

Métodos Heurísticos Aplicados à Produção na Indústria Têxtil

Fabício Bueno Borges dos Santos

Resumo

A otimização da produção, minimizando custos e perdas, e maximizando o retorno, é um importante diferencial competitivo para qualquer atividade industrial. Como proposta de ferramenta de otimização, este artigo traz a modelagem matemática de um problema de produção têxtil e faz um estudo comparativo entre métodos heurísticos algoritmos genéticos e recozimento simulado aplicados à resolução deste problema.

Introdução

A produção eficiente em escala é um importante diferencial na indústria têxtil (Negri, 2003). Neste mercado altamente competitivo, o uso de ferramentas de suporte à tomada de decisão proporciona maior eficiência e eficácia à gestão da produção, uma vez que permite que decisões precisas e otimizadas sejam tomadas em um espaço curto de tempo.

Em (Santos, 2008) foi apresentada a modelagem e otimização de um problema de produção de tecidos em programação linear, utilizando o método Simplex. Este método, apesar de sua comprovada eficácia, exige domínio de propriedades e operações algébricas de relativa complexidade e é aplicável apenas a problemas lineares.

Os métodos heurísticos, por sua vez, tornam desnecessários conhecimentos específicos e são adaptáveis a diversos tipos de problemas. Tratam-se de algoritmos exploratórios que buscam resolver problemas, também conhecidos como “métodos de busca cega”, e, geralmente, encontram pontos “quase ótimos” (Santos, 2002)(Linden, 2006).

É objetivo deste artigo, a apresentação de modelagem, implementação e comparação de métodos heurísticos para otimizar um problema de otimização de tecidos. Na próxima seção será apresentado problema de produção de tecido. A seguir será apresentada a modelagem matemática genérica do problema, bem como um exemplo prático com a solução ótima, obtida por um método de programação linear (Santos, 2008). Nas duas seções seguintes serão apresentados os métodos heurísticos (algoritmos genéticos e resfriamento simulado) aplicados a este problema. Posteriormente serão comparados os resultados obtidos e, por fim, será feita uma análise comparativa dos métodos.

Problema de Produção de Tecido

A fabricação de tecidos pode exigir diferentes quantidades de vários tipos de fios, que por sua vez possuem diferentes características e custos. Cada tecido, devido ao custo de produção e a outros fatores, como demanda de mercado, por exemplo, pode possuir um preço de venda diferente e uma consequente contribuição distinta para o lucro

da indústria. Somadas a estas especificações, têm-se restrições financeiras, produtivas e logísticas, envolvendo tanto os fios quanto os tecidos.

Vários métodos de otimização podem ser aplicados maximizando ou minimizando diferentes critérios, sejam eles custo de produção, lucro bruto ou líquido, consumo de fios, perdas, e vários outros. Será adotado neste artigo a maximização do lucro bruto. Os resultados provenientes da aplicação destes métodos pode ser uma importante fonte de informações na tomada de decisões.

Modelagem e Otimização com Programação Linear

O modelo matemático geral para este problema é exibido a seguir.

$$\text{Max} \sum_{i=1}^I p_i x_i$$

sujeito a :

$$\sum_{i=1}^I f_{ni} x_i \leq D_n \quad \text{para } n = 1..N$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^N f_{ni} c_n x_i \leq O$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{para } i = 1..I$$

onde:

- x_i é a quantidade de metros produzidos do tecido i ;
- p_i é o preço de venda do metro do tecido i ;
- f_{ni} é a quantidade de fio n para produzir um metro do tecido x_i ;
- D_n é a quantidade de fio n que pode ser armazenada e/ou fornecida;
- c_n é o custo de cada metro de fio n ;
- O é o montante de capital disponível para aquisição de fios;

Esta modelagem se encontra na forma padrão, ideal para os algoritmos de programação linear. Os passos para a construção do modelo não são fornecidas neste texto, mas podem ser encontradas em (SANTOS, 2007)(GOLDBARG, 2000)(COLIN, 2007).

Baseada nesta modelagem, será utilizado o exemplo a seguir.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } 250x_A + 300x_B \\
 & \text{sujeito a:} \\
 & 4x_A + 2x_B \leq 8000 \\
 & 3x_A + 8x_B \leq 8000 \\
 & 10(4x_A + 2x_B) + 12(3x_A + 8x_B) + \\
 & 11(6x_A + 1x_B) + 13(1x_A + 3x_B) \leq 200000 \\
 & x_A, x_B \geq 0
 \end{aligned}$$

Utilizando-se o método Simplex, a solução ótima encontrada é a produção de 366,58 metros do tecido A e 862,53 metros do tecido B, gerando um retorno de R\$350.404,31. Nesta solução houve necessidade de limitar em 3191,37kg e 8000kg o fornecimento dos fios 1 e 2, respectivamente, e foi usado todo o montante de R\$ 200.000,00 para aquisição dos fios.

Algoritmos Genéticos

Os algoritmos genéticos (AG) são um método heurístico baseado na genética (Colin, 2007), como o próprio nome já diz, e na seleção natural. É uma simulação computacional iterativa que faz analogia a ao processo evolutivo de várias gerações de uma população (Santos, 2002), onde: cada indivíduo é uma representação abstrata de uma solução do problema; a seleção natural é um critério de escolha das melhores soluções e eliminação das ruins; o cruzamento e a mutação são meios para a obtenção de novas soluções.

Os AG têm características bastante peculiares em relação a outros métodos de busca:

- São baseados em um conjunto de soluções possíveis;
- Não envolvem modelagem do problema (a modelagem é restrita às soluções);
- O algoritmo apresenta como resultado uma população de soluções (classificadas qualitativamente pela seleção natural) e não apenas uma;
- Trata-se de um método probabilístico e não determinístico. Em outras palavras, uma mesma população dificilmente apresentará os mesmos resultados para um mesmo problema.

Embora haja uma grande variedade e implementações, a estrutura geral de um algoritmo genético é basicamente a mesma. Dado que a representação de soluções dos problemas devem ser modeladas em forma de cromossomos, temos os seguintes passos:

Criar população inicial: que pode ser gerada aleatoriamente com m cromossomos;

Nova Geração: criar uma nova geração (de tamanho fixo (m) ou variável)

- 1 – Selecionar n cromossomos para reprodução;
- 2 – Realizar cruzamentos de forma aleatória;
- 3 – Permitir que mutações aleatórias ocorram em alguns dos cromossomos gerados;
- 4 – Selecione os cromossomos melhores adaptados para a próxima geração e elimine os menos adaptados (análogo à seleção natural);
- 5 – Substitua os indivíduos eliminados pelos novos indivíduos;

Critério de Parada: Caso a solução atenda a um critério de parada, ou caso seja detectada convergência da população, PARE. Caso contrário vá para o passo NOVA GERAÇÃO.

Para melhor compreensão, estes passos podem ser visualizados na Figura 1:

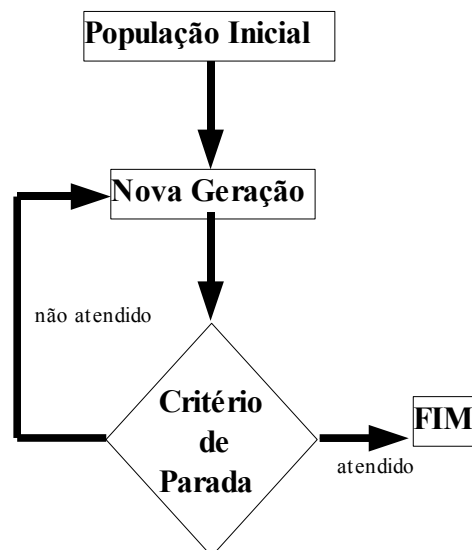


Figura 1: Fluxograma do funcionamento de um AG

A implementação de AG deste artigo utilizou os critérios de seleção e mutação simples, já o método de cruzamento utilizado foi o *crossover* de dois pontos. A população, de tamanho fixo, foi definida em 50 indivíduos, cujos cromossomos possuem 7 genes. As probabilidades de seleção e mutação usadas foram, respectivamente, 0,1 e 0,3. Como critério de parada, foi estabelecido que uma solução tida como a melhor durante 10 gerações consecutivas, será considerada um ponto quase ótimo. A função objetivo e as restrições do problema, apresentado na seção anterior, foram modeladas conforme a função:

$$f(x_A, x_B) = 250x_A + 300x_B - 2^{4x_A + 2x_B - 8000} - 2^{3x_A + 8x_B - 8000} - 2^{155x_A + 166x_B - 200000}$$

Resfriamento Simulado

O método heurístico chamado *simulated annealing* (SA), ou recozimento simulado, em português, faz uma analogia ao processo de resfriamento controlado da metalurgia (Colin, 2007)(Jang, 1997). Neste método, parte-se de uma solução viável de um problema e passa-se a aceitar soluções vizinhas. A princípio, nas altas temperaturas (em analogia ao processo de recozimento), há grande probabilidade de qualquer solução vizinha ser aceita. Mas, a medida que ocorre o resfriamento, há maior probabilidade de soluções melhores serem aceitas, havendo portanto um processo de escolha progressivamente refinado.

Como vantagens do SA pode-se citar tanto a sua capacidade de resolver problemas de diversos níveis de complexidade em várias áreas específicas, quanto a sua relativa previsibilidade e simplicidade, uma vez que trabalha com poucos parâmetros e envolve operações matemáticas e computacionais simples.

Os passos de um SA para maximização de problemas são dados a seguir:

Criar conjunto de soluções iniciais

Inicialização dos parâmetros: t (temperatura), r (índice de resfriamento)

Escolher uma solução inicial: x

Iteração:

Repita de 1 até k

1 – Escolher aleatoriamente uma solução vizinha: x^*

2 – Comparar o custo da solução atual e da nova solução:

$$\Delta = \text{custo}(x^*) - \text{custo}(x)$$

3 – Se $\Delta \geq 0$ (função objetivo diminui)

então $x = x^*$

senão se $\text{probabilidade} < \exp(\Delta/t)$

então $x = x^*$

Reduza a temperatura: $t = t * r$

Critério de Parada: Caso a solução atenda a um critério de parada, PARE. Caso contrário realize uma nova iteração.

Para implementação do SA deste artigo, foi definida uma temperatura inicial 5, fator de resfriamento 0,8, e parâmetro k igual a 50. Como critério de parada, foi estabelecido um limite de 100 iterações, que, devido à baixa complexidade das operações, possuem um custo de processamento bastante baixo. A função objetivo e as restrições do problema foram modeladas através da mesma função usada no AG.

Análise de Resultados

As Figuras 2 e 3 exibem os resultados alcançados por ambos os métodos em relação ao resultado ótimo obtido pelo método Simplex. A implementação do método AG, conforme pode ser verificado na Figura 2, chegou a resultados “quase ótimos” relativamente próximos ao ponto ótimo, embora haja uma grande dispersão dos mesmos. Estes resultados foram obtidos com uma média aproximada de 18 gerações por população. A implementação do método SA foi bem mais estável, conforme pode ser verificado na Figura 3, obtendo resultados bem mais próximos ao ponto ótimo. Em ambas

as implementações, que nenhuma restrição foi violada em nenhuma das soluções.

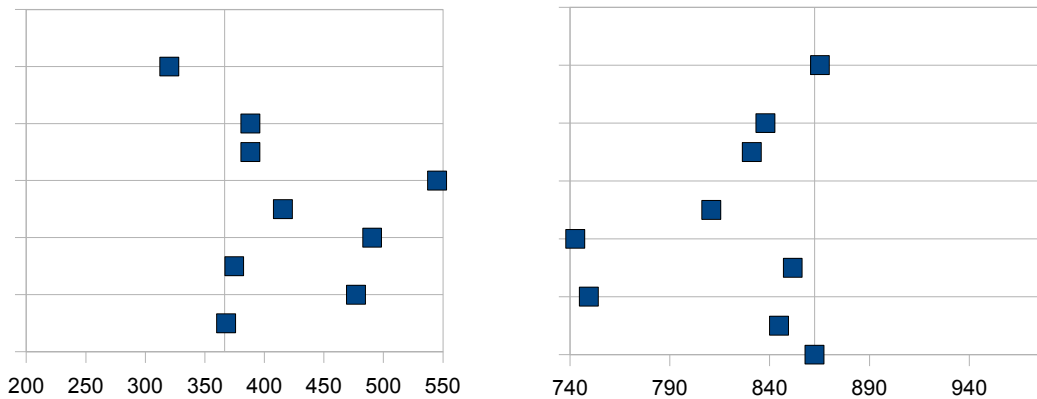


Figura 2: Dispersão de valores obtidos pelo método AG para os tecidos A e B em torno dos respectivos pontos ótimos (366,58 e 862,53, respectivamente) representados pelos eixos centrais

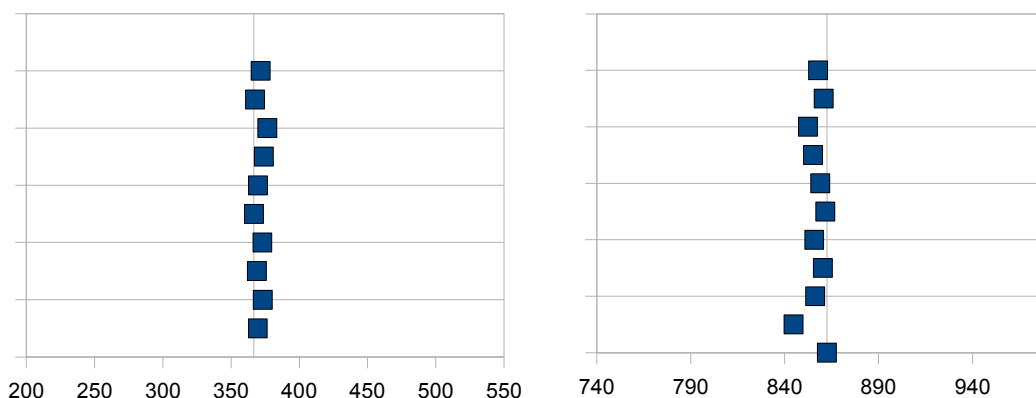


Figura 3: Dispersão de valores obtidos pelo método SA para os tecidos A e B em torno dos respectivos pontos ótimos(366,58 e 862,53, respectivamente) representados pelos eixos centrais

Embora ambos os métodos possam ser adaptados para resolver este e diversos outros problemas lineares, o método SA foi mais eficaz na solução deste problema, uma vez que seus resultados se aproximaram mais da solução ótima do problema. Além de mais eficaz, este método também foi o mais eficiente, pois, embora cada execução envolva 100 iterações, contra uma média de 18 do AG, as iterações do SA têm um custo e, conseqüentemente, tempo de processamento bastante inferiores.

Somada a maior eficiência e eficácia do SA à sua simplicidade de implementação, este método se mostrou uma ferramenta de maior utilidade e praticidade para este problema de produção. Podendo este método ser estendido à diversos outros modelos de problemas (Colin, 2007) mantendo simplicidade e performance proporcionais.

Bibliografia

- COLIN, Emerson Carlos. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: LTC, 2007.
- GOLDBARG e LUNA, M. C.; H. P.. **Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos**. Rio de Janeiro: Campus, 2000.
- JANG, Syh-Shing Roger. **Neuro-Fuzzy and soft computing: a computational approach to learning machine intelligence**. Estados Unidos: Prentice-Hall, 1997.
- LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**. Rio de Janeiro: Campus, 2002.
- NEGRI, João Alberto. **A Influência da Eficiência de Escala e dos Rendimentos Crescentes de Escala no Desempenho Exportador das Firms Industriais no Brasil**. São Paulo: ANPEC, 2003.
- SANTOS, Fabricio B. B.. **Otimização Gerencial em Excel**. Florianópolis, SC: Visual Books, 2007.