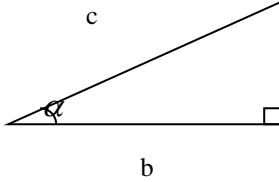


Trigonometria

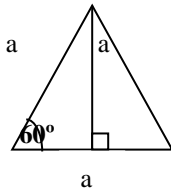
1) RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{\text{cat.oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c} & \cot g \alpha &= \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\text{cat.adj.}}{\text{cat.oposto}} = \frac{b}{a} \\ \cos \alpha &= \frac{\text{cat.adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c} & \sec \alpha &= \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cat.adjacente}} = \frac{c}{b} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\text{cat.oposto}}{\text{cat.adjacente}} = \frac{a}{b} & \cos \sec \alpha &= \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cat.oposto}} = \frac{c}{a} \end{aligned}$$

2) ÂNGULOS NOTÁVEIS

No triângulo e no quadrado, temos: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{a/2}{a} = \frac{1}{2}$



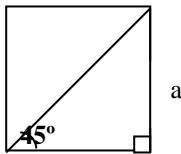
$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \cot g 60^\circ = \frac{\frac{a/2}{a}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \cot g 30^\circ = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \cot g 45^\circ = \frac{a}{a} = 1$$



Âng α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	
30°				
45°				
60°				

3) LEI DOS COSSENOS E LEI DOS SENOS em Triângulo qualquer

Lei dos cossenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2bc \cdot \cos \gamma$$

Lei dos senos

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

4) FÓRMULAS ÚTEIS

Relação fundamental $\boxed{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}$

Fórmulas de adição de arcos

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

Fórmulas do arco-dobro

$$\sin(2\alpha) = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\boxed{\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}}$$

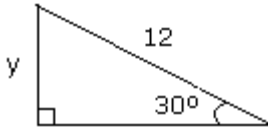
$$\boxed{\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}}$$

$$\boxed{\cot g \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}}$$

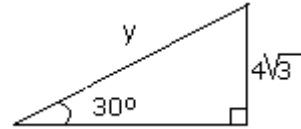
Resolva os seguintes exercícios

1. Calcule o valor de y em cada figura:

a)

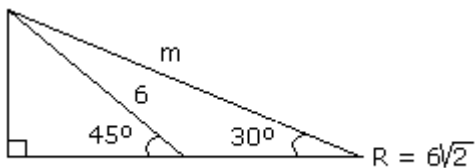


b)

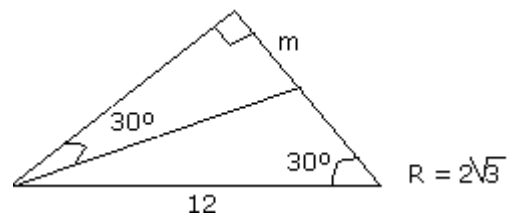


- Um determinado triângulo retângulo ABC, com ângulo reto no vértice A, tem $AB = 6$ cm, $AC = 6\sqrt{3}$ BC = 12 cm. Calcule os valores dos ângulos B e C.
- Um balão está preso a uma corda esticada formando com o solo um ângulo de 45° . Sabendo que o comprimento da corda é de 100 m, calcule a altura se encontra o balão. Uma escada deverá ser apoiada em um prédio de 60 m de altura formando com o solo um ângulo de 60° . Determine quantos metros precisa ter a escada. $R = 40\sqrt{3}$ m
- Calcule a largura de um rio em que a distância entre dois pontos A e B na mesma margem é de 100m. Do ponto A avista-se perpendicular a margem um ponto C na outra margem e obteve-se um ângulo de 30° graus com o ponto C.
- Determine o valor de m e n na figura.

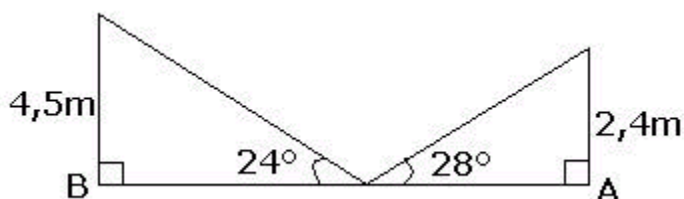
a)



b)



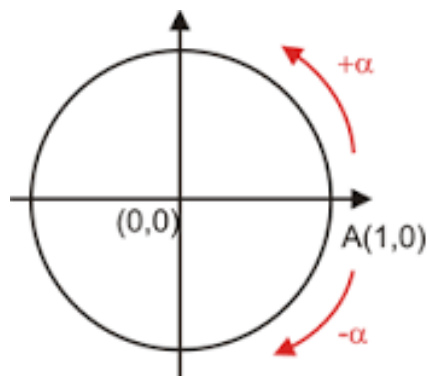
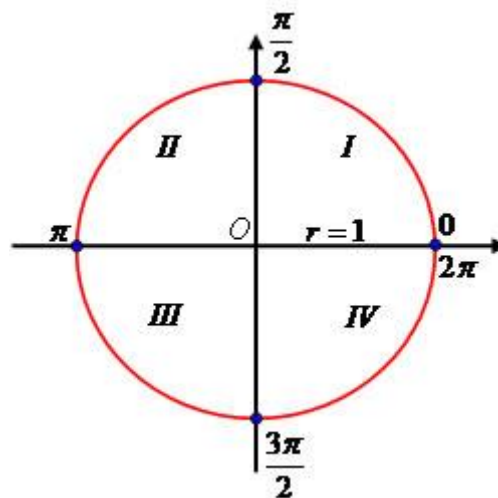
- Calcule o valor da base de um triângulo isósceles sabendo que os lados iguais medem 6 cm e formam um ângulo de 120° .
- Calcule a altura de um triângulo isósceles cuja base mede 18 cm e um ângulo da base, 30° .
- Encontre o número inteiro que mais se aproxima da distância, em metros, entre os dois pontos A e B. Dados: $\text{tg}24^\circ=0,45$, $\text{sen}24^\circ=0,40$, $\text{cos}24^\circ=0,91$, $\text{tg}28^\circ=0,53$, $\text{sen}28^\circ=0,46$, $\text{cos}28^\circ=0,88$.



RESPOSTAS

1. a) 6
2. 60° e 30°
3. $50\sqrt{2}$ m
4. $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ m
7. $6\sqrt{3}$ cm

Ciclo Trigonométrico

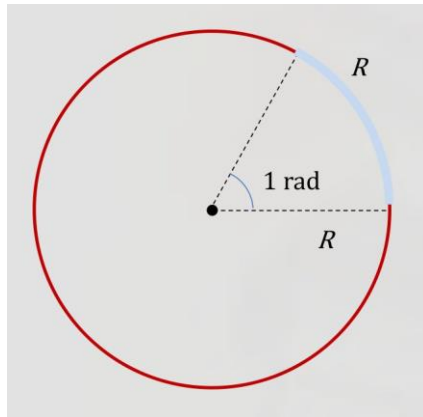


Radiano: **RADIANO**

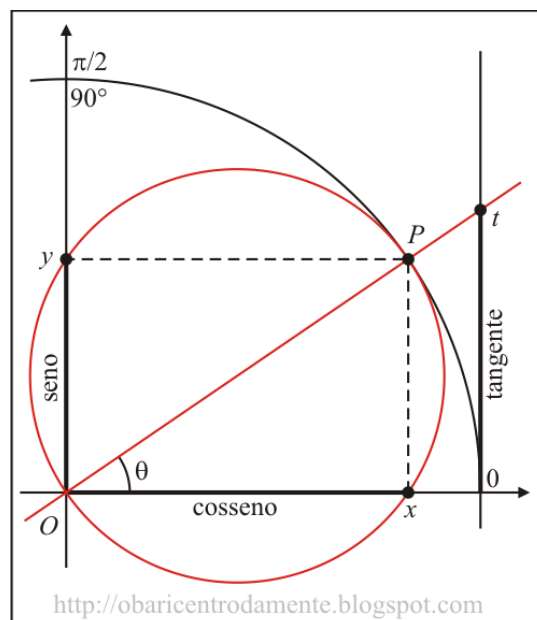
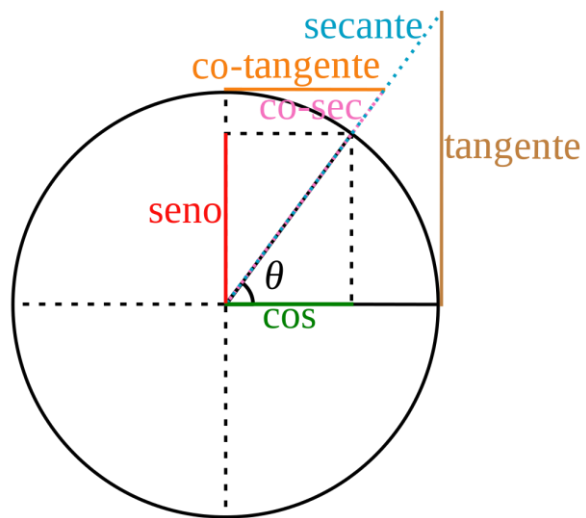
Um **radiano** (rad) é a amplitude de um ângulo que define em qualquer circunferência, com centro no seu vértice, um arco de circunferência igual ao raio.

CONVERSÃO ENTRE GRAUS E RADIANOS

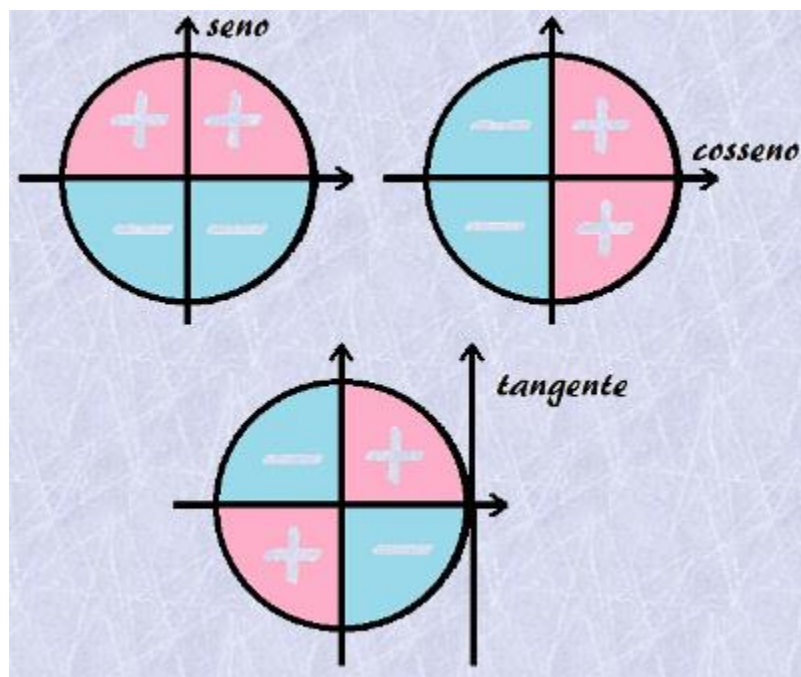
$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ \quad \text{ou} \quad \pi \text{ rad} = 180^\circ$$



Relações Trigonômétricas no Ciclo



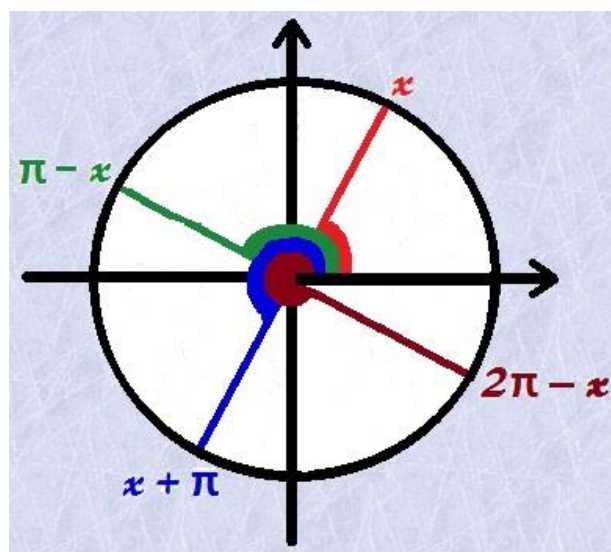
Temos assim que, os sinais das relações trigonométricas nos quadrantes são:



Arcos Congruos

Quando acontecem de termos dois arcos diferentes que terminam na mesma posição da circunferência, dizemos que esses arcos são arcos côngruos. Então o ângulo de 45° e o de 405° são congruos pois tem a mesma extremidade.

Redução ao 1º quadrante:



Apresentamos abaixo a figura da circunferência trigonométrica em que são evidenciados os ângulos mais notáveis expressos em radianos e em graus.

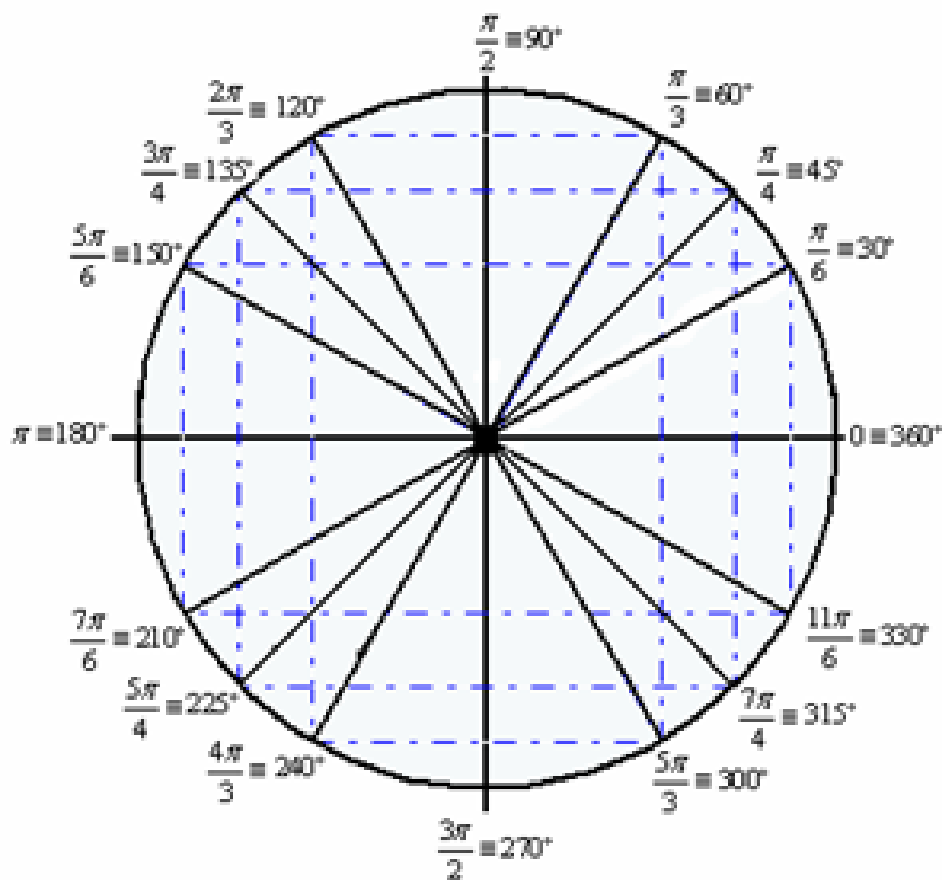
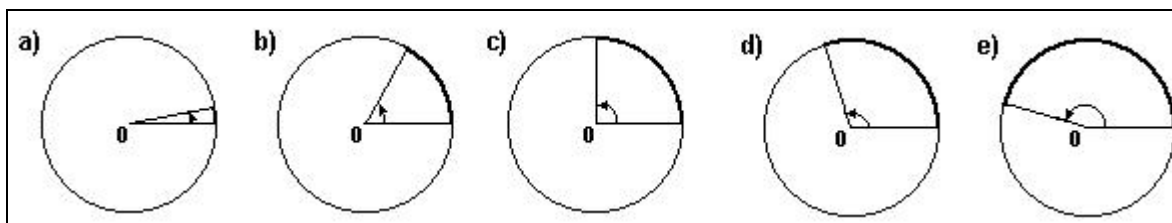


Tabela de Entes Trigonômicos

arco	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{2\pi}{3}$	2π
seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cosseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tangente $\frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	---	0	---	0

Exercícios:

1) Dentre os desenhos abaixo, aquele que representa o ângulo que tem medida mais próxima de 1 radiano é:



2) Calcule as transformações de medidas de ângulos pedidas:

a) 120° em radianos; c) 234° em radianos;

b) $\frac{2\pi}{7}$ em graus; d) $\frac{3\pi}{5}$ em graus.

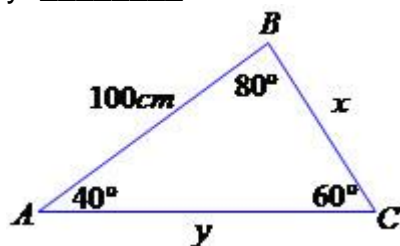
3) Reduzindo-se ao primeiro quadrante um arco de medida 7344° , obtém-se um arco, cuja medida, em radianos, é:

a) $\frac{\pi}{3}$	b) $\frac{\pi}{2}$	c) $\frac{2\pi}{3}$	d) $\frac{4\pi}{5}$	e) $\frac{9\pi}{10}$
--------------------	--------------------	---------------------	---------------------	----------------------

4) De o seno, o cosseno e a tangente de existir para cada caso:

a) 150° b) 300° c) 225° d) 720°

5) No triângulo a seguir, determine o valor dos segmentos x e y. $x = \underline{\hspace{2cm}}$ e $y = \underline{\hspace{2cm}}$



6) Se optarmos pelo bombeamento da água direto para a casa, quantos metros de cano seriam gastos? R: $\underline{\hspace{2cm}}$



Respostas: 1) b

2) a)

$$x = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

b) $x = 51,43^\circ$

c)

$$x = \frac{13\pi}{10} \text{ rad}$$

d) $x = 108^\circ$

3)d

4) a) $\text{sen} = 1/2$ $\text{cos} = -\sqrt{3}/2$ $\text{tg} = -\sqrt{3}/3$

b) $\text{sen} = -\sqrt{3}/2$ $\text{cos} = 1/2$ $\text{tg} = -\sqrt{3}$

c) $\text{sen} = -\sqrt{2}/2$ $\text{cos} = -\sqrt{2}/2$ $\text{tg} = 1$

d) $\text{sen} = 0$ $\text{cos} = 1$ $\text{tg} = 0$