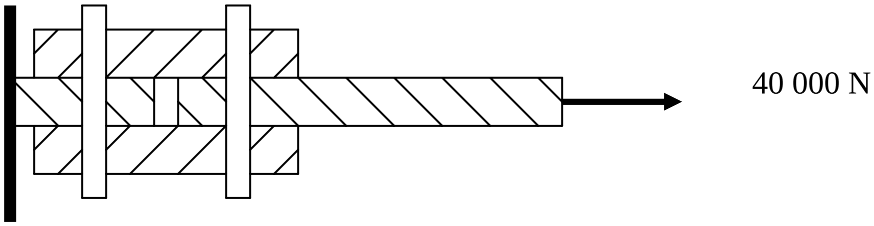
Resp. 117,95 N/mm^2

4) Calcular a tensão que está sendo exercida no pino “a” abaixo sabendo-se que ele tem seção quadrada com 20 mm de lado.



Resp. 125 N/mm^2

5) Calcule as tensões que acontecem nos pinos “1” e “2” do esquema abaixo sabendo que seus diâmetros é de 20 mm.



Resp. Tensão no pino 1 = pino 2 = 63,69 N/mm^2

Tensão Admissível, no Cisalhamento

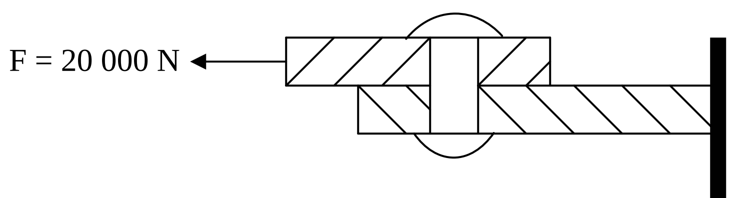
Também no cisalhamento vamos encontrar as tensões admissíveis. São as tensões de projeto, ou seja, aquelas tensões que nos queremos, que nos admitimos, para o trabalho de nossas peças. São as tensões que os projetistas escolhem para o funcionamento das peças.

São calculadas da mesma maneira que aquelas calculadas para tração, ou seja:

$$\tau_{adm} = \tau_e / cs \qquad \text{ou} \qquad \tau_r / cs$$

Exercícios Resolvidos

1) Calcular o diâmetro do rebite para unir, com segurança as duas chapas do esquema abaixo: O material do rebite tem limite de escoamento à tração de 600 N/ mm^2. Usaremos coeficiente de segurança 3.



$\tau_{adm} = \tau_e / cs$ $\quad$ $\tau_{adm} = 600 / 3$ $\quad$ $\tau_{adm} = 200$ N/mm^2

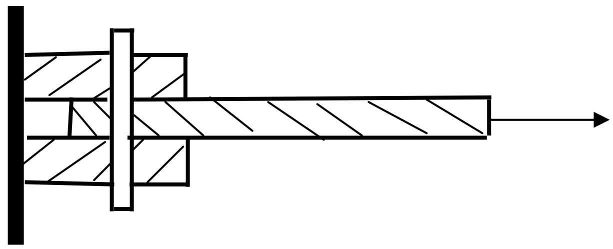
$\tau = F/A$ então $200 = 20\,000 / A$ e $A = 20\,000 / 200$ então $A = 100$ mm^2

assim 100 mm^2 deve ser a ares resistente de nosso rebite. Sabendo-se que $A = \pi.d^2 / 4$

temos $100 = \pi.d^2 / 4$ logo $d^2 = 100 \times 4 / \pi$

$$d = 11{,}29 \text{ mm}$$

2) Queremos calcular o diâmetro de um pino que possa unir, com segurança, três chapas como no esquema abaixo. O material do pino tem como tensão limite de escoamento ao cisalhamento 600 N / mm^2. Utilizaremos coeficiente de segurança 2.



F 40 000 N

$\tau_{adm} = \tau_e / cs$ $\quad$ $\tau_{adm} = 600 / 2$ $\quad$ $\tau_{adm} = 300$ N/mm^2

$\tau = F/A$ então $300 = 40\,000 / A$ e $A = 40\,000 / 300$ então $A = 133$ mm^2

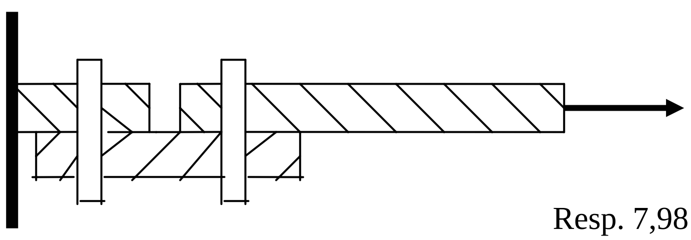
assim 133 mm^2 deve ser a área resistente de nosso conjunto. Porém a área resistente de nosso conjunto é formada por duas áreas de pino. Assim a área da seção do pino é 133 / 2 = 66, 5 mm^2. Sabendo-se que $A = \pi.d^2 / 4$ temos que $66{,}5 = \pi.d^2 / 4$ logo

$$d^2 = 66{,}5 \times 4 / 3{,}14$$

$$d = 9{,}20 \text{ mm}$$

Exercícios Propostos

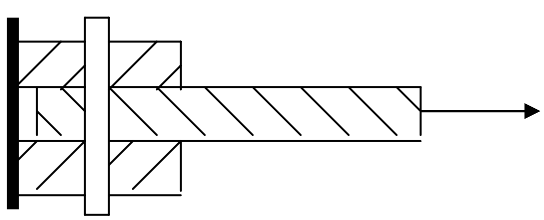
1) Calcule o diâmetro dos pinos da montagem do esquema abaixo, para que trabalhe com segurança. O material dos pinos tem tensão de escoamento ao cisalhamento valendo 400 N/ mm^2. Utilizaremos 2 como coeficiente de segurança.



10 000 N

Resp. 7,98 mm

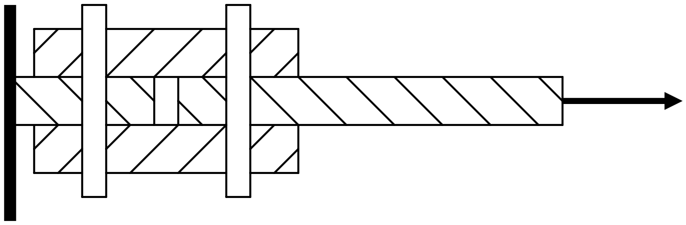
2) Queremos calcular o diâmetro de um pino que possa unir, com segurança, duas chapas como no esquema abaixo. O material do pino tem como tensão limite de escoamento ao cisalhamento 600 N / mm^2. Utilizaremos somente um pino e coeficiente de segurança 3.



F = 8 000 N

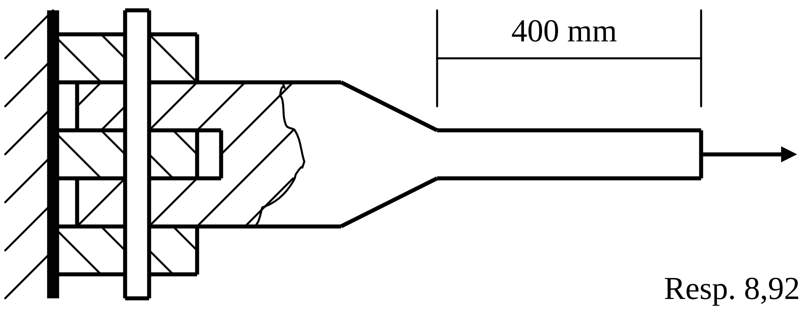
Resp. 5 mm

3) Calcule o diâmetro dos pinos da montagem do esquema abaixo, para que trabalhe com segurança. O material dos pinos tem tensão de escoamento ao cisalhamento valendo 400 N/ mm^2. Utilizaremos 4 como coeficiente de segurança. (4 pontos)



Resp. 19,55 mm

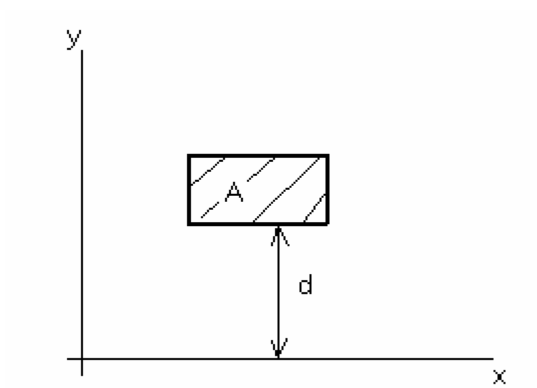
4) Calcule o diâmetro do pino para trabalhar com segurança, no conjunto abaixo. O material do pino deve ter tensão de escoamento ao cisalhamento valendo 600 N/mm^2. Vamos usar 1,5 como coeficiente de segurança.



Resp. 8,92 mm

Momento Estático de uma Superfície

É calculado em relação a um eixo e é o produto da área dessa superfície pela distância dela ao eixo.

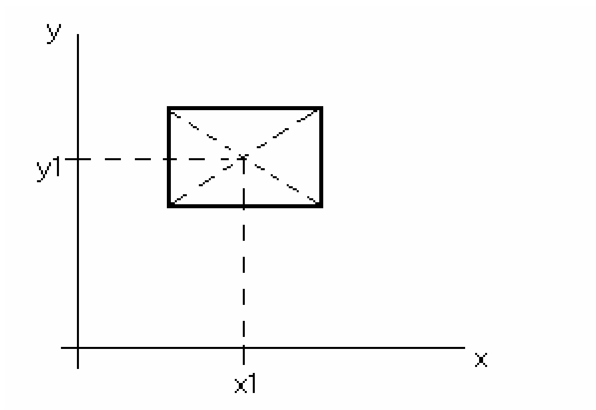


$M_x = A \cdot d$

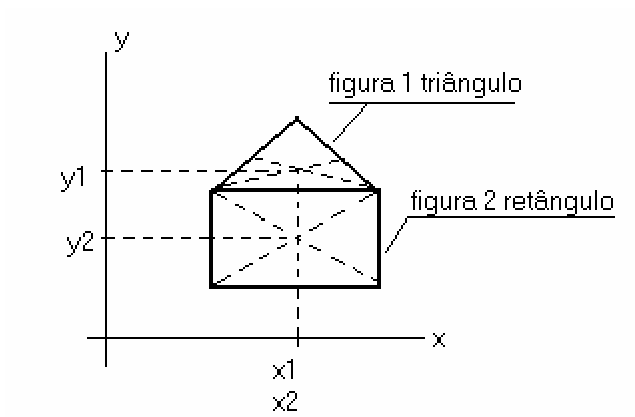
M_x - momento estático em relação ao eixo x
A   - valor da área daquela superfície
d   - distância da superfície ao eixo x

Baricentro ou Centro de Gravidade de uma Figura Plana

O baricentro de uma figura é determinado, geralmente, a partir de suas coordenadas nos eixo x e y.
Ex.:
Baricentro $B_c = (x', y')$



Para figuras combinadas calculamos:



$$\bar{x} = \frac{A_1 . x_1 + A_2 . x}{A_1 + A_2}$$

$$\bar{y} = \frac{A_1 . y_1 + A_2 . y_2}{A_1 + A_2}$$

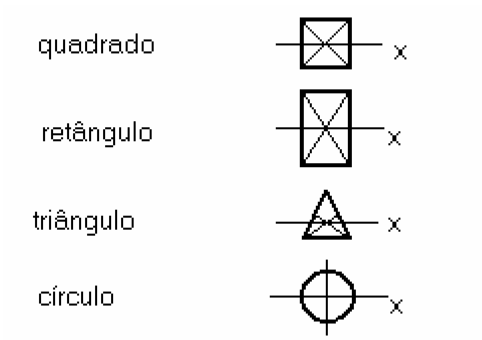
Sendo A_1 = a área da figura 1 e A_2 - área da figura 2
x_1 e y_1 = as coordenadas do centro de gravidade da figura 1
x_2 e y_2 = as coordenadas do centro de gravidade da figura 2

Momento de Inércia de uma Figura Plana

É calculado em relação a um eixo é o produto da área dessa superfície pelo quadrado da distância ao eixo em referência.

Neste nosso trabalho não calcularemos momentos de inércia. Utilizaremos os momentos de inércia, já tabelados, para figuras planas conhecidas tais como: retângulo, quadrado, círculo, triângulo, etc. e em relação ao eixo horizontal que passa pelo baricentro dessas figuras.
Alguns exemplos de momentos de inércia:

Em relação ao eixo "x "
$I_x = h^4 / 12$ quadrado
$I_x = b.h^3 / 12$ retângulo
$I_x = b.\ h^3 / 36$ triângulo
$I_x = \pi.d^4 / 64$ círculo



onde h – altura
b – base
d – diâmetro
π - constante 3,14...

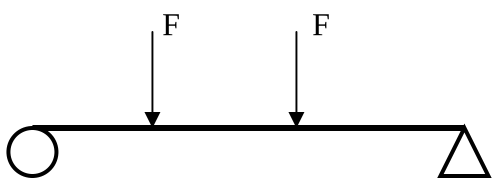
Tensões nas Vigas

Para calcularmos as tensões atuantes nas vigas, primeiramente devemos considerar alguns conceitos:

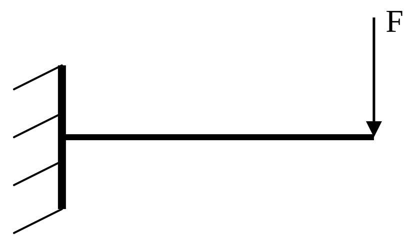
Viga

Denomina-se viga a uma estrutura formada por uma barra , de eixo plano, submetida a esforços, contidos no plano da estrutura.

Estudaremos vigas: a) engastadas
b) bi-apoiadas



viga bi-apoiada



viga engastada

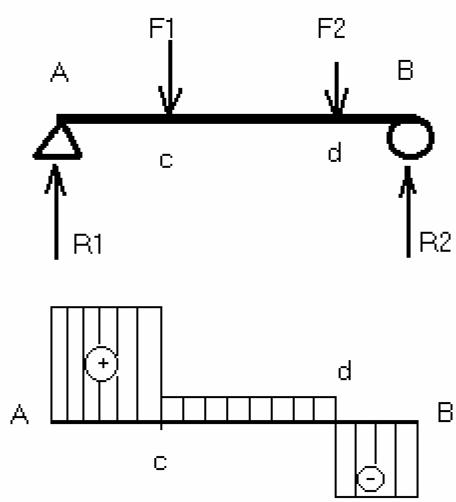
Força Cortante

É a força que atua no mesmo plano da seção em estudo e tem tendência a cisalhar o material onde ela age.

Para calcularmos as forças cortantes em uma viga inicialmente temos que calcular as reações nos apoios da viga (vide cálculos da reações nos apoios anteriormente estudado)

Diagrama de Forças Cortantes (D Q)

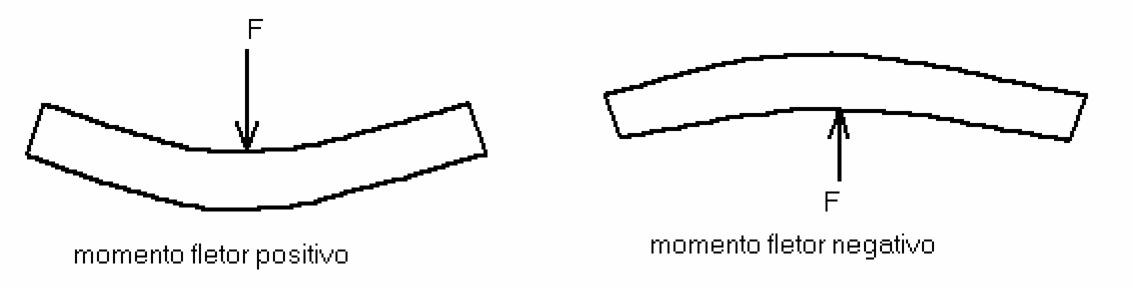
Com o diagrama de forças cortantes podemos determinar essas forças em qualquer seção da viga. Com os resultados das reações nos apoios anteriormente calculados podemos construir o diagrama (D Q) como a seguir.



Momento Fletor

É a soma algébrica dos momentos, em relação ao centro de gravidade, da seção considerada, dos esforços que atuam num mesmo lado da seção transversal, isto é, à esquerda ou à direita, dessa seção.

Em relação à flexão da viga devemos considerar a seguinte convenção:

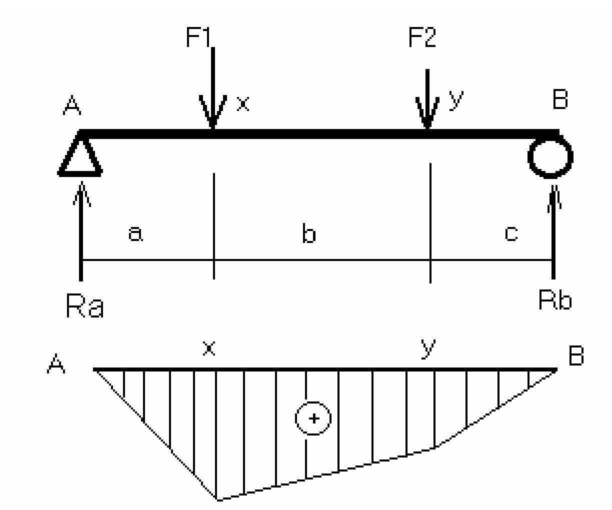


Momento Fletor de Uma Viga

Calculadas as reações nos apoios temos Ra e Rb calcula-se o momento fletor da esquerda para a direita. Assim começaremos pela seção a.

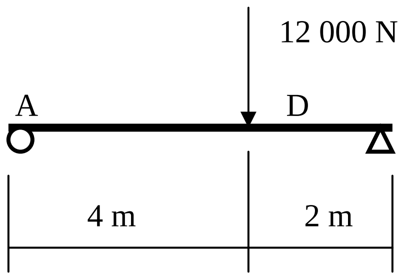
$Mf_A = Ra \cdot 0 = 0$
$Mf_x = Ra \cdot a$
$Mf_y = Ra\,(a + b) - F1 \cdot b$
$Mf_B = Ra\,(a + b + c) - F1\,(b + c) - F2 \cdot c = 0$

Diagrama de Momentos Fletores (D M)



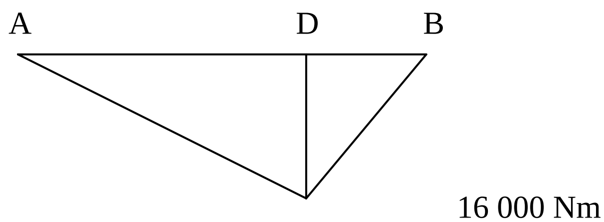
Exercícios Resolvidos

1) Construir o DM da viga abaixo.

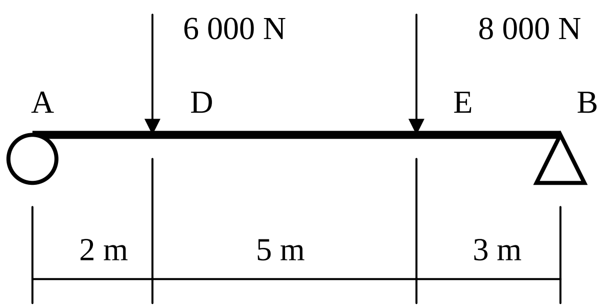


Sendo $R_A = 4\ 000$ N e $R_B = 8\ 000$ N fazemos então:

$Mf_A = 0$
$Mf_D = R_A \times 4$ então $Mf_D = 4\ 000 \times 4 = 16\ 000$ Nm
$Mf_B = R_A \times 6 – 12\ 000 \times 2 = 4\ 000 \times 6 – 12\ 000 \times 2 = 24\ 000 – 24\ 000$
$Mf_B = 0$

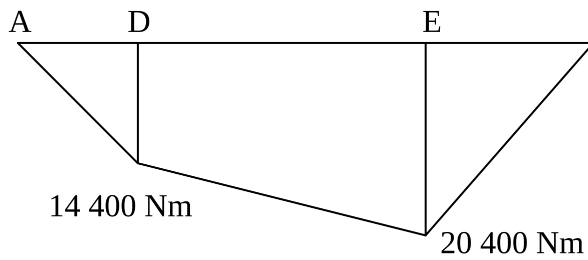


2) Construir o DM da viga abaixo.



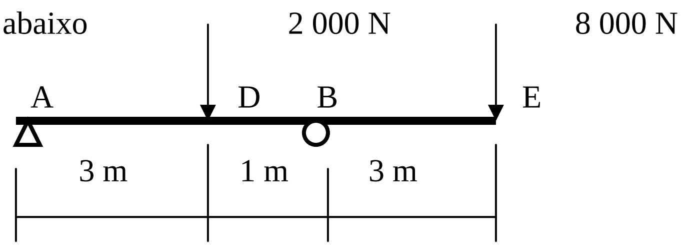
$R_A = 7\ 200$ N
$R_B = 6\ 800$ N

$Mf_A = 0$
$Mf_D = 7\ 200 \times 2 = 14\ 400$ Nm
$Mf_E = 7\ 200 \times 7 – 6\ 000 \times 5 = 50\ 400 – 30\ 000 = 20\ 400$ Nm
$Mf_B = 7\ 200 \times 10 – 6\ 000 \times 8 – 8\ 000 \times 3 = 72\ 000 – 48\ 000 – 24\ 000 = 72\ 000 – 72\ 000 = 0$
$Mf_b = 0$

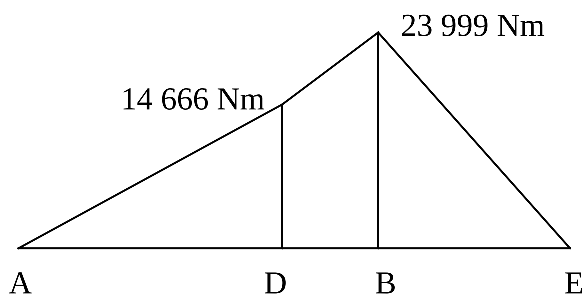


Exercícios Propostos

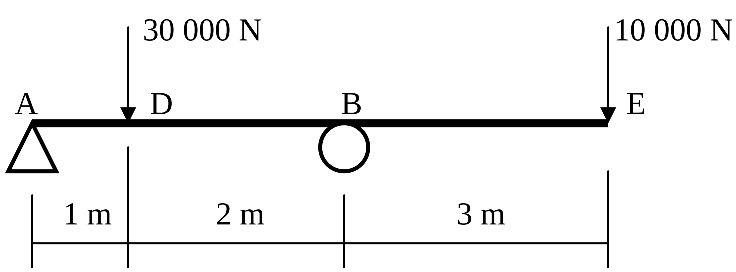
1) Construa o DM do esquema abaixo



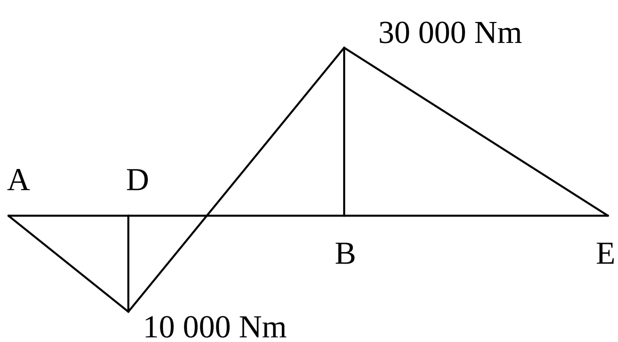
Resposta



2) Faça o DM do esquema abaixo



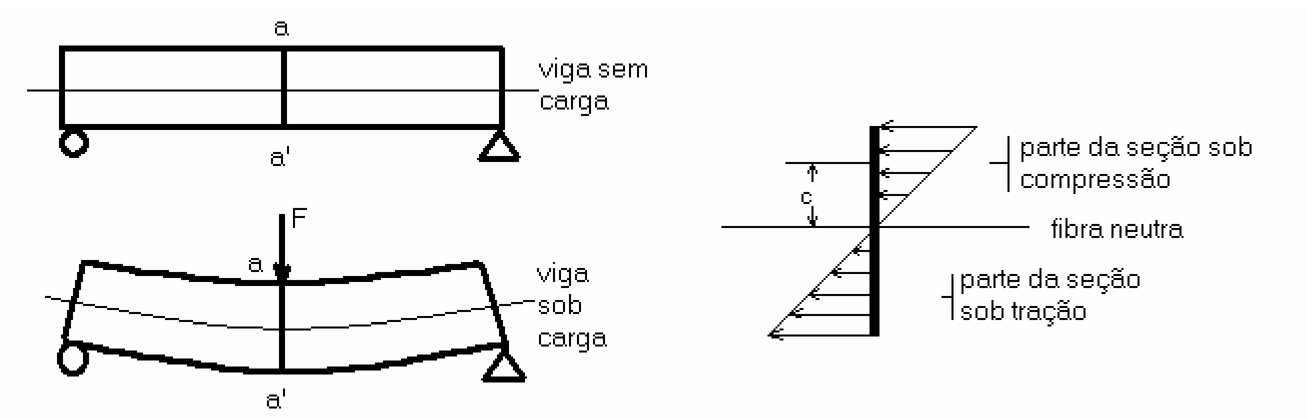
Resposta



Tensões nas Vigas

Para estudarmos as tensões que atuam nas vigas devemos primeiro imaginar que a viga seja formada por um numero infinito de fibras longitudinais, como folhas de papel. Assim, quando a viga fletir para baixo, as fibras (ou folhas) do centro para baixo tenderão a se alongar, sendo então, solicitadas à tração, enquanto as fibras (ou folhas) do centro para cima, tenderão a se contraírem, sendo então, solicitadas à compressão. A fibra do centro não será solicitada, permanecendo neutra aos esforços e por isso vamos denomina-la “fibra neutra”. Essa fibra neutra, passa pelo centro de gravidade da figura que forma a seção transversal da viga.

Então, podemos calcular as tensões, sejam de tração ou de compressão, atuantes em qualquer ponto da viga, com a fórmula:



$$\sigma = Mf.c / I$$

onde: σ - tensão de tração ou de compressão
Mf – momento fletor atuante na seção estudada
c – distância entre a fibra em estudo e a fibra neutra
I – momento de inércia da seção em estudo, em relação ao eixo horizontal, que passa pelo centro de gravidade dessa seção.

Lembramos, também que, agora, diferentemente dos cálculos em estática, a nossa viga tem peso, que deve ser considerado em nossos cálculos. Esse peso por aproximação de cálculo, devemos considera-lo atuando no centro de gravidade da viga.

Nos projetos mecânicos, como normalmente, utilizamos perfis de seção constante e padronizadas, os projetistas utilizam o recurso:

$\sigma = Mf.c / I$ fazendo $W = I / c$ e temos

$$\sigma = Mf / W$$

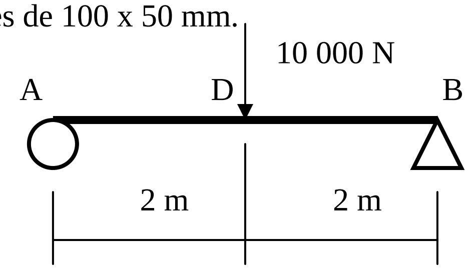
W é chamado de Módulo de Resistência e é tabelado para todos os perfis utilizados em construções mecânicas. Veja abaixo uma tabela como exemplo.

Tabela de Propriedades de Vigas " I " (para efeito didático)					
Designação	Altura	largura	espessura	I	W
	polegada	polegada	polegada	mm4	mm3
S 3x5,7	3	2,33	0,17	1 048 903	27 530
S 3x7,5	3	2,509	0,34	1 219 558	31 955
S 4x7,7	4	2,663	0,193	2 530 687	49 817
S 4x9,5	4	2,796	0,326	2 826 211	55 552
S 5x10	5	3,004	0,214	5 119 646	80 624
S 5x14,75	5	3,284	0,494	6 326 718	99 797
S 6x12,5	6	3,332	0,232	9 198 714	120 773

Tabela 1

Exercícios Resolvidos

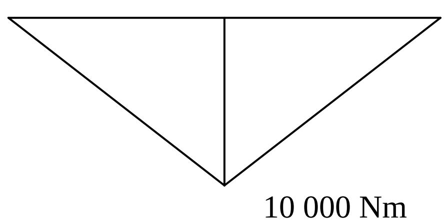
1) Calcule a tensão máxima na viga do esquema abaixo. A viga tem seção retangular constante com dimensões de 100 x 50 mm.



$\sigma = Mf.c / I$ $R_A = R_B = 5\,000$ N

$Mf_A = 0$
$Mf_D = 5\,000 \times 2 = 10\,000$ Nm
$Mf_B = 0$

DM



$\sigma = Mf.c / I$ $Mf_{max} = 10\,000$ Nm $= 10\,000\,000$ Nmm

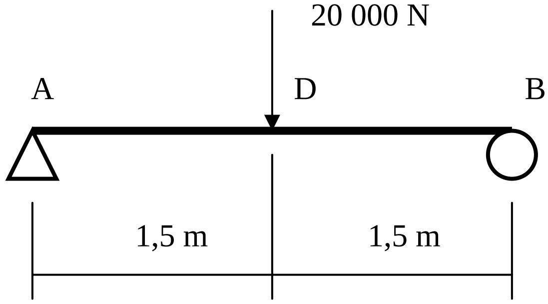
c_{max} = 50 mm

$I = b.h^3 / 12 = 50 \times 100^3 / 12 = 4\,166\,666\ mm^4$

$\sigma = 10\,000\,000 \times 50 / 4\,166\,666$

$\sigma = 120\ M/mm^2$

2) Calcule a tensão máxima na viga do esquema abaixo. A viga é feita em perfil I de 4“ de altura (S4 x 7,7). Vide tabela 1.



$R_A = R_B$ = 10 000 N
$Mf_{max} = Mf_D$ = 10 000 x 1,5 = 15 000 Nm = 15 000 000 Nmm
c_{max} = 2” = 50,8 mm
$I = 2\,530\,687\ mm^4$

$\sigma = 15\,000\,000 \times 50{,}8 / 2\,53$

$\sigma = 301\ N/mm^2$

Outra solução $\sigma = Mf / W$

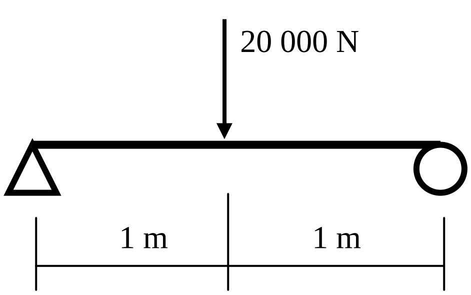
$W = 49\,817\ mm^3$

$\sigma = 15\,000\,000 / 49\,817$

$\sigma = 301\ N/mm^2$

Exercícios Propostos

1) Calcular a tensão máxima que atua na viga do esquema abaixo sabendo que a viga tem seção retangular de 80 x 40 mm e que o sistema está em equilíbrio.

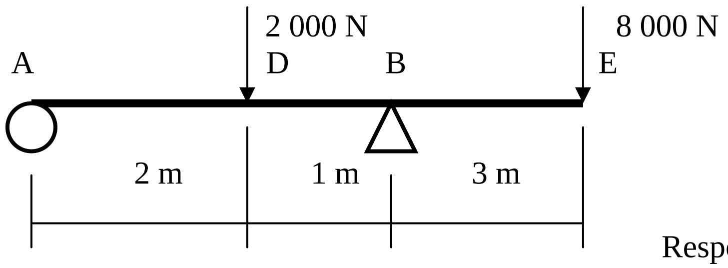


Resposta 234 N / mm^2

2) No esquema abaixo, a viga é formada por um perfil I de 5" (S5 x 10) calcule:

a) a tensão máxima na viga

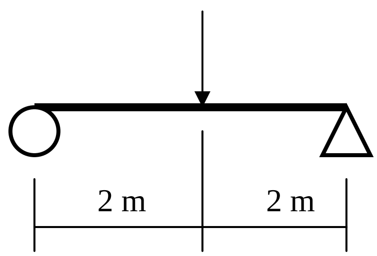
c) a tensão máxima na seção D



Resposta a) 297,7 N/mm^2

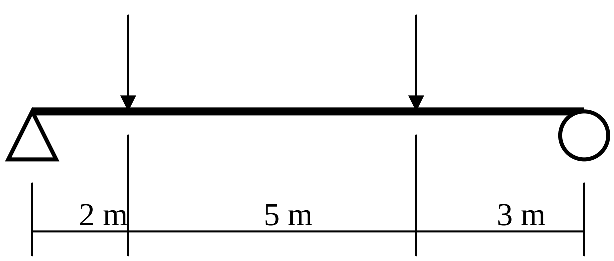
b) 186 N/mm^2

3) Calcule uma viga para trabalhar com segurança, conforme o esquema abaixo. O material da viga deve ser perfil I, de aço, com tensão de escoamento à tração de 400 N/mm^2. Usaremos coeficiente de segurança 2.



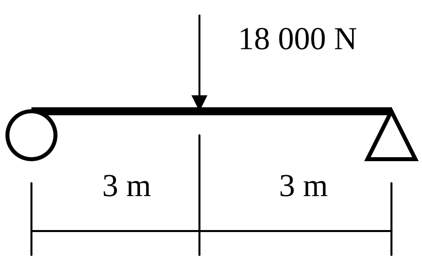
Resposta Viga I - S4 x 7,7

4) Calcule uma viga em perfil I em aço, com tensão de escoamento à tração de 600 N/mm^2, para trabalhar com segurança, como no esquema abaixo. Usaremos coeficiente de segurança 2.



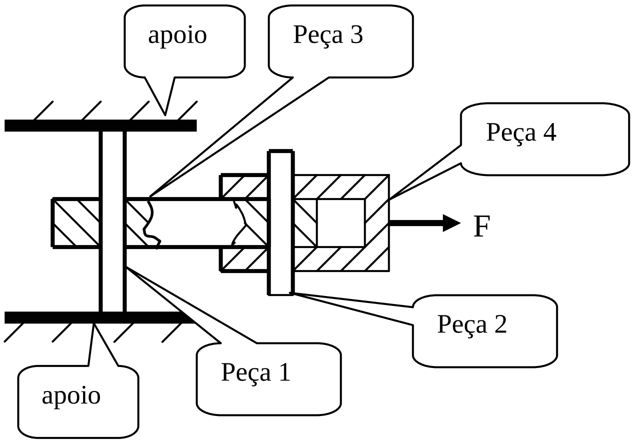
Resposta Perfil I - S5 x 10

5) Calcule uma viga para que trabalhe com segurança, como no esquema abaixo. O material da viga deve ser perfil I com tensão de escoamento à tração de 500 N/mm^2 e usaremos coeficiente de segurança 2.



Resposta Perfil I - S6 x 12,5

6) No conjunto abaixo responda:



a) A qual tipo de tensão está submetida a peça 1

....

b) Qual a peça que está sob flexão?

....

c) Qual peça está sob cisalhamento?

....

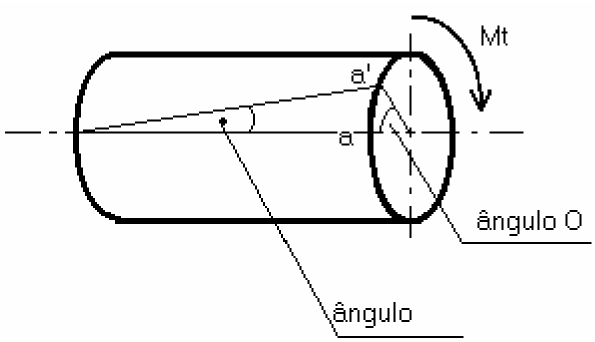
A qual tipo de tensão está submetida as peças:

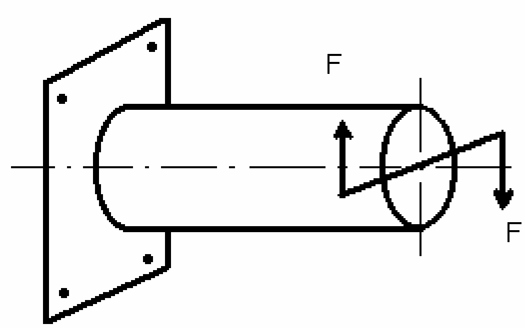
d) 2 ....

e) 4 ....

Torção

Neste trabalho estudaremos apenas a torção em peças com seção transversal circular. A torção é produzida por binários que atuem em planos transversais ao eixo de giração da peça. Os efeitos da torção são de produzir deslocamentos angulares entre as diversas seções transversais em relação umas às outras. Podemos observar esse ângulo “ γ “ no desenho a seguir.





Momento de Torção.

O momento de torção é a soma algébrica de todos os momentos dos binários que atuam de um lado da seção considerada.

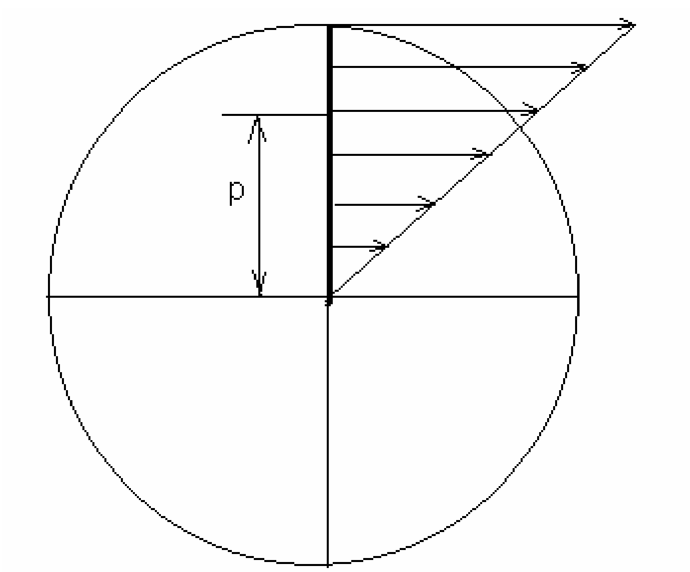
Momento Polar de Inércia

É chamado momento polar de inércia ao momento de inércia calculado em relação ao eixo de giração da peça. Chamamos de momento polar devido a que ao estudarmos a seção esse eixo nos aparece como um ponto. O momento polar de inércia de uma seção circular é;

$$J = \pi . d^4 / 32$$

Cisalhamento na Torção

As tensões de cisalhamento, que aparecem quando uma peça de seção circular é



submetida a um momento de torção, são assim representadas graficamente.

Dependendo da distância que tem, o ponto estudado, ao centro da seção, teremos os valores da tensão, variando de zero até uma tensão máxima. Essa tensão nos é dada pela fórmula:

$$\tau = M_{t.} \rho / J$$

onde τ - tensão de cisalhamento ocasionada pela solicitação de torção
M_t - momento torçor na seção estudada
ρ - distância entre do ponto estudado e o centro da seção
J – momento de inércia polar, da seção em estudo

Ângulo de torção

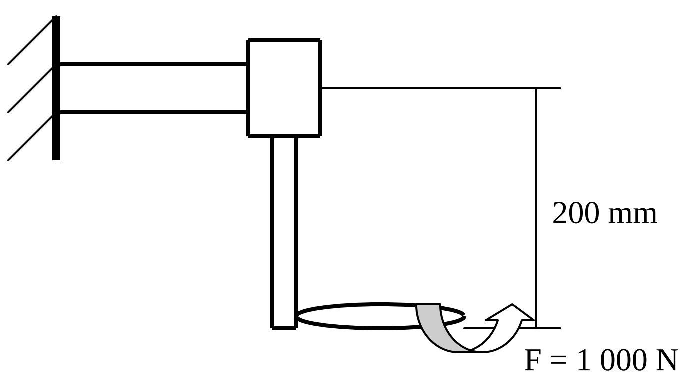
O ângulo de torção “θ “ que gira uma seção em relação a outra, ocasionado pela solicitação de torção, pode ser calculado por:

$$\theta = Mt \cdot l / G \cdot J$$

onde:
θ - ângulo de torção de uma seção em relação à outra
M_t - momento torçor atuante na seção em estudo
l - distância entre as duas seções em estudo
G - módulo de elasticidade à torção
J - momento de inércia polar da seção em estudo

Exercícios Resolvidos

1) Calcule o momento torçor no esquema abaixo.

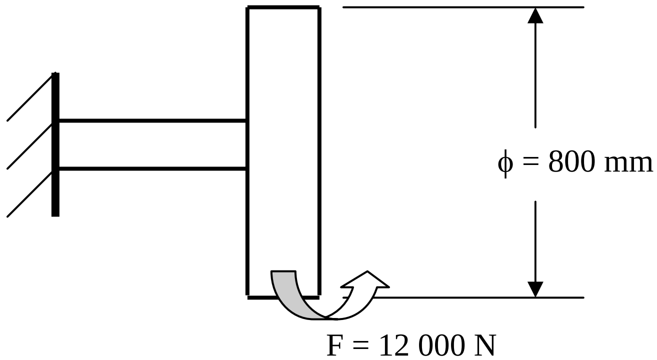


Mt = F.d onde F = 1 000 N
d = 200 mm

então Mt = 1 000 x 200

Mt = 200 000 Nmm

2) Calcule momento torçor no esquema abaixo.

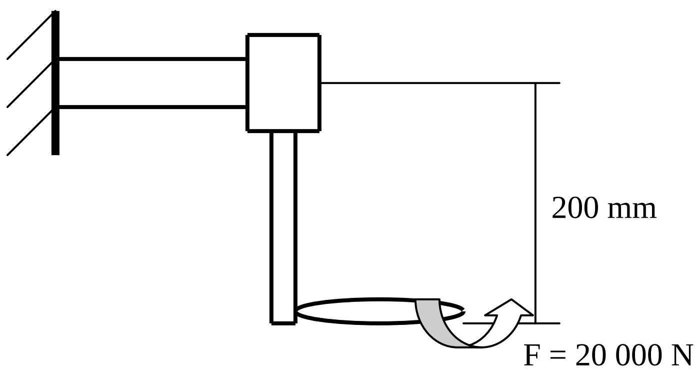


Mt = F.d onde F = 12 000 N
d = 800 / 2 = 400 mm

então Mt = 12 000 x 400

Mt = 4 800 000 Nmm

3) Calcule a tensão máxima que acontece na árvore, do esquema abaixo, sabendo-se que seu diâmetro é 40 mm



Mt = F.d onde F = 20 000 N
d = 200 mm

$\tau = Mt.\rho / J$

então Mt = 20 000 x 200

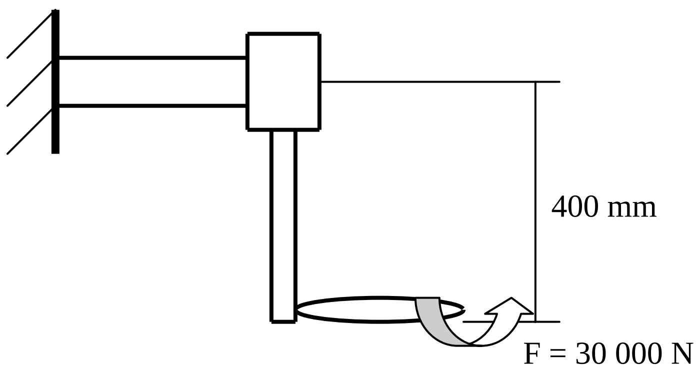
Mt = 4 000 000 Nmm
ρ = 20 mm

$J = \pi.d^4 / 32$ então $J = 3,14 \times 40^4 / 32$ e assim $J = 251\ 200\ mm^4$

Sendo $\tau = Mt.\rho / J$ temos $\tau = 4\ 000\ 000 \times 20 / 251\ 200$ e assim

$$\tau = 318,47\ N/mm^2$$

4) Calcule a tensão que encontraremos, em um ponto a 15 mm do centro, da árvore do esquema abaixo, sabendo-se que seu diâmetro é 60 mm.



$Mt = F.d$ onde $F = 30\ 000\ N$
$d = 400\ mm$

$$\tau = Mt.\rho / J$$

então $Mt = 30\ 000 \times 400$

$Mt = 12\ 000\ 000\ Nmm$

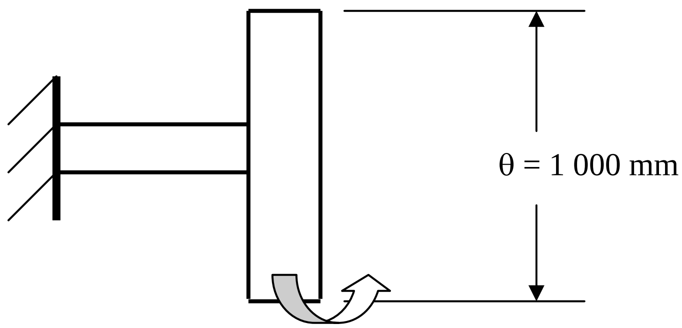
$\rho = 15\ mm$

$J = \pi.d^4 / 32$ então $J = 3,14 \times 60^4 / 32$ e assim $J = 1\ 271\ 700\ mm^4$

Sendo $\tau = Mt.\rho / J$ temos $\tau = 12\ 000\ 000 \times 15 / 1\ 271\ 700$ e assim

$$\tau = 141,54\ N/mm^2$$

5) Calcule a tensão que acontece em um ponto a 20 mm da periferia da árvore do esquema abaixo. O diâmetro da árvore é 60 mm.



Mt = F.d onde F = 20 000 N
d = 1 000 / 2 = 500 mm

então $Mt = 20\,000 \times 500$

$Mt = 10\,000\,000$ Nmm

$\rho = 30 - 20 = 10$ mm

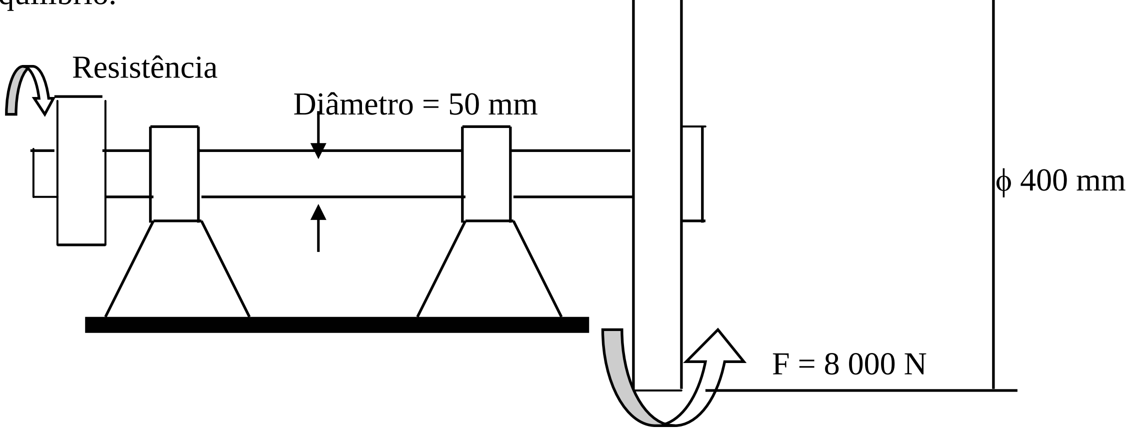
$J = \pi.d^4 / 32$ então $J = 3{,}14 \times 60^4 / 32$ e assim $J = 1\,271\,700\ mm^4$

Sendo $\tau = Mt.\rho / J$ temos $\tau = 10\,000\,000 \times 10 / 1\,271\,700$ e assim

$\tau = 78{,}63\ N/mm^2$

Exercícios Propostos

1) Calcular a tensão máxima aplicada à eixo do esquema abaixo, sabendo-se que o sistema está em equilíbrio.

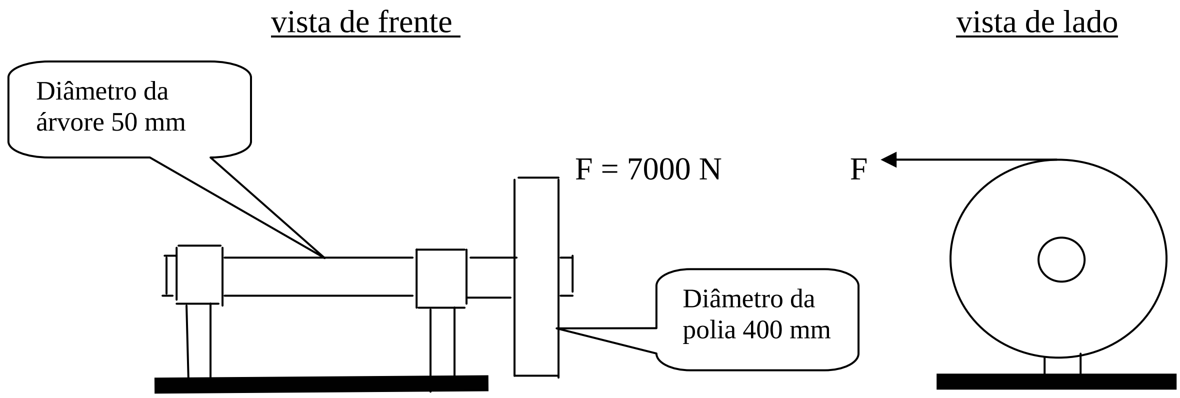


Resp 65,22 N/mm^2

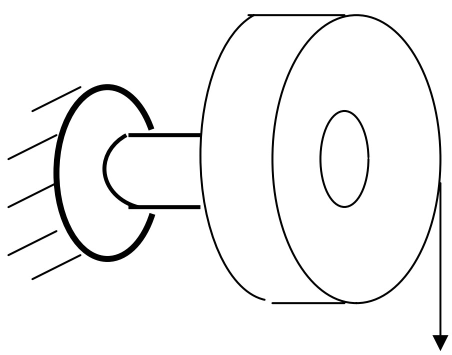
2) Calcule, a partir do esquema abaixo, que representa uma árvore transmitindo torque a uma engrenagem, que aciona, dessa forma, um equipamento qualquer:

a) O torque que está aplicado à árvore — Resp a) 1 400 000 N.mm

b) A tensão máxima na árvore — b) 57 N/mm^2

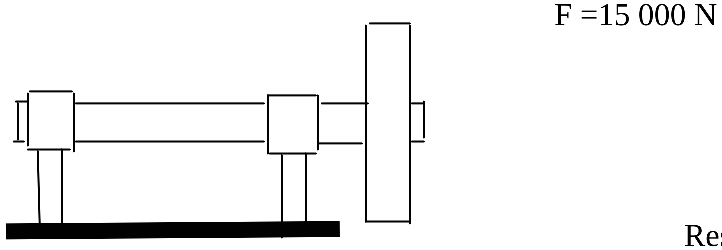


3) Calcule a tensão máxima na árvore do esquema abaixo. O diâmetro da árvore é de 45 mm. O diâmetro do volante é de 800 mm.



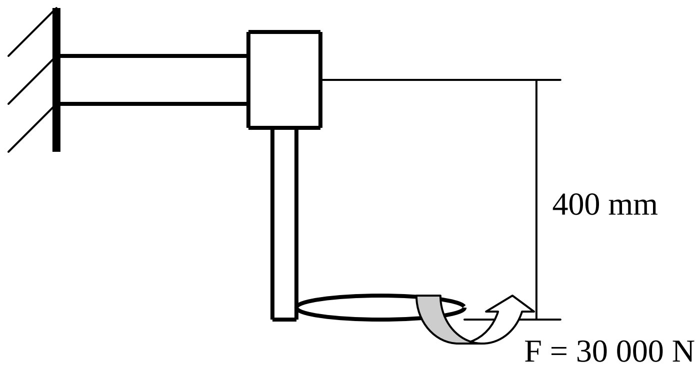
Resp 223,67 N/mm^2

4) Calcular uma árvore que trabalhe com segurança em um esquema como apresentado abaixo a força atua na periferia do volante, o material da árvore deve ter tensão de ruptura ao cisalhamento valendo 800 N/mm^2 e queremos utilizar coeficiente de segurança 4. O diâmetro da roda é de 1200 mm



Resp. 61,2 mm

5) Calcular uma árvore, para que execute com segurança o trabalho proposto no esquema abaixo. O material que queremos utilizar na árvore tem tensão de escoamento ao cisalhamento valendo 500 N/mm^2 e usaremos coeficiente de segurança 2.



Resp. 62,5 mm